理論物理學導論

力學概論

乙酉學社叢書第一集

力 學 概 論

(理論物理學導論卷一)

INTRODUCTION TO THEORETICAL PHYSICS

VOL. I

GENERAL MECHANICS

原著者：**MAX PLANCK**

諾貝爾獎金獲獎人，英國皇家學會國外會員，柏林大學理論物理學教授，Kaiser Wilhelm 研究院主任

譯述者：陸 學 善

英國 Manchester 大學物理學博士

中 華 書 局 印 行

乙酉學社叢書第一集

緣　起

民國三十有四年之初，抗日戰事猶酣，曙光未露，殊深風雨如晦之感。本社同人蟄處滬濱，幽憂隱憤，共相策勵，亟思藉韜潛之光陰，從事於嚴正科學之述作，爲將來復興作育人才之準備上略效涓埃之助，而苦於經濟拮据，徒有心餘力絀之憾。

適袁良、黃伯樵兩先生見告：實業家章榮初先生疎財好義，擬於否塞之會作有意義之舉，問其道於兩先生；兩先生固夙稔同人之志事者，遂爲之介。一席傾譚，章氏毅然任編輯上經濟之責；並相與約定同人個人暨章氏均拋棄版稅，期減輕成書售價，以利讀者。

於是邀集同人，詳加商討。僉認爲國內文化界中最感貧乏者，莫過於大學所需嚴正科學之教本；補捄之道則莫善於迻譯國外名著。蓋泰西名家著述既正確可靠，且由經驗所積，深合講授之用；況當前需要至亟，尤須爭取時間，爲求剋期觀成，則譯述尙焉。爰商定叢書第一集應採之原本及分任譯述之人選如次：

R. Courant: Differential-und Integral-rechnung		朱言鈞
L. Bieberbach: Theorie der Differentialgleichungen		沈　璿
Grimsehl-Thomaschek: Lehrbuch der Physik:		
	Mechanik	裘維裕
	Wärmelehre-Akustik	許國保
	Elektromagnetisches Feld	史鍾奇
	Optik	葉蘊理
	Atomphysik	王福山
M. Planck: Vorlesungen der theoretische Physik:		
	Allgemeine Mechanik Mechanik deformierbarer Körper	陸學善

Abraham-Becker: Theorie der Elektrizität: Band I: Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität 楊肇燫

Hildebrand: Principles of Chemistry 曹惠羣

Latimer-Hildebrand: Reference Book of Inorganic Chemistry 曹惠羣

以上各書均期以一年告竣。又爲編撰程式之規劃及名詞之統一，推定下走爲總編輯。遂於是年二月初開始工作。當時承中國科學社惠借房屋一間爲編輯室。每星期六日同人集會一次，互作各方面之商榷。並延趙學士孟養襄理編校及其他事務；後趙君他就，改由許學士槑繼之。兩君皆黽勉將事，爲助良多。

一年之中，同人昕夕從事，雖環境艱危，生活窘迫，仍莫不精神煥發，視爲樂事，故均獲完成。嗣中華書局鑒於本集叢書之重要，雖丁此經濟萬分艱苦之時期，慨然擔任出版，本集叢書乃得問世。

茲値付梓，爰誌其涯略，俾讀者知本集之獲蕆事，實由於章榮初氏崇學之熱忱，與夫袁、黃兩先生之多方贊助，同人均深紉佩；而方子衞先生以其餘暇，不吝協力，並此申謝。

所望海內學者，對於本集惠予指正，俾於再版時得減少瑕疵，同人不敏，敢不拜嘉；會當勉竭庸愚，繼爲第二集之譯述，請以本集爲其息壤云爾。

中華民國三十六年一月三十一日　楊肇燫

原　　序

年來力學書籍之見於出版界者，何啻汗牛充棟，就中且不乏佳構，欲圖於此更有所增益，是必有說：著者執教有年，觀察所及，深感初習理論物理學者所遭遇之困難，並非數學之難而爲領略觀念之物理的涵義；最感棘手者，非方程式之計算，而爲方程式之創立，尤其爲方程式之解釋.本卷之主要目的，卽欲於此諸端能對學者有所貢獻.讀者於數學知識當具相當基礎，如解析幾何與微積學必先明其大要.敍述時著者並不以力學體系爲已知之知識，乃導讀者循序漸進，用明其演進之跡象，此自非一般傳統科學文獻所泥定之方向，故每於具有決定性之轉捩點，時時加以指示或警惕，如是則凡具獨立思想之學者或能領略初入一新科學領域中所特有之樂趣.

