



2017·电力版·考试推荐用书

# 注册电气工程师 执业资格考试 **公共基础** 辅导教程

---

主 编 王 佳

副主编 陈志新

- ★ 品牌图书，畅销多年，网友和各大培训机构强烈推荐的考试用书。
- ★ 权威专家编写，对考试命题趋势把握精准到位。
- ★ 内容系统全面，突出讲述考生需要掌握的核心内容。
- ★ 精选例题，详细讲解，使考生快速掌握答题技巧，举一反三。



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

要 要 容 内

2017

# 注册电气工程师 执业资格考试公共基础 辅导教程

主 编 王 佳

副主编 陈志新

参 编 刘长河 宫瑞婷 汪长征 任艳荣 石 萍

牛润萍 刘辛国 姜 军 张 宏



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书是根据全国勘察设计注册工程师管理委员会 2009 年公布的最新考试大纲,结合考试特点,组织曾多次参与注册电气工程师执业资格考试培训和教材编写,具有丰富专业基础知识和教学经验的专家、教授编写的。

本书覆盖了注册电气工程师执业资格考试所要求的基础部分内容,结合历年考题,突出讲述了需掌握的考试核心内容,帮助读者全面了解考试的内容和要求。每章的例题和复习题都来自于近十年考试真题,便于读者检验自己的复习效果。

本书内容全面,难度适宜,提纲挈领,精炼实用,特别适合广大考生进行考前复习使用,是参加注册电气工程师执业资格考试人员的必备参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

公共基础辅导教程 / 王佳主编. —北京:中国电力出版社, 2017.4

2017 注册电气工程师执业资格考试

ISBN 978-7-5198-0537-1

I. ①公… II. ①王… III. ①电气工程-资格考试-自学参考资料 IV. ①TM

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 056757 号

出版发行: 中国电力出版社

地 址: 北京市东城区北京站西街 19 号 (邮政编码 100005)

网 址: <http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑: 杨淑玲

责任校对: 王开云 闫秀英

装帧设计: 王英磊

责任印制: 单 玲

印 刷: 北京雁林吉兆印刷有限公司

版 次: 2017 年 4 月第一版

印 次: 2017 年 4 月北京第 1 次印刷

开 本: 787 毫米×1092 毫米 16 开本

印 张: 31.25

字 数: 771 千字

定 价: 88.00 元

版 权 专 有 侵 权 必 究

本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换

## 编写人员名单

主 编 王 佳

副主编 陈志新

参 编 (以编写章节为序)

刘长河 宫瑞婷 汪长征 任艳荣

石 萍 牛润萍 刘辛国 姜 军

张 宏

各章编写人员名单如下:

|       |       |             |
|-------|-------|-------------|
| 第 1 章 | 数 学   | 刘长河         |
| 第 2 章 | 物理学   | 宫瑞婷         |
| 第 3 章 | 化 学   | 汪长征         |
| 第 4 章 | 理论力学  | 任艳荣         |
| 第 5 章 | 材料力学  | 石 萍         |
| 第 6 章 | 流体力学  | 牛润萍         |
| 第 7 章 | 电气与信息 | 王 佳 刘辛国 陈志新 |
| 第 8 章 | 法律法规  | 姜 军         |
| 第 9 章 | 工程经济  | 张 宏         |

# 前 言

注册工程师执业资格考试是建设部和人事部从 2005 年开始组织实施的,它对加强工程设计人员的从业管理,保证工程质量,维护社会公共利益和人民生命财产安全提供了重要保障。注册电气工程师执业资格考试由基础考试和专业考试两个部分组成,基础考试又分为公共基础(上午卷)和专业基础(下午卷)。本书是针对公共基础(上午卷)部分编写的复习参考指导书。

本书主编自 2005 年开始,一直从事注册电气工程师的培训工 作,积累了丰富的教学经验,得到了历届培训学生的认可,具有较高的知名度和威望。参编人员也都是历年参加培训的骨干教师,经验丰富,年富力强。本书严格遵循全国勘察设计注册工程师管理委员会 2009 年 3 月公布的考试大纲,涵盖了考试大纲所要求的全部内容,但根据近十年考试的重点和难点,本着抓重点、讲精髓的理念,突出讲述了考生需要掌握的核心内容,同时以近十年考试真题作为例题,帮助读者全面了解考试的内容和要求,准确把握考试的重点、难点,有效直击考试命题精髓。

