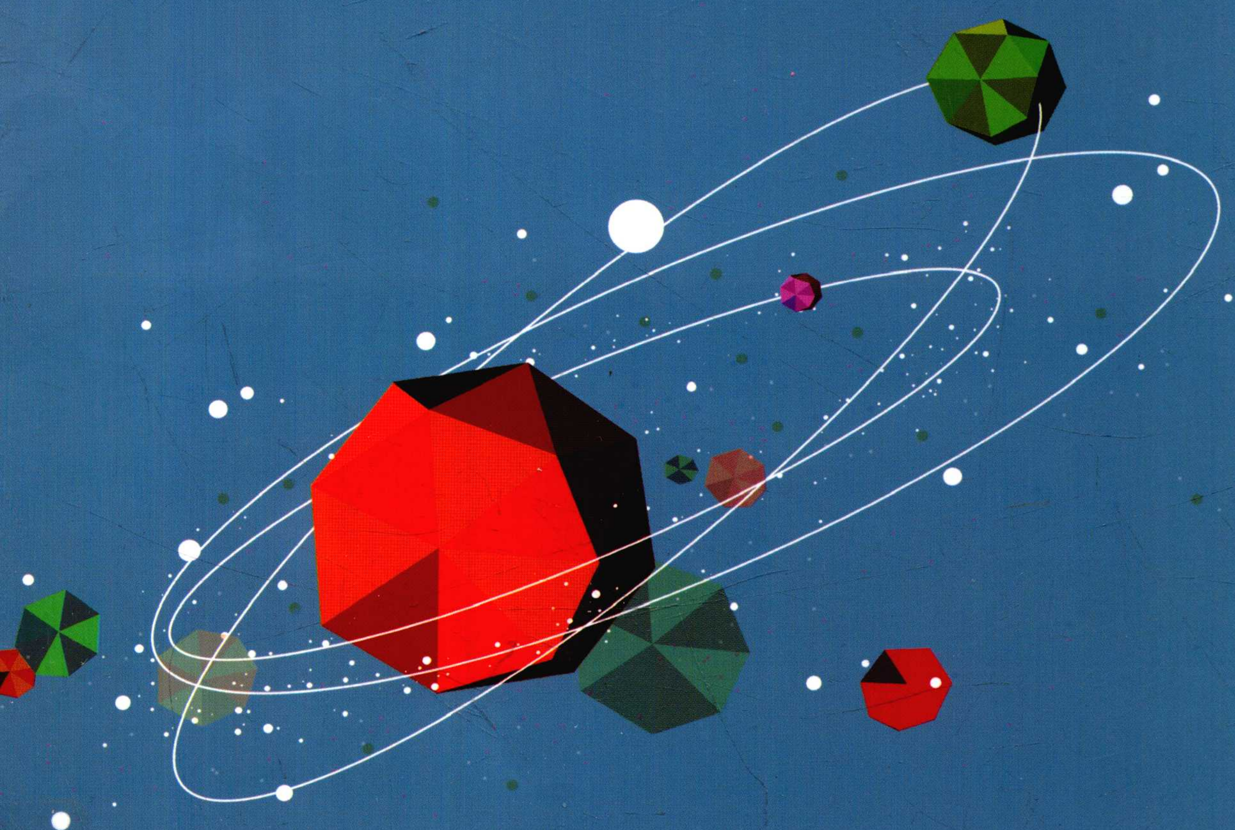
大学物理

（复习指南）

王洁　王红霞　主编

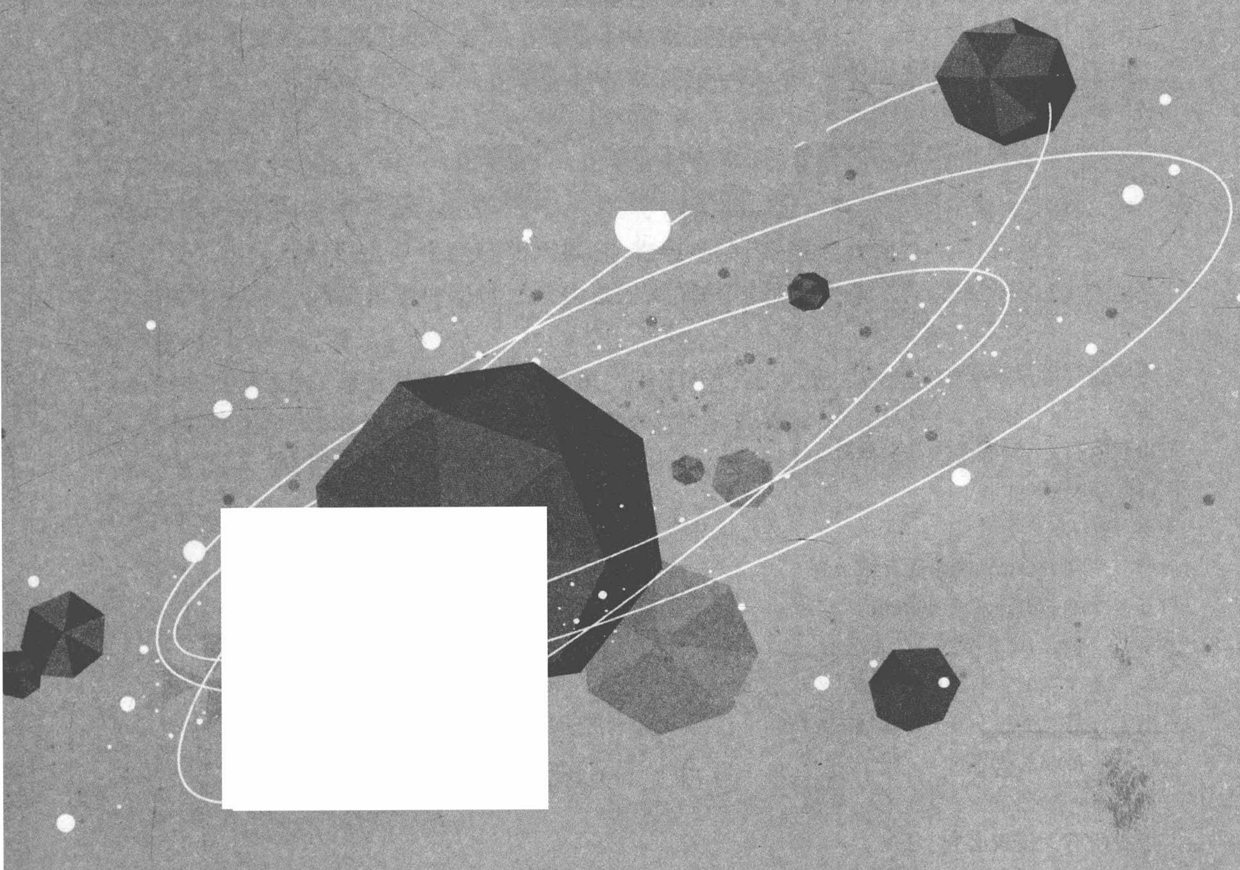


上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

大学物理

（复习指南）

王洁　王红霞　主编



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书与《大学物理(上下册)》教程一书配套使用，内容包括力学、波动和光学、电磁学、热学和量子理论初步等。其中，每章包含基本要求、重点难点、概念辨析、典型例题等环节，对知识点进行梳理。同时附有每章课后练习题的详细参考答案，力求通过解题方法和解题技巧的示范，使学生学会分析问题和解决问题的方法。

本书适合高校本科理工科专业大学一、二年级学生。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理复习指南/王洁，王红霞主编. —上海：上海交通大学出版社，2017

ISBN 978-7-313-16622-7

Ⅰ.①大… Ⅱ.①王…②王… Ⅲ.①物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 022435 号

大学物理复习指南

主　　编：王　洁　王红霞

出版发行：上海交通大学出版社　　地　　址：上海市番禺路 951 号

邮政编码：200030　　电　　话：021－64071208

出 版 人：郑益慧