余確信一準確科學之歷史，以發展之邏輯言，並不自其體系有甚大之偏離，凡與余有同感者當首肯於題材處理之先後，必循該科學實際產生之同一路跡.然此僅就全體立論言，至於外來影響，外界之環境（特別是由先進者之執拗個性所造成者），足引導吾人向迂迴或謬誤之途徑，欲再循故道，自非必需，且或有害.余於闡發定理時所採用之證明，並非常爲最簡捷及最佳者，而爲余所認爲最富啓發性或最曉暢者.蓋着筆時注力所在，並不在某定理之實際如何發見，或往後之如何可以最直接方法證明，而在當時之如何得以最簡捷方法求得之，所不能不承認者，卽於此尚有游移餘地，可因各人之觀點而異.

顧名思義本書實係初步性質，自不欲對任何題材爲周詳之論述.讀者欲求深造，可參考更詳盡之力學教本及專門著作，有時定理之已見於前者亦不憚重複，每遇適當機會，更以新穎方法證明之，蓋欲明瞭一問題之眞實特性及所用以解答此問題之各種方法之不同性能，則除將某特定問題以各種不同方法處理外，實無他道也.

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

Max Planck.

Berlin--Grunewald,

1916年8月.

再版序

因再版之付梓,余得以對本書爲若干必要之校正,且插入幾許新增之材料.在新增材料中須特別提出一說者,爲 Hamilton 及 Jacobi 偏微分方程式之引用,近來在量子論中極形重要者也. 藉此機會,余對諸同仁之指正及興趣,特殊表感戴之忱.

Max Planck.

Berlin－Grunewald,

1919年12月.

第四版序

此新版中本書之特質一仍其舊．在求每一定律時，余所沿用之方法，仍非形式上最簡之方法，而為與物理概念相隨最密之方法，或為去發明當時所用者為最近之方法．蓋公式之緊凑或簡潔，常使所述關係之外表較實際為尤簡，眞正之困難，乃移入定義中．據著者所見，某種知識之誘導，最要者，其終極定義不當如已知結果之置諸開端，而必須於討論特定問題之過程中，由用途及需要，漸見其眞義．

新版中略有改進處，所須提出一說者：余已用近時習用之符號L代表 Lagrange 函數(動勢)，以代 Helmholtz 所用之H，H當留為Hamilton 函數之用．至以動能言，則余殊不欲用近時習用之字母T，前者曾依照 Boltzmann 以L(活勁)代表之．蓋T當留為溫度之用，溫度與動能常相連繫，於統計熱力學中可見之，今用K字代表動能，則意義一見自明，可免混淆不淸之弊．

Max Planck.

Berlin－Grunewald,

1928年3月.

發　凡

0.0.1　力學[1]者,研究物體運動[2]之定律也.凡位置[3]之依時變遷謂之"動",此概念不僅包括時間[4]與空間[5],且及於動體.動體初未限於物體,如水面波峯之推動,則與水中質點本身之運動,大相逕庭;或如陰影之移動,或如磁場[6]中力線[7]之運動,凡此種種,動體本身皆非物質而爲一種吾人意念所注之某種"態[8]".物體運動,吾人特名之曰"微粒運動[9]"以示區別.力學所討論之運動,係專指微粒運動而言.然微粒運動同時亦可爲波動[10],如前述之水波即其一例.所謂"自然"之機械觀[11],即信一切物理變遷,其終極皆爲微粒運動.此觀念之正確與否,固非吾人目下所欲言者.