本书分为三大部分,共 9 章,完全按照新考试大纲的考核点设置,各章的绝大部分例题都是近十年考试的真题,通过详细的讲解使读者更明确地理解考试大纲的要求,更清楚考试的重点,便于理清解题的思路,找到解题的实用方法。每章后面都附有一定数量的复习题和答案。复习题大多来自历年的考题,非常适合读者考前练习,以检验知识的掌握情况。

有计划地复习和有重点地准备是考生从容应对考试的法宝。只要牢牢抓住考试的核心知识,并用真题来训练自己的考试能力,同时根据自己的特点,合理地分配好时间、精力和体力,为实战做好全方位的准备,本书是广大读者应试的必备教材,相信各位考生一定能顺利通过考试。

预祝大家考试成功!

编者

# 目 录

## 前言

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 第一部分 工程科学基础             | 1   |
| 第1章 数学                  | 1   |
| 1.1 空间解析几何              | 1   |
| 1.2 微分学                 | 9   |
| 1.3 积分学                 | 27  |
| 1.4 无穷级数                | 41  |
| 1.5 常微分方程               | 49  |
| 1.6 线性代数                | 53  |
| 1.7 概率与数理统计             | 69  |
| 数学复习题                   | 84  |
| 数学复习题答案及提示              | 91  |
| 第2章 物理学                 | 96  |
| 2.1 热学                  | 96  |
| 2.2 波动学                 | 109 |
| 2.3 光学                  | 116 |
| 物理学复习题                  | 128 |
| 物理学复习题答案及提示             | 132 |
| 第3章 化学                  | 137 |
| 3.1 物质结构与物质状态           | 137 |
| 3.2 分子结构                | 148 |
| 3.3 溶液                  | 153 |
| 3.4 化学反应方程式、化学反应速率与化学平衡 | 160 |
| 3.5 氧化还原反应与电化学          | 173 |
| 3.6 有机化学                | 179 |
| 化学复习题                   | 188 |
| 化学复习题答案及提示              | 190 |
| 第4章 理论力学                | 193 |
| 4.1 静力学                 | 193 |
| 4.2 运动学                 | 204 |
| 4.3 动力学                 | 208 |
| 理论力学复习题                 | 218 |
| 理论力学复习题答案及提示            | 225 |

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 第5章 材料力学           | 229 |
| 5.1 材料在拉伸、压缩时的力学性能 | 229 |
| 5.2 拉伸和压缩          | 230 |
| 5.3 剪切和挤压          | 234 |
| 5.4 扭转             | 238 |
| 5.5 截面几何性质         | 242 |
| 5.6 弯曲             | 246 |
| 5.7 应力状态           | 255 |
| 5.8 组合变形           | 260 |
| 5.9 压杆稳定           | 265 |
| 材料力学复习题            | 269 |
| 材料力学复习题答案及提示       | 276 |
| 第6章 流体力学           | 281 |
| 6.1 流体的主要物性与流体静力学  | 281 |
| 6.2 流体动力学基础        | 284 |
| 6.3 流动阻力和能量损失      | 289 |
| 6.4 孔口管嘴管道流动       | 293 |
| 6.5 明渠恒定流          | 297 |
| 6.6 渗流、井和集水廊道      | 300 |
| 6.7 相似原理和量纲分析      | 302 |
| 流体力学复习题            | 306 |
| 流体力学复习题答案及提示       | 308 |
| 第二部分 现代技术基础        | 310 |
| 第7章 电气与信息          | 310 |
| 7.1 电磁学概念          | 310 |
| 7.2 电路知识           | 314 |
| 7.3 电动机与变压器        | 343 |
| 7.4 信号与信息          | 351 |
| 7.5 模拟电子技术         | 355 |
| 7.6 数字电子技术         | 374 |
| 7.7 计算机系统          | 382 |
| 7.8 信息表示           | 385 |
| 7.9 常用操作系统         | 388 |
| 7.10 计算机网络         | 390 |
| 电气与信息复习题           | 394 |
| 电气与信息复习题答案及提示      | 407 |
| 第三部分 工程管理基础        | 412 |
| 第8章 法律法规           | 412 |
| 8.1 中华人民共和国建筑法     | 412 |