印　　制：杭州印校印务有限公司　　经　　销：全国新华书店

开　　本：787mm×1092mm　1/16　　印　　张：17.75

字　　数：410 千字

版　　次：2017 年 2 月第 1 版　　印　　次：2017 年 2 月第 1 次印刷

书　　号：ISBN 978-7-313-16622-7/O

定　　价：42.00 元

前　言

大学物理课程是高等院校理工科学生的必修课程，也是一门重要的基础课程，对培养学生的科学素质、锻炼学生思维能力有着其他学科不能替代的作用。《大学物理复习指南》主要为帮助大学生更好学习和掌握大学物理知识而编写的指导性图书。大学物理课程一般开设在大一下学期和大二上学期。由于学时的限制，学生在学习本课程过程中普遍感受是学习容量大，进度快，难度高。课堂上教师的讲解，学生并不能完全理解和掌握本课程的知识要点，课后的习题训练往往会遇到较大的困难。针对学生的学习困境，在总结长期教学经验的基础上，我们编写了这本《大学物理复习指南》，目的是帮助学生理清教学思路，理解课程内容，掌握物理知识。

本书分为上、下册两部分，其中上册十一章，下册六章。每章包含基本要求、重点难点、复习框图、概念辨析、典型例题和本章知识点配套习题几个环节。基本要求、重点难点、概念辨析给出本章主要概念和知识点，并对概念和知识点进行深入剖析。复习框图环节对本章节知识进行梳理，有利于学生把握学习思路，将知识系统化。典型例题和配套习题（含答案）设计可以很好地帮助大学生理解物理概念、物理规律，并通过解题方法和解题技巧的示范，让学生学会分析问题和解决问题。学生通过课堂外习题的训练，起到巩固学习内容，加强知识运用的效果。