0.0.2　最簡單之物體爲一質點[12].所謂質點者,乃指其大小較運動中其他一切之大小爲渺乎其小者.故某物體是否可視爲一質點之問題,當全視所討論中運動之性質而定.如地球環繞日球之運動,地球可視爲一質點,而於自轉則否.凡物體依其體內一軸而轉動,吾人皆不得視此物體爲一質點矣.

質點與幾何點[13]宜嚴爲釐別.幾何點係單指其所處之位置而言,質點則兼及於物質之組織,讀者開宗明義,當知質點間非惟有量之別,亦且有質之別.物質之量初不易得一普遍之量度;如鐵與鉛,乃不同之二物,若無一特殊之通性爲其基準,則量之比較,殊屬難能.

凡物體皆得視爲由多數小部分所組成,此每一小部分皆得視爲一質點.故一物體之任何運動.不論情形如何,錯綜複雜,吾人皆得追溯其源,以究其組成此物體諸質點之運動.本書分二篇,一爲質點之力學,一爲質點系之力學.玆先言一質點單純之性質.

---

(1)Mechanics. (2)Motion. (3)Position. (4)Time. (5)Space. (6)Magnetic field. (7)Line of force. (8)State. (9)Corpuscular motion. (10)Wave motion. (11)Mechanical view of nature. (12)Material point. (13)Geometrical point.

力學概論

目錄

力學概論

第一篇　一質點之力學

第一章　直線運動

1.1.1. 茲先論一質點沿直線之運動，暫不究其致動之原．凡祇研究運動而不考其原因者，謂之運動學(1)．動點之位置，隨時以變；如知其在任何時間之位置（即如知其位置爲時間之某函數(2)），則運動即行決定．設動點之位置由幾何點P標識之，P點去O點之距離爲x；O點乃假設固定於空間之一點，即坐標系(3)之原點(4)（圖1.1.1）．x爲P點之橫標(5)，其正負視P點在O點之右或左而定．故當$x=0$時，P與O疊合(6)．P點之運動途徑即x軸，或稱橫標軸．

圖 1.1.1

x遞增之方向謂之軸向，在（圖1.1.1）中此由一箭頭表示之．欲以定數表示距離x，自必有一固定之長度單位，此長度單位例如厘米(7)；一厘米爲 Paris 標準米尺長度百分之一，此標準米尺之長約當於地球子午線一象限之千萬分之一．故x之值即量度所得在OP長度內之厘米數．

既明如何可藉幾何點P以定位，同樣可知如何可藉時間之點以定時．所謂t時間者，即謂自假設固定一時點起所量得之時也．此時間之原點可用任何準確時計定之．t之正負視此時點在原點之後或前而定，在原點時，$t=0$．自前時至後時之方向爲時軸之方向．時間之單位例爲秒(8)，一秒等於平均太陽日86,400分之一．故所謂t時間即指$t=0$時後之秒數．

---

(1)Kinematics. (2)Function. (3)Co-ordinate system. (4)Origin. (5)Abscissa. (6)Coincide. (7)Centimetre. (8)Second.

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

決定質點運動之條件,須知其位置爲時間之函數,如:

$$x=f(t)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.1.1)$$

f須爲實[1]者、單值[2]者、連續[3]者、且爲可取微商[4]者.蓋質點在運動中無論何時必有一定位置,非可突然超躍也.

解方程式(1.1.1)以求t,得

$$t=\phi(x).$$

此示質點在x位置之時間.函數ϕ不必定爲實者,且不必定爲單值者;蓋質點可永無抵達某定點x之時,或在週期運動[5]中,則質點經過某定點可非止一次.

1.1.2. 玆先舉一特殊之例以便解釋.設$f(t)$爲一次函數[6],即:

$$x=at+b\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.1.2)$$

a,b爲二常數.

b之物理意義簡單易曉,此即示$t=0$時動點之所在.a之意義可以由下述之理明之.若 $x'=at'+b$,則在 $t'-t=\Delta t$ 時間內,動點之行程爲$x'-x$,即;

$$x'-x=\Delta x=a(t'-t)=a\cdot\Delta t.$$

故於(1.1.2)式所代表之運動中,行程Δx係與其所需用之時間Δt成比例,換言之相等之距離常需用相等之時間.由此可知a之量即爲行程與時間之常比.以方程式示之,則:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=a\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.1.3)$$

此比數謂之動點之**速度**[7].速度者,單位時間內動點之行程也.行程之正或負,當視t遞增時x之增或減而定.在(1.1.2)式所代表之運動中,其速度不變,故此運動謂之"均速"運動[8].