|      |                          |     |
|------|--------------------------|-----|
| 8.2  | 中华人民共和国安全生产法             | 417 |
| 8.3  | 中华人民共和国招标投标法             | 421 |
| 8.4  | 中华人民共和国合同法               | 424 |
| 8.5  | 中华人民共和国行政许可法             | 431 |
| 8.6  | 中华人民共和国节约能源法             | 435 |
| 8.7  | 中华人民共和国环境保护法             | 438 |
| 8.8  | 建设工程勘察设计管理条例             | 440 |
| 8.9  | 建设工程质量管理条例               | 443 |
| 8.10 | 建设工程安全生产管理条例             | 446 |
|      | 法律法规复习题                  | 451 |
|      | 法律法规复习题答案及提示             | 451 |
| 第9章  | 工程经济                     | 453 |
| 9.1  | 资金的时间价值                  | 453 |
| 9.2  | 财务效益与费用估算                | 456 |
| 9.3  | 资金来源与筹资方案                | 460 |
| 9.4  | 财务分析                     | 462 |
| 9.5  | 经济费用效益分析                 | 469 |
| 9.6  | 不确定性分析                   | 472 |
| 9.7  | 方案经济比选                   | 474 |
| 9.8  | 改扩建项目经济评价特点              | 477 |
| 9.9  | 价值工程                     | 478 |
|      | 工程经济复习题                  | 480 |
|      | 工程经济复习题答案及提示             | 482 |
| 附录   |                          | 484 |
| 附录A  | 2009年勘察设计注册工程师资格考试基础考试大纲 | 484 |
| 附录B  | 勘察设计注册工程师资格考试公共基础试题配置说明  | 491 |
| 参考文献 |                          | 492 |

# 第一部分 工程科学基础

## 第1章 数 学

### 1.1 空间解析几何



#### 考试大纲

向量的线性运算；向量的数量积、向量积及混合积；两向量垂直、平行的条件；直线方程；平面方程；平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系；点到平面、直线的距离；球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面方程；常用的二次曲面方程；空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

#### 1.1.1 向量代数

##### 1. 向量的概念

向量  $\alpha$  的模记为  $|\alpha|$ ，向量  $\alpha$  的单位向量记为  $\alpha^0$ 。

设  $\alpha = xi + yj + zk = \{x, y, z\}$ ，则  $|\alpha| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ， $\alpha^0 = \frac{\alpha}{|\alpha|}$ 。

方向余弦  $\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$ ，其中， $\alpha, \beta, \gamma$  为向量  $\alpha$  的三个方向角。

$$\alpha^0 = \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

设  $A(x_1, y_1, z_1)$ ， $B(x_2, y_2, z_2)$  是空间两点，则  $\overrightarrow{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$ 。

##### 2. 向量的运算

设向量  $\alpha = \{x_1, y_1, z_1\}$ ， $\beta = \{x_2, y_2, z_2\}$ ， $\gamma = \{x_3, y_3, z_3\}$ ， $\lambda \in R$ 。

##### (1) 向量的线性运算。

$$\alpha \pm \beta = \{x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2\}$$

$$\lambda \alpha = \{\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1\}$$

##### (2) 数量积。

$$\alpha \cdot \beta = |\alpha| \cdot |\beta| \cos \varphi \quad (\text{其中 } \varphi \text{ 为 } \alpha \text{ 与 } \beta \text{ 的夹角})$$

$$\alpha \cdot \beta = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

运算律:

1) 交换律

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

2) 分配率

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

3) 结合律

$$\lambda(\alpha \cdot \beta) = (\lambda\alpha) \cdot \beta = \alpha \cdot (\lambda\beta)$$

(3) 向量积。向量积  $\alpha \times \beta$  是一个向量, 满足:

1)  $|\alpha \times \beta| = |\alpha| \cdot |\beta| \sin \varphi$ , 其中  $\varphi$  为  $\alpha$  与  $\beta$  的夹角。