本书由王洁、王红霞老师担任主编，姚建明老师担任副主编。在此非常感谢黄文涛、宿刚、宗兆存、程雪苹、李金玉等教师对本书编写提供的宝贵资料。

由于编者水平有限，书中存在的错误或不当之处，希望使用本书的教师、学生和广大读者不吝赐教。

目 录

上 册

下 册

上 册

第 1 章 矢量和运动学

1.1 基本要求

(1)掌握描述质点运动物理量:位置矢量、位移、速度、加速度,理解这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性。

(2)理解运动方程的物理意义及作用。掌握运用运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度的方法,以及已知质点运动的加速度和初始条件求速度、运动方程的方法。

(3)能计算质点在平面内运动时的速度和加速度,以及质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

(4)理解伽利略速度变换式,并会用它求简单的质点相对运动问题。

1.2 重点及难点

1. 重点

描述质点运动的基本物理量:位置矢量、位移、速度、加速度、角速度和角加速度。

能借助直角坐标系计算质点在平面内运动的两类问题,即由运动方程求速度和加速度的问题以及由加速度和初始条件求运动方程。

能运用角量与线量的关系,计算质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

2. 难点

相对运动问题的理解和运用。

1.3 复习框图

如图 1-1 所示。

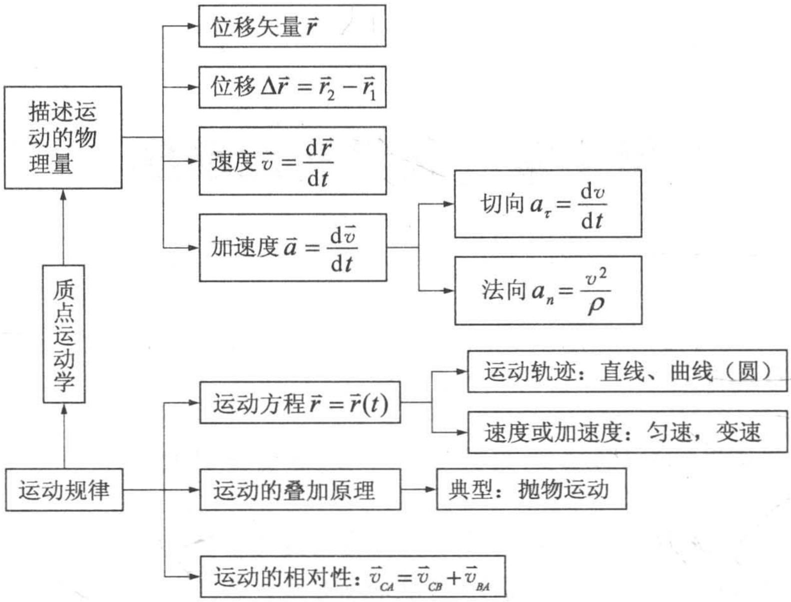


图 1-1

1.4 概念辨析

1. $\vec{r}$,$\vec{v}$,$\vec{a}$都是矢量,既有大小,又有方向

合成与分解时,可运用平行四边形法则或三角形法则,也可以在选定的坐标系中以分量的解析式表示。

2. 注意$|\Delta\vec{r}|$与Δr,$|\Delta\vec{v}|$与Δv的区别

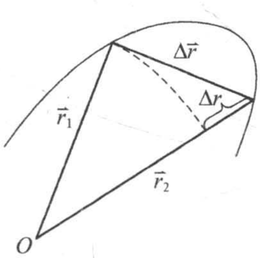


图 1-2

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2}$$

$$\Delta r=r_2-r_1=\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}-\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}$$

$|\Delta\vec{r}|$与Δr的区别如图 1-2 所示。

$$|\vec{v}|=\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|,\text{一般情况下},|\vec{v}|\neq\frac{dr}{dt}$$

$$|\vec{a}|=\left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right|,\text{一般情况下},|\vec{a}|\neq\frac{dv}{dt}$$

3. $\vec{r}$,$\vec{v}$,$\vec{a}$三者之间的关系

$\vec{r}$,$\vec{v}$,$\vec{a}$三者之间的关系,是矢量微分关系或矢量积分关系。

4. 矢量的叠加性

运动方程在坐标系中可分解为分量式,实际上反映了矢量的叠加性。位矢方程的分量方程表示运动的各个分运动。在直角坐标系中,各分运动均为直线运动。因此,任何复杂的质点运动都可认为是空间三维(或平面二维)直线运动的合运动。如斜抛运动可分解为

水平匀速直线运动和竖直方向上的竖直上抛运动。

5. 位移和路程的区别

位移是矢量，仅与质点的初、终点的位置有关，而与中间的具体路径无关。路程是标量，是质点所经路径的实际长度，它不仅与质点的始点、终点位置有关，而且还与中间通过的具体路径有关。仅在运动方向不变时，位移在量值上与路程相等。