次可討論任何直線運動 $x=f(t)$ 之普通情形.若 $x'=f(t')$,則在$t'-t=\Delta t$時間內,動點之行程爲$x'-x$.故

(1)Real. (2)One-valued. (3)Continuous. (4)Derivative, differential coefficient. (5)Periodic motion. (6)Linear fuaction. (7)Velocity. (8)Uniform motion.

$$x'-x=\Delta x=f(t')-f(t)=f(t+\Delta t)-f(t).$$

以Δt除之,得

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}.$$

此行程與時間之比數,謂之動點在 t 至 $t+\Delta t$ 時間內之**平均速度**(1). 一般言之,平均速度與 t 及 Δt 均有關.

如使時距(2)漸次縮短,則終得其極限值:

$$\lim\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}=\dot{x}=\dot{f}(t)\cdots\cdots\cdots\cdots(1.1.4)$$

此微商謂之動點在 t 時間之**速度** u. u 祇與時間 t 本身攸關.

以均速運動言,則由(1.1.2)式求得之速度仍爲:$u=\dfrac{dx}{dt}=a$. 以靜止之點言,則$x=$常數,故$u=0$.

1.1.3. 欲藉定數以示速度之値,則長度與時間之單位必先確定. 長度與時間單位選擇不同,則用以代表速度之數字,其物理意義卽因之而異.故速度者,非一"純粹"之數也. 速度爲有"量綱"(3)者,其量綱爲時間除長度之商:

$$\left[\frac{l}{t}\right].$$

此符號係 Maxwell 所初用以表示量綱者, 統示吾人以長度變遷時或時間變遷時或二者均變遷時對於速度數値之影響. 例如欲將 $20\left[\frac{\text{厘米}}{\text{秒}}\right]$之速度以米及分表之,則祇須書:

$$1[\text{厘米}]=\frac{1}{100}[\text{米}],\qquad 1[\text{秒}]=\frac{1}{60}[\text{分}],$$

將此等符號一如普通數量運算而代入原式中卽得: $20\left[\frac{\text{厘米}}{\text{秒}}\right]=12\left[\frac{\text{米}}{\text{分}}\right]$.

凡任何導出之量,如其量綱式已知,皆得如法換算之.

1.1.4. 上節已明均速運動($u=$常數)之例,今可進而討論另一特例,卽速度與時間爲一次關係之運動:

$$u=a_1t+b_1\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.1.5)$$

(1)Mean velocity. (2)Interval of time. (3)Dimension

a_1與b_1爲常數．b_1乃動點在$t=0$時之速度，a_1之意義可釋之如下：

設$u'=a_1t'+b_1$，則在$t'-t=\Delta t$時距內速度之變遷爲$u'-u$．

$$u'-u=\Delta u=a_1(t'-t)=a_1\cdot\Delta t.$$

故在此運動中，速度之變遷係與時間成正比，其比數爲a_1：

$$\frac{\Delta u}{\Delta t}=a_1 \qquad (1.1.6)$$

a_1謂之動點之**加速度**(1)．加速度者，每單位時間內速度之增量也，其正或負當視t遞增時速度u之增或減而定．在(1.1.5)式所代表之運動中，其加速度不變，故謂之"均加速運動"(2)．

由此可更進而討論(1.1.4)式所示之任何運動：

$$u=\dot{f}(t).$$

同樣若$u'=\dot{f}(t')$，則在$t'-t=\Delta t$時距內速度之變遷爲$\Delta u=u'-u$，以時距除之，得：

$$\frac{u'-u}{t'-t}=\frac{\Delta u}{\Delta t}=\frac{\dot{f}(t+\Delta t)-\dot{f}(t)}{\Delta t}.$$