2)  $(\alpha \times \beta) \perp \alpha$ ,  $(\alpha \times \beta) \perp \beta$ , 且  $\alpha, \beta, \alpha \times \beta$  构成右手系。

$$\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} k$$

运算律:

1) 反交换律

$$\alpha \times \beta = -\beta \times \alpha$$

2) 与数乘运算的结合律

$$\lambda(\alpha \times \beta) = (\lambda\alpha) \times \beta = \alpha \times (\lambda\beta)$$

3) 分配律

$$\alpha \times (\beta + \gamma) = \alpha \times \beta + \alpha \times \gamma$$

(4) 混合积

$$(\alpha, \beta, \gamma) = (\alpha \times \beta) \cdot \gamma = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

几何意义:  $|(\alpha, \beta, \gamma)|$  表示以  $\alpha, \beta, \gamma$  为棱的平行六面体体积。

运算律:

1)  $(\alpha, \beta, \gamma) = (\beta, \gamma, \alpha) = (\gamma, \alpha, \beta)$ 。

2)  $(\alpha, \beta, \gamma) = -(\alpha, \gamma, \beta) = -(\gamma, \beta, \alpha) = -(\beta, \alpha, \gamma)$ 。

3. 向量间相互关系的判定

(1)  $\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0$ 。

(2)  $\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow \alpha \times \beta = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ 。

(3)  $\alpha, \beta, \gamma$  共面  $\Leftrightarrow (\alpha, \beta, \gamma) = 0$ 。

【例 1-1】(2013) 已知向量  $\alpha = (-3, -2, 1)$ ,  $\beta = (1, -4, -5)$ , 则  $|\alpha \times \beta|$  等于 ( )。

- A. 0
- B. 6
- C.  $14\sqrt{3}$
- D.  $14i+16j-10k$

【解】由

$$\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 14i - 14j + 14k = 14(i - j + k)$$

得  $|\alpha \times \beta| = 14\sqrt{3}$ 。

【答案】C

【例 1-2】(2016) 若向量  $\alpha, \beta$  满足  $|\alpha| = 2$ ,  $|\beta| = \sqrt{2}$ , 且  $\alpha \cdot \beta = 2$ , 则  $|\alpha \times \beta|$  等于 ( )。

- A. 2
- B.  $2\sqrt{2}$
- C.  $2 + \sqrt{2}$
- D. 不能确定

【解】先计算两向量的夹角  $\theta$ 。因为  $\cos \theta = \frac{\alpha \cdot \beta}{|\alpha||\beta|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 所以  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ; 则  $|\alpha \times \beta| = |\alpha||\beta|\sin \theta = 2$ 。

【答案】A

1.1.2 平面与直线

1. 平面

(1) 平面的方程。

1) 点法式方程: 设平面  $\pi$  过点  $M(x_0, y_0, z_0)$ , 法向量  $n = \{A, B, C\}$ , 则平面  $\pi$  的点法式方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

2) 截距式方程: 设平面  $\pi$  在三个坐标轴上的截距分别是  $a, b, c$  (全不为 0), 则其方程为

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

3) 一般方程

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (A, B, C \text{ 不全为零})$$

平面一般方程的特殊情形见表 1-1。

表 1-1 平面一般方程的特殊情形

| 情 形     |             | 方 程                | 特 点          |
|---------|-------------|--------------------|--------------|
| 常数项为 0  | $D = 0$     | $Ax + By + Cz = 0$ | 平面过原点        |
| 一个系数为 0 | $A = 0$     | $By + Cz + D = 0$  | 平面 // x 轴    |
|         | $B = 0$     | $Ax + Cz + D = 0$  | 平面 // y 轴    |
|         | $C = 0$     | $Ax + By + D = 0$  | 平面 // z 轴    |
| 两个系数为 0 | $B = C = 0$ | $Ax + D = 0$       | 平面 // yOz 平面 |
|         | $A = C = 0$ | $By + D = 0$       | 平面 // zOx 平面 |
|         | $A = B = 0$ | $Cz + D = 0$       | 平面 // xOy 平面 |