6. 速度与速率的区别

速度是描述质点位置变化快慢和方向的物理量，是矢量。速率是描述质点运动路径长度随时间变化快慢的物理量，是标量，恒为正值。

$$\text{瞬时速度}\ \vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t},\text{平均速度}\ \vec{v}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\text{瞬时速率}\ v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t},\text{平均速率}\ \bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

平均速度与平均速率是两个不同的概念，这是由于在 Δt 时间内质点位移与路程的概念不同而引起的。但对同一时刻的瞬时速度和瞬时速率，它们的量值总是相同的，即 $|\vec{v}|=v$。

7. 运动方程与轨道方程

运动方程 $\vec{r}=\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$，表示质点位置随时间变化的关系式。也可写成 $x=x(t)$，$y=y(t)$，$z=z(t)$。

轨道方程是由运动方程中消去参数 t，所得到的关系式。

1.5 典型例题

本章研究的问题主要有：

1. 质点运动学两类基本问题

(1)由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位置矢量、速度和加速度(见图 1-3)。

(2)已知质点的加速度以及初始速度和初始位置，可求质点的速度及其运动方程。

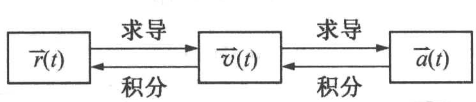


图 1-3

例 1-1 如图 1-4 所示，一人用绳子拉着车前进，小车位于高出绳端 h 的平台上，人的速率为 0 不变，求小车的速度和加速度(绳子不可伸长)。

解 人的速度为：

$$v_0=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

车前进的速率：

$$v_1=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

因为 $l^2=x^2+h^2$，两边求导得：

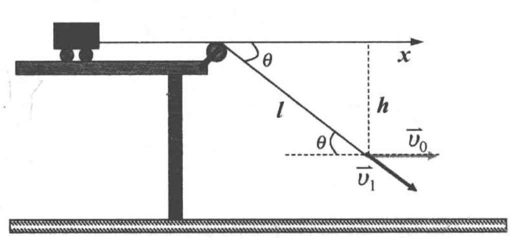


图 1-4

$$2l\frac{dl}{dt}=2\frac{dx}{dt}x$$

则小车的速度为：

$$v_1=\frac{x}{l}v_0=\frac{v_0x}{\sqrt{x^2+h^2}}$$

小车的加速度为：

$$\begin{aligned}a=\frac{dv_1}{dt}&=\frac{v_0}{\sqrt{x^2+h^2}}\frac{dx}{dt}+v_0x\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}}\right)\frac{dx}{dt}\\&=v_0^2\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(x^2+h^2)^3}}\right)\\&=\frac{v_0^2h^2}{\sqrt{(x^2+h^2)^3}}\end{aligned}$$

例 1-2 一质点具有恒定加速度 $\vec{a}=6\vec{i}+4\vec{j}$ (m/s²)，在 $t=0$ 时，其速度为零，位矢 $\vec{r}=10\vec{i}$ m。求：①质点在任意时刻的速度和位矢；②质点在 Oxy 平面上的轨迹方程。

解 ①由题设 $a=6i+4j$，即

$$a_x=6\text{m/s}^2, a_y=4\text{m/s}^2$$

由
$$a_x=\frac{dv_x}{dt}, \text{或 } dv_x=a_x dt$$

积分，有
$$\int_0^{v_x}dv_x=\int_0^t a_x dt$$

得
$$v_x=6t$$

同理
$$v_y=4t$$

故得任意时刻的速度为：
$$\vec{v}=(6t\vec{i}+4t\vec{j})\text{m/s}$$

又由
$$v_x=\frac{dx}{dt} \text{ 或 } dx=v_x dt$$

并积分有：

$$\int_{x_0}^{x}dx=\int_0^t v_x dt$$

且
$$x_0=10m$$

得
$$x-10=\int_0^t 6t dt$$

即
$$x=10+3t^2$$

同理
$$y=2t^2$$

故得任意时刻的位矢量为：

$$\vec{r}=[(10+3t^2)\vec{i}+2t^2\vec{j}]m$$

②由上述可知，质点在平面上的运动方程为：

$$x=10+3t^2$$
$$y=2t^2$$

消去 t 得质点的轨迹方程为：

$$y=\frac{2}{3}x-\frac{20}{3}$$

2. 抛体运动和一般圆周运动

例 1-3 如图 1-5 所示，要使炮弹正好命中离炮口水平距 $S=30\text{m}$，高出炮口 $H=15\text{m}$ 的目标，若炮身仰角为 $\theta=60°$，试求：①炮弹出口时的速率；②炮弹命中目标时的速度。