此速度變遷與所需時間之比謂之動點在t至$t+\Delta t$時距內之**平均加速度**(3)．一般言之，平均加速度與t及Δt均有關．

如使時距漸次縮短，則終得其極限值：

$$\lim\frac{\Delta u}{\Delta t}=\frac{du}{dt}=\dot{u}=\ddot{x}=\ddot{f}(t) \qquad (1.1.7)$$

此微商謂之動點在t時間之**加速度**，是則祇與時間t本身攸關．

均速運動或靜止之質點，其加速度俱爲零．

加速度之量綱可自(1.1.7)式得之，卽：

$$\left[\frac{l}{t^2}\right].$$

參閱第1.1.3節由此量綱式可得：

$$20\left[\frac{\text{厘米}}{\text{秒}^2}\right]=720\left[\frac{\text{米}}{\text{分}^2}\right].$$

吾人自可將此方法依次推廣而得"較高級之加速度"，然此等量在

(1)Acceleration. (2)Uniformly accelerated motion. (3)Mean acceleration.

物理學上之重要性甚微.

在$x, u, \dot{u}$諸量中，如任何一量已知爲時間t之某函數，則其他二量可依t求微商或取積分得之. 例如：在均加速運動(1.1.5)中，x與t爲二次(1)之關係.

1.1.5. 綜上所述，吾人僅論及運動本體而未究其致動之原. 欲探究運動之原因，則必自特殊觀察始. 經驗昭示吾人，運動種類，形態不一，球之拋擲也，石之下落也，擺(2)之蕩動也，凡此種種，每一運動各有其特殊之因. 如球之拋擲，則原動者爲吾人手臂之肌肉；石之下落，其致動之原在地球；至如擺之振動則除手臂與地球外，且與懸置之方法有關. 所須明瞭者，即舉凡手臂也，地球也，懸置之方法也，如不存在，則上述諸運動之發生即不可能矣. 力學之主要鵠的，即在探討於特定原因下所可發生之運動種類.

吾人所首須解答者有一事：如不問質點之過去歷史，並蠲除過去可影響其運動之原因，換言之，如質點目下已完全隔絕於太空中，與其他諸體遠隔無窮，則該質點之運動爲何如？此問題自非可以實驗答之，且是否有物理意義，亦殊屬疑問. 蓋嘗有龐大之體或在遼遠之處而稍可影響於質點之運動. 然在任何特殊運動中，吾人可減少凡可爲致動原因之其他物體之影響，且理論上吾人可減少此影響至無限小. 如拋擲之球，吾人可使之自由循其行程而無窒礙，吾人可割斷垂擺之線以使自由下落. 凡此諸例，不勝枚舉. 吾人自不能移去地球，然若置質點於準確水平(3)之固定平面上，例如相當廣大之彈球面上，則地球對此質點運動之影響可除去. 依此實驗，可知質點(如球是)運動恆依直線進行，其速度漸次遞減. 然速度之遞減視平面之狀態而定，凡平面之粗糙處愈少者，其速度遞減亦愈小，在光滑冰面上速度之遞減，欲較在彈球布面上爲小甚多. 由此可知，在絕對平面上，由粗糙所致之摩擦及生熱等表面狀態已無存在時，速度之遞減當爲零，換言之，速度不變. 故上述問題可答之如

(1)Quadratic. (2)Pendulum. (3)Horizontal.

下:**一質點如無一切外來致動之因,則運動恆依直線均速進行**,如方程式(1.1.2)所示者.此之謂"慣性原理"(1),卽Newton動律之第一律也.

上述推論並不欲為慣性原理之詮證,乃僅表示闡發此原理之一途徑而已.其證明祇可自不可勝數之應用中得之.要言之,吾人已將一切相關觀察之總和融會於一簡單語句中矣.

讀者切莫視慣性原理為顯而易見之事或僅屬一種定義,須知在慣性原理之辭句中,有一定之物理敍說在,其準確度可耐高度精確實驗而不破者.