(2) 两个平面的位置关系。

两个平面  $\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ ,  $\pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$  的夹角余弦

$$\cos \theta = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

两个平面的位置关系见表 1-2。

表 1-2 两个平面的位置关系

| 关 系                     | 条 件                                            | 条件的坐标表示                                                                                   |
|-------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\pi_1 \perp \pi_2$     | $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$          | $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$                                                            |
| $\pi_1 \parallel \pi_2$ | $\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = 0$<br>无公共点 | $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \left( \neq \frac{D_1}{D_2} \right)$ |
| $\pi_1, \pi_2$ 重合       | $\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = 0$<br>有公共点 | $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$                   |

(3) 点到平面的距离。点  $M(x_0, y_0, z_0)$  到平面  $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$  的距离为

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

## 2. 空间直线

(1) 空间直线的方程。

1) 一般方程：将直线  $L$  看作两个平面  $\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ ,  $\pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$  的交线，其一般方程为

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

$L$  的方向向量为

$$\mathbf{s} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}$$

2) 对称式方程：已知直线  $L$  过点  $M(x_0, y_0, z_0)$ ，方向向量  $\mathbf{s} = \{m, n, p\}$ ，其对称式方程为

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

3) 参数方程：已知直线  $L$  过点  $M(x_0, y_0, z_0)$ ，方向向量  $\mathbf{s} = \{m, n, p\}$ ，其参数方程为

$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases} \quad (-\infty < t < +\infty)$$

(2) 两条直线的位置关系。

直线  $L_1: \frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{n_1} = \frac{z-z_1}{p_1}$  和  $L_2: \frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{n_2} = \frac{z-z_2}{p_2}$  的夹角的余弦

$$\cos \theta = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

两条直线的位置关系见表 1-3。

表 1-3 两条直线的位置关系

| 关 系             | 条 件                  | 条件的坐标表示                                               |
|-----------------|----------------------|-------------------------------------------------------|
| $L_1 \perp L_2$ | $s_1 \cdot s_2 = 0$  | $m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2 = 0$                     |
| $L_1 // L_2$    | $s_1 \times s_2 = 0$ | $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$ |

(3) 点到直线的距离。求  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  到直线  $L: \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$  的距离可采用如下步骤：

- 1) 求出过  $M_1$  和法向量  $n = \{m, n, p\}$  的平面  $\pi$  的方程。
  - 2) 求出平面  $\pi$  与直线  $L$  的交点  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 。
  - 3) 所求距离  $d = |M_1 M_2|$ 。
3. 直线与平面的位置关系

直线  $L: \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$  和平面  $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$  的夹角正弦

$$\sin \theta = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

直线与平面的位置关系见表 1-4。

表 1-4 直线与平面的位置关系

| 关 系           | 条 件              | 条件的坐标表示                                   |
|---------------|------------------|-------------------------------------------|
| $L // \pi$    | $s \cdot n = 0$  | $Am + Bn + Cp = 0$                        |
| $L \perp \pi$ | $s \times n = 0$ | $\frac{m}{A} = \frac{n}{B} = \frac{p}{C}$ |

【例 1-3】(2014) 设有直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{1}$  与  $L_2: \begin{cases} x=3-t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$ ，则  $L_1$  与  $L_2$  的夹

角  $\theta$  等于 ( )。

- A.  $\frac{\pi}{2}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{6}$

【解】直线  $L_1, L_2$  的方向向量分别为  $s_1 = \{1, -2, 1\}$ ， $s_2 = \{-1, -1, 2\}$ ，则

$$\cos \theta = \frac{s_1 \cdot s_2}{|s_1||s_2|} = \frac{1 \times (-1) + (-2) \times (-1) + 1 \times 2}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{2}$$

【答案】B

【例 1-4】(2013) 已知直线  $L: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$ , 平面  $\pi: -2x+2y+z-1=0$ 。则 ( )。

- A.  $L$  与  $\pi$  垂直相交  
B.  $L$  平行与  $\pi$  但  $L$  不在  $\pi$  上  
C.  $L$  与  $\pi$  非垂直相交  
D.  $L$  在  $\pi$  上

【解】直线  $L$  的方向向量:  $s = \{3, -1, 2\}$ ; 平面  $\pi$  的法向量:  $n = \{-2, 2, 1\}$ 。  $s \cdot n \neq 0$ , 所以直线和平面不平行; 因为  $s$  和  $n$  的分量不成比例, 所以直线和平面不垂直。