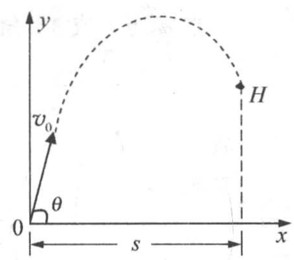


图 1-5

解 ①炮弹击中目标时，位移在水平方向上的分量是 30m，在竖直方向上的分量为 15m。设炮弹出口速度为 $\vec{v}$，则炮弹的运动方程为：

$$x = v_0\cos\theta \cdot t$$

$$y = v_0\sin\theta t - \frac{gt^2}{2}$$

将已知数值代入上式。可解得炮弹出口时的速率和击中目标时所经历的时间分别为：

$$v_0 = 21.8\text{m/s}, t = 2.75\text{s}$$

②炮弹的速度沿 x、y 轴的分量表达式为：

$$v_x = v_0\cos\theta$$

$$v_y = v_0\sin\theta - gt$$

以已知数值代入上式，得

$$v_x = 21.8 \times \cos60° = 10.09\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_y = 21.8 \times \sin60° - 9.8 \times 2.75 = -8.07\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

所以击中目标时的速率为：

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 13.5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

速度与 x 轴正方向夹角为 α，则

$$\alpha = -\arccos(v_x/v) = -13°9'$$

例 1-4 某电动机转子半径 $r=0.1\text{m}$，转子转过的角位移与时间的关系为 $\theta=2+4t^3$，试求：

①当 $t=2\text{s}$ 时，边缘上一点的法向加速度和切向加速度的大小。

②当电动机的转角 θ 等于多大时，其合成加速度与半径成 45°角？

解 由转子的角动量方程：

$$\theta = 2 + 4t^2$$

对时间 t 求导数，可得转子的角速度：

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 12t^2 \qquad \text{Ⅰ}$$

对时间 t 再次求导数，可得转子的角加速度：

$$\beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 24t \qquad \text{Ⅱ}$$

①以 $t=2\text{s}$ 代入式Ⅰ，式Ⅱ得：

$$\omega = 48\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\beta = 48\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

根据角量与线量的关系得：

$$a_\tau = \beta r = 48 \times 0.1 = 4.8\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_{向} = r\omega^2 = 0.1 \times 48^2 = 2.3 \times 10^2 \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

②当 a 与 r 成 45°角时,a 也与 a_τ 成 45°角,此时

$$\frac{a_\tau}{a_{向}} = \frac{a\sin\varphi}{a\cos\varphi} = \tan 45° = 1 \; \frac{a_\tau}{a_{向}} = \frac{a\sin\varphi}{a\cos\varphi} = \tan 45° = 1$$

故
$$a_\tau = a_{向}$$

又因
$$a_\tau = r\beta = 24rt$$
$$a_{向} = \omega^2 r = 144rt^4$$

故
$$24rt = 144rt^4$$

解得
$$t = 0.55\mathrm{s}$$

将 t=0.55s 代入转子的角位移方程,得

$$\theta = 2 + 4 \times 0.55^3 = 2.67\mathrm{rad}$$

3. 相对运动问题

例 1-5 河水自西向东流动,速度为 10km/h。一轮船在水中航行,船相对于河水的航向为北偏西 30°,相对于河水的航速为 20km/h,此时风向为正西,风速为 10km/h。试求在船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向(设烟离开烟囱后很快就获得与风相同的速度),如图 1-6 所示。

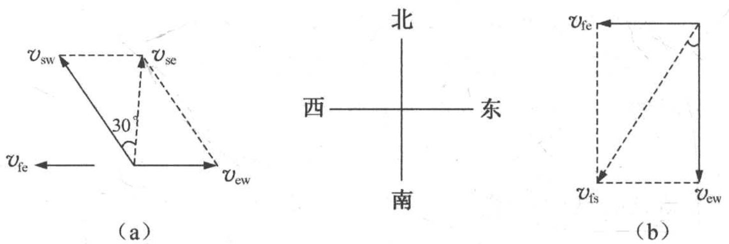


图 1-6

解 设水、风、船和地球分别为 w、f、s 和 e,则水—地、风—船、风—地和船—地间的相对速度分别为 $\vec{v}_{we}$、$\vec{v}_{fs}$、$\vec{v}_{fe}$ 和 $\vec{v}_{se}$。由已知条件

v_{we} = 10km/h,正东方向;

v_{fe} = 10km/h,正西方向;

v_{sw} = 20km/h,北偏西 30° 方向。

根据速度合成公式可知:

$$\vec{v}_{se} = \vec{v}_{sw} + \vec{v}_{we}$$

$v_{se} = 10\sqrt{3}10$km/h,方向正北

$v_{es} = 10\sqrt{3}10$km/h,方向正南

同理:

$$\vec{v}_{fs} = \vec{v}_{fe} + \vec{v}_{es}$$

v_{fs} = 2010km/h,方向南偏西 30°

所以,船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向即 v_{fs}=2010km/h,方向南偏西 30°。