1.1.6. 有質點,譬諸一在絕對光滑平面上運動之球,初則完全與外界隔絕,依直線均速進行,忽受某致動原因之影響,而在其運動方向上發生增速或減速現象.設致此變動者為吾人之肌肉,推之於後則增速,遏之於前則減速,當時吾人卽有一種感覺(2),其強度(3)與所產生之加速度有直接因果關係.

是故吾人將以此肌肉感覺量度加速度之起因,此加速度之起因,名之曰**力**(4) X,卽吾人所加於球體者也.由實驗可知凡較強之肌肉感覺,卽較大之力X,必產生較大之加速度$\dot{u}$,如力之方向反,則加速度之方向亦反.如$X=0$,則$\dot{u}=0$;此與慣性原理合.

人體肌肉之感覺,無奈失之不定,未能用作衡量力之標準.故欲藉此種實驗方法以求力與加速度之其他關係,殊屬難能.欲免此困難,可下一更嚴密之定義如下:**所謂力X者,其數量及正負係與所產生之加速度成比例**,此卽 Newton 動律之第二律也.此新定義之合理性,係基於一切可能之實驗,上文由肌肉感覺所得X與$\dot{u}$之關係,卽與此定義相合.不特此也,此定義不含感覺印像,加速度不限於由吾人肌肉所產生,故可應用於任何普遍問題而無礙,下文將詳論之.總之任何運動其致動之因為力,力之值與所產生之加速度成比例.質點之運動如不由其他原因所成而為吾人肌肉所致,則其力卽為吾人所發之力.

(1)Principle of inertia. (2)Sensation. (3)Intensity. (4)Force.

初視之,吾人如卽以加速度釋力而不迂迴於肌肉感覺,豈非更簡捷而合理?然力之概念與加速度之概念迥異,力與肌肉感覺之聯繫實較力與加速度之聯繫,更近於其概念之涵義,下節及往後如第1.5.3節所述之相對運動[1]中,此觀點將更爲明顯.

抑有進者,基本物理概念當先使之與特定之感覺或印象相聯繫,以得一粗率之定義,然後將此粗率定義補充之精進之而得第二定義,此乃物理學上所常用之方法,且恐爲惟一可能之方法.譬諸熱度,初藉以爲定義者爲熱[2]之感覺,譬諸光[3]之色[4],初藉以爲定義者乃色之感覺,然若遽以此爲定義,則未免失之粗率.故必藉可精確量度之相關現象改進之.如熱則藉體積之變遷,溫度計[5]卽其一例;光色則藉波長[6],干涉條紋[7]卽其一例.若或直接以體積變遷定熱之義,以波長定光色之義,則因果倒置;熱也,色也,其概念之涵義全失,不能爲更精進研究之資料,要知此等概念乃物理學說往後發展之蹊徑,在物理學上無甯爲更重要之事也.

究其實,基於加速度之力之定義,亦非終極之定義,猶可加以改進而推廣者,此將於第2.3.9節詳論之.

1.1.7. 上節已言力X與其所產生之加速度$\dot{u}$成正比,最顯明而簡單之事,自爲直接設力與加速度等,然此與吾人基於肌肉感覺最初所定力之定義不侔,蓋如是則無論在若何情形下,一定之力將產生一定之加速度.試取一木製之球及一鐵製之球,二者體積相等,以同速度在光滑水平面上均速進行.實驗之結果,知欲將鐵球及木球同樣加速或減速,則鐵球所需之力爲大,吾人乃謂鐵球較木球之"慣性"較大,而不得不於力及加速度之關係中,插入一正號之比例常數如下:

$$X=m\dot{u}=m\frac{du}{dt}=m\frac{d^2x}{dt^2}\qquad(1.1.8)$$

此常數由動點之組織[8]決定之(參閱第0.0.2節).欲產生一定之加速

(1) Relative motion.　(2) Heat.　(3) Light.　(4) Color.　(5) Thermometer.
(6) Wave-length.　(7) Interference fringes.　(8) Constitution.

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com