【答案】C

【例 1-5】(2010) 设直线方程为  $\begin{cases} x=t+1 \\ y=2t-2 \\ z=-3t+3 \end{cases}$ , 则该直线 ( )。

- A. 过点  $(-1, 2, -3)$ , 方向向量为  $i+2j-3k$   
B. 过点  $(-1, 2, -3)$ , 方向向量为  $-i-2j+3k$   
C. 过点  $(1, 2, -3)$ , 方向向量为  $i-2j+3k$   
D. 过点  $(1, -2, 3)$ , 方向向量为  $-i-2j+3k$

【解】利用空间直线的参数式方程可知。

【答案】D

【例 1-6】(2011) 设直线方程为  $x=y-1=z$ , 平面方程为  $x-2y+z=0$ , 则直线和平面 ( )。

- A. 重合  
B. 平行不重合  
C. 垂直相交  
D. 相交不垂直

【解】平面的法向量  $n = (1, -2, 1)$ , 直线的方向向量  $s = (1, 1, 1)$ ,  $s \cdot n = 0$ , 所以直线和平面平行。在直线上取一点  $(0, 1, 0)$ , 其坐标不满足平面方程, 即该点不在平面上。

【答案】B

### 1.1.3 曲面

在空间直角坐标系中, 三元方程  $F(x, y, z) = 0$  表示空间曲面。

#### 1. 球面方程

球心在  $M(x_0, y_0, z_0)$ 、半径为  $R$  的球面方程为  $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$ 。特别地, 球心在  $O(0, 0, 0)$ 、半径为  $R$  的球面方程为  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 。

#### 2. 柱面方程

沿定曲线  $C$  并平行于定直线移动的直线  $L$  形成的曲面叫作柱面, 曲线  $C$  叫作柱面的准线, 直线  $L$  叫作柱面的母线。

$F(x, y) = 0$ : 准线为  $\begin{cases} F(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ , 母线平行于  $z$  轴的柱面。

类似可给出柱面  $G(y, z) = 0$  及  $H(x, z) = 0$  的准线方程和母线方向。常见的柱面及其方程见表 1-5。

表 1-5

常见的柱面及其方程

| 名 称  | 方 程                                     |
|------|-----------------------------------------|
| 圆柱面  | $x^2 + y^2 = R^2$                       |
| 椭圆柱面 | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ |
| 双曲柱面 | $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ |
| 抛物柱面 | $x^2 = 2py \ (p > 0)$                   |

3. 旋转曲面

一条平面曲线，绕该平面内一条定直线旋转一周而形成的曲面叫作旋转曲面，这条定直线叫作旋转曲面的旋转轴。

$yOz$  平面内的曲线  $\begin{cases} f(y,z)=0 \\ x=0 \end{cases}$  绕  $y$  轴旋转一周所得的旋转曲面的方程为  $f(y, \pm\sqrt{x^2+z^2})=0$ ，绕  $z$  轴旋转一周所得的旋转曲面的方程为  $f(\pm\sqrt{x^2+y^2}, z)=0$ 。

类似地可给出  $xOy$ ， $zOx$  平面内的曲线绕相应的坐标轴旋转所得的旋转曲面的方程。

4. 二次曲面

由三元二次方程表示的曲面，统称为二次曲面，常见的二次曲面见表 1-6。

表 1-6

常见的二次曲面

| 名 称        | 方 程                                                        |
|------------|------------------------------------------------------------|
| 椭球面        | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  |
| 单叶双曲面      | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  |
| 双叶双曲面      | $-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ |
| 椭圆抛物面      | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2pz \ (p > 0)$        |
| 双曲抛物面（马鞍面） | $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz \ (p > 0)$        |
| 二次锥面       | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$  |

【例 1-7】(2016)  $yOz$  坐标面上的曲线  $\begin{cases} y^2 + z = 1 \\ x = 0 \end{cases}$  绕  $Oz$  轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是 ( )。

A.  $x^2 + y^2 + z = 1$

B.  $x^2 - y^2 + z = 1$

C.  $y^2 + \sqrt{x^2 + z^2} = 1$

D.  $y^2 - \sqrt{x^2 + z^2} = 1$

【解】在方程  $y^2 + z = 1$  中,  $z$  保持不变, 将  $y$  变成  $\pm\sqrt{x^2 + y^2}$ , 可得出所求旋转曲面的方程。