1.6 习题

(1)一质点沿 x 轴运动,其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为 $a=2+6x^2$(SI),如果质点

在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度。

(2)有一质点沿 x 轴做直线运动，t 时刻的坐标为 $x=4.5t^2-2t^3$(SI)。试求：

①第 2 秒内的平均速度；

②第 2 秒末的瞬时速度；

③第 2 秒内的路程。

(3)一质点沿半径为 R 的圆周运动。质点所经过的弧长与时间的关系为 $S=bt+\frac{1}{2}ct^2$，其中 b、c 是大于零的常量，求从 $t=0$ 开始到切向加速度与法向加速度大小相等时所经历的时间。

(4)由楼窗口以水平初速度 $\vec{v}_0$ 射出一发子弹，取枪口为原点，沿 $\vec{v}_0$ 方向为 x 轴，竖直向下为 y 轴，并取发射时刻 t 为 0，试求：

①子弹在任一时刻 t 的位置坐标及轨迹方程；

②子弹在 t 时刻的速度，切向加速度和法向加速度。

(5)①对于在 xy 平面内，以原点 O 为圆心做匀速圆周运动的质点，试用半径 r、角速度 ω 和单位矢量 $\vec{i}$、$\vec{j}$ 表示其 t 时刻的位置矢量。已知在 $t=0$ 时，$y=0$，$x=r$，角速度 ω，如图 1-7 所示；

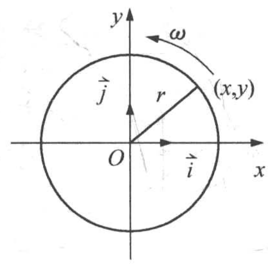


图 1-7

②由①导出速度 $\vec{v}$ 与加速度 $\vec{A}$ 的矢量表示式；

③试证加速度指向圆心。

(6)一男孩乘坐一铁路平板车，在平直铁路上匀加速行驶，其加速度 a，他向车前进的斜上方抛出一球，设抛球过程对车的加速度 a 的影响可忽略，如果他不必移动在车中的位置就能接住球，则抛出的方向与竖直方向的夹角应为多大？

(7)一敞顶电梯以恒定速率 $v=10\text{m/s}$ 上升。当电梯离地面 $h=10\text{m}$ 时，一小孩竖直向上抛出一球。球相对于电梯初速率 $v_0=20\text{m/s}$。试问：

①从地面算起，球能达到的最大高度为多大？

②抛出后经过多长时间再回到电梯上？

(8)一球从高 h 处落向水平面，经碰撞后又上升到 h_1 处，如果每次碰撞后与碰撞前速度之比为常数，问球在 n 次碰撞后还能升多高？

(9)一物体悬挂在弹簧上作竖直振动，其加速度为 $a=-ky$，式中 k 为常量，y 是以平衡位置为原点所测得的坐标。假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0，试求速度 v 与坐标 y 的函数关系式。

(10)有一宽为 l 的大江，江水由北向南流去。设江中心流速为 u_0，靠两岸的流速为零。江中任一点的流速与江中心流速之差是和江心至该点距离的平方成正比。今有相对于水的速度为 $\vec{v}_0$ 的汽船由西岸出发，向东偏北 45°方向航行，试求其航线的轨迹方程以及到达东岸的地点。

(11)当一列火车以 3610km/h 的速率水平向东行驶时，相对于地面匀速竖直下落的雨滴，在列车的窗子上形成的雨迹与竖直方向成 30°角。

①雨滴相对于地面的水平分速有多大？相对于列车的水平分速有多大？

②雨滴相对于地面的速率如何？相对于列车的速率如何？

(12)一人自原点出发，25s 内向东走 30m，又 10s 内向南走 10m，再 15s 内向正西北走

18m。求在这 50s 内：

①平均速度的大小和方向；

②平均速率的大小。

(13)河水自西向东流动，速度为 10km/h。一轮船在水中航行，船相对于河水的航向为北偏西 30°，相对于河水的航速为 20km/h。此时风向为正西，风速为 10km/h。试求在船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向。(设烟离开烟囱后很快就获得与风相同的速度)。

(14)一质点沿 x 轴运动，其加速度为 $a=4t$(SI)，已知 $t=0$ 时，质点位于 $x_0=10$m 处，初速度 $v_0=0$。试求其位置和时间的关系式。

(15)在离水面高度为 h 的岸边，有人用绳子拉船靠岸，船在离岸边 s 距离处，当人以速率 v_0 匀速收绳时，试求船的速率和加速度大小。

1.7 习题参考答案

(1)解：设质点在 x 处的速度为 v.