【答案】A

【例 1-8】(2011) 在三维空间中, 方程  $y^2 - z^2 = 1$  所代表的图形是 ( )。

A. 母线平行  $x$  轴的双曲柱面

B. 母线平行  $y$  轴的双曲柱面

C. 母线平行  $z$  轴的双曲柱面

D. 双曲线

【解】由母线平行  $z$  轴的双曲柱面方程  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , 可以推出方程  $y^2 - z^2 = 1$  所代表的图形是母线平行  $x$  轴的双曲柱面。

【答案】A

### 1.1.4 空间曲线

#### 1. 空间曲线方程的一般方程

$$\begin{cases} F_1(x, y, z) = 0 \\ F_2(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

#### 2. 空间曲线在坐标面上的投影

曲线 (1-1) 在  $xOy$  平面的投影方程求法:

(1) 从方程组 (1-1) 中消去  $z$ , 得到一个母线平行于  $z$  轴的柱面  $\varphi(x, y) = 0$ 。

(2) 将  $\varphi(x, y) = 0$  与  $z = 0$  联立, 即得曲线  $C$  在  $xOy$  平面的投影方程  $\begin{cases} \varphi(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 。

类似地, 可求出曲线 (1-1) 在  $xOz$  平面的投影方程  $\begin{cases} \psi(x, z) = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  和它在  $yOz$  平面的投影方程  $\begin{cases} w(y, z) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 。

【例 1-9】(2006) 球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  与平面  $x + z = 1$  的交线在  $xOy$  坐标面上的投影的方程是 ( )。

A.  $x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9$

B.  $\begin{cases} x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}$

C.  $(1-z)^2 + y^2 + z^2 = 9$

D.  $\begin{cases} (1-z)^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x = 0 \end{cases}$

【解】从方程组  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x + z = 1 \end{cases}$  中消去  $z$ , 得  $x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9$ , 从而交线在  $xOy$  坐标面上的投影的方程是  $\begin{cases} x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}$ 。

【答案】B

## 1.2 微分学

### 考试大纲

函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；数列极限与函数极限的定义及其性质；无穷小和无穷大的概念及其关系；无穷小的性质及无穷小的比较；极限的四则运算；函数连续的概念；函数的间断点及其类型；导数与微分的概念；导数的物理意义和几何意义；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；高阶导数；微分中值定理；洛必达法则；函数的切线和法线；函数单调性的判别；函数的极值；函数的凹凸性、拐点；多元函数；偏导数与全微分的概念；二阶偏导数；多元函数的极值和条件极值；多元函数的最大、最小值及其简单应用。

### 1.2.1 极限

#### 1. 数列的极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ 或 } x_n \rightarrow a (n \rightarrow \infty)$$

数列  $\{x_n\}$  可以看作是定义域为自然数集的函数  $x_n = f(n)$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )。因此，数列的极限是函数极限的特殊情形。

(1) 数列收敛的必要条件。收敛数列必有界（无界数列必发散）。

(2) 数列收敛的充分条件。单调有界数列必收敛（单调增加且有上界的数列必收敛；单调减少且有下界的数列必收敛）。

(3) 收敛数列的性质（保号性）。若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ，且  $a > 0$ （或  $a < 0$ ），则存在正整数  $N$ ，只要  $n > N$ ，就有  $x_n > 0$ （或  $x_n < 0$ ）。

(4) 数列极限的四则运算法则。设有数列  $\{x_n\}$ ， $\{y_n\}$ ，若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$ ，则

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \pm y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a \pm b。$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = ab。$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} y_n} = \frac{a}{b} (b \neq 0)。$$

#### 2. 函数的极限

(1)  $x \rightarrow \infty$  时函数的极限。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$$

(2)  $x \rightarrow x_0$  时函数的极限。

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \text{ 或 } f(x) \rightarrow A (x \rightarrow x_0)$$

$$\text{左极限: } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A \text{ 或 } f(x_0 - 0) = A$$

$$\text{右极限: } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A \text{ 或 } f(x_0 + 0) = A$$