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2+6x^2$$

$$\int_0^v v\mathrm{d}v=\int_0^x(2+6x^2)\mathrm{d}x$$

$$v=2(x+x^3)^{\frac{1}{2}}$$

(2)解：①$\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=-0.5\text{m/s}$；

②$v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}}t=9t-6t^2$；

②$v=-6\text{m/s}$；

③$S=|x(1.5)-x(1)|+|x(2)-x(1.5)|=2.25\text{m}$.

(3)解：$v=\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=b+ct$，$a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=c$.

$$a_n=\frac{(b+ct)^2}{R}.$$

根据题意：
$$a_t=a_n;$$

即
$$c=\frac{(b+ct)^2}{R}$$

解得：
$$t=\sqrt{\frac{R}{c}}-\frac{b}{c}$$

(4)解：①
$$x=v_0t,y=\frac{1}{2}gt^2.$$

轨迹方程是：

$$y=\frac{1}{2}x^2\frac{g}{v_0^2}$$

②$v_x=v_0$，$v_y=gt$，速度大小为：

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$$

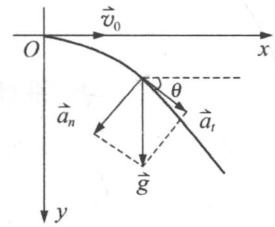


图 1-8

方向为：与 x 轴夹角 $\theta=\tan^{-1}\left(\dfrac{gt}{v_0}\right)$；

$a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$ 与 $\vec{v}$ 同向.

$a_n=(g^2-a_t^2)^{\frac{1}{2}}=\dfrac{v_0g}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$ 方向与 $\vec{a}_t$ 垂直(见图 1-8)。

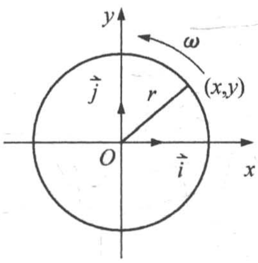


图 1-9

(5)解：① $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}=r\cos\omega t\,\vec{i}+r\sin\omega t\,\vec{j}$；

② $\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=-r\omega\sin\omega t\,\vec{i}+r\omega\cos\omega t\,\vec{j}$；

$\vec{a}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=-r\omega^2\cos\omega t\,\vec{i}-r\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$；

③ $\vec{a}=-\omega^2(r\cos\omega t\,\vec{i}+r\sin\omega t\,\vec{j})=-\omega^2\vec{r}$.

这说明 $\vec{a}$ 与 $\vec{r}$ 方向相反，即 $\vec{a}$ 指向圆心(见图 1-9)。

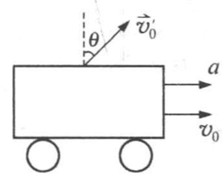


图 1-10

(6)解：设抛出时刻车的速度为 $\vec{v}_0$，球的相对于车的速度为 $\vec{v}'_0$，与竖直方向成 θ 角(见图 1-10)。抛射过程中，在地面参照系中：

车的位移：　$\Delta x_1=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$　①

球的位移：　$\Delta x_2=(v_0+v'_0\sin\theta)t$　②

$\Delta y_2=(v'_0\cos\theta)t-\dfrac{1}{2}gt^2$　③

小孩接住球的条件：　$\Delta x_1=\Delta x_2,\Delta y_2=0$

即　$\dfrac{1}{2}at_2=(v'_0\sin\theta)t,\dfrac{1}{2}gt_2=(v'_0\cos\theta)t$

两式相比得　$\dfrac{a}{g}=\tan\theta,\theta=\tan^{-1}\left(\dfrac{a}{g}\right)$

(7)解：①球相对地面的初速度：

$$v'=v_0+v=30\mathrm{m/s}$$

抛出后上升高度：　$h=\dfrac{v'^2}{2g}=45.9\mathrm{m/s}$；

离地面高度：　$H=(45.9+10)\mathrm{m}=55.9\mathrm{m}$.

②球回到电梯上时电梯上升高度=球上升高度：

$$vt=(v+v_0)t-\frac{1}{2}gt^2$$

$$t=\frac{2v_0}{g}=4.08\mathrm{s}$$

(8)解：　$h=\dfrac{1}{2}v^2/g$

$$h_1=\frac{1}{2}v_1^2/g;h_2=\frac{1}{2}v_2^2/g;\cdots\cdots;h_n=\frac{1}{2}v_n^2/g$$

由题意，各次碰撞后、与碰撞前速度之比均为 k，有

$$k^2=\frac{v_1^2}{v^2};k^2=\frac{v_2^2}{v_1^2};\cdots\cdots;k^2=\frac{v_n^2}{v_{n-1}^2}$$

将这些方程连乘得出：

$$k^{2n}=\frac{v_n^2}{v^2}=\frac{h_n}{h},h_n=hk^{2n}$$

又

$$k^2=v_1^2/v^2=h_1/h$$

$$h_n=h\left(\frac{h_1}{h}\right)^n=\frac{h_1^n}{h^{n-1}}$$

(9)解：

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

又

$$a=-ky,-ky=\frac{v\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

$$-\int ky\,\mathrm{d}y=\int v\mathrm{d}v,-\frac{1}{2}ky^2=\frac{1}{2}v^2+C$$

已知 $y=y_0,v=v_0$,则 $C=-\frac{1}{2}v_0^2-\frac{1}{2}ky_0^2$;

$$v^2=v_0^2+k(y_0^2-y^2)$$

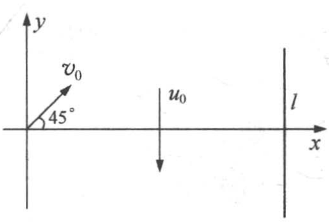


图 1-11

(10)解:如图 1-11 所示,以出发点为坐标原点,向东取为 x 轴,向北取为 y 轴,因流速为 $-y$ 方向,由题意可得 $u_x=0$,则

$$u_y=a\left(x-\frac{l}{2}\right)^2+b$$

令 $x=0,x=l$ 处 $u_y=0,x=\frac{l}{2}$处 $u_y=-u_0$,代入上式定出 a、b,而得：

$$u_y=-\frac{4u_0}{l^2}(l-x)x$$

船相对于岸的速度$\vec{v}(v_x,v_y)$明显可知是：

$$v_x=\frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

$$v_y=\left(\frac{v_0}{\sqrt{2}}\right)+u_y$$

将上两式的第一式进行积分,有

$$x=\frac{v_0}{\sqrt{2}}t$$

还有

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0}{\sqrt{2}}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{v_0}{\sqrt{2}}-\frac{4u_0}{l^2}(l-x)x$$

即

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=1-\frac{4\sqrt{2}u_0}{l^2v_0}(l-x)x$$

因此，积分之后可求得如下的轨迹（航线）方程：

$$y' = x - \frac{2\sqrt{2}u_0}{lv_0}x^2 + \frac{4\sqrt{2}u_0}{3l^2 v_0}x^3$$

到达东岸的地点(x', y')为：

$$x' = l, y' = y_{x=l} = l\left(1 - \frac{3\sqrt{2}u_0}{3v_0}\right)$$

(11)解：①题给雨滴相对于地面竖直下落，故相对于地面的水平分速为零。雨滴相对于列车的水平分速与列车速度等值反向为 10m/s，正西方向。

②设下标 W 指雨滴，t 指列车，E 指地面，则有

$$\vec{v}_{WE} = \vec{v}_{tE}, v_{tE} = 10\text{m/s}$$

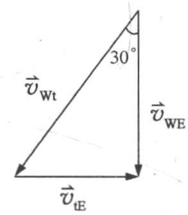


图 1-12

v_{WE}竖直向下，v_{Wt}偏离竖直方向 30°，由图 1-12 求得雨滴相对于地面的速率为：

$$v_{WE} = v_{tE}\cot 30° = 17.3\text{m/s}$$

雨滴相对于列车的速率：

$$v_{Wt} = \frac{v_{tE}}{\sin 30°} = 20\text{m/s}$$

(12)解：①

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ &= 30\vec{i} + (-10\vec{j}) + 18(-\cos 45°\vec{i}) + \sin 45°\vec{j}) \\ &= 17.27\vec{i} + 2.73\vec{j}\end{aligned}$$

$$|\overrightarrow{OC}| = 17.48\text{m}，方向\ \varphi = 8.98°（东偏北）$$

$$|\bar{\vec{v}}| = \left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\overrightarrow{OC}}{\Delta t}\right| = 0.35\text{m/s}$$

方向东偏北 8.98°（见图 1-13）。

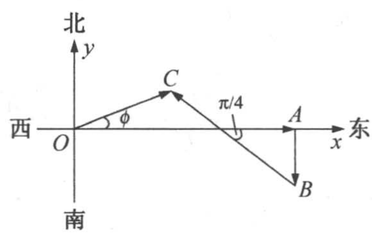


图 1-13

②（路程）$\Delta S = (30 + 10 + 18)\text{m} = 58\text{m}$；

$$\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = 1.16\text{m/s}$$

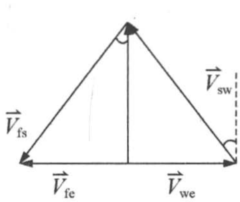


图 1-14

(13)解：记水、风、船和地球分别为 w，f，s 和 e，则水一地、风一船、风一地和船一地间的相对速度分别为$\vec{V}_{we}$、$\vec{V}_{fs}$、$\vec{V}_{fe}$和$\vec{V}_{sw}$。

由已知条件

$V_{we} = 10\text{km/h}$，正东方向。

$V_{fe} = 10\text{km/h}$，正西方向。

$V_{sw} = 20\text{km/h}$，北偏西 30°方向（见图 1-14）。