

Yilei xinde erwei yuanbao zidongji

一类新的二维元胞自动机

杨纪青 著



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

一类新的二维元胞自动机

杨纪青 著



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

· 南京 ·

内 容 提 要

本书介绍了作者构建的一类新的二维元胞自动机。

这类元胞自动机具有 6 个要素:① 元胞空间为二维空间:正交欧氏坐标系上,水平坐标轴 X 方向双向无限,竖直坐标轴 Y 方向位于 $Y=0$ 到 $Y=20$ 界限内,所有过坐标轴整数刻度与坐标轴正交的直线所形成的每一个单元网格叫元胞,所有元胞的集合叫元胞空间;② 元胞状态值域为 $\{0,1\}$;③ 元胞邻域为元胞所在列和元胞相邻列的所有其他元胞;④ 引入一个元胞自动机的参考向量,例如 $[00110000101110000111]$;⑤ 每个元胞的次态取值是这个元胞的邻域各元胞现态和参考向量的函数;⑥ 元胞自动机演化的初始状态为:在 $X=0$ 与 $X=1$ 两条直线之间的那一列各个元胞上,任意赋值。

如此构建的一类新的元胞自动机,具有如下演化模式:① 沿着 X 轴正负方向,作特定波长,例如 $r=99779$ 的波动;② 一个波长范围内各列元胞状态分布不相同;③ 不同初始状态对应的元胞自动机的演化模式相同;④ 这一类新的二维元胞自动机,它的演化过程生成极紊乱的波动,但这波动又具有确切的波长。

本书设计构建了 10 个新的二维元胞自动机,借助 MATLAB 7 软件,完成了每个样本元胞自动机的演化仿真实验、数据采集、特性分析以及演化过程的可视化展示。

本书可作为高等学校计算机科学与技术、物理学、数学、自动控制以及其他涉及复杂系统自适应演化相关专业的师生和科技工作者的技术参考书。

图书在版编目(CIP)数据

一类新的二维元胞自动机/杨纪青著. —南京:东南大学出版社,2016.12

ISBN 978-7-5641-6920-6

I. ①—… II. ①杨… III. ①自动机 IV. ①TP23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 311497 号

一类新的二维元胞自动机

出版发行 东南大学出版社

出版人 江建中

社 址 南京市四牌楼 2 号

邮 编 210096

经 销 全国各地新华书店

印 刷 虎彩印艺股份有限公司

开 本 700 mm×1000 mm 1/16

印 张 7.75

字 数 152 千字

版 次 2016 年 12 月第 1 版

印 次 2016 年 12 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5641-6920-6

定 价 30.00 元

(本社图书若有印装质量问题,请直接与营销部联系。电话:025-83791830)

前 言

本书介绍了作者构建的一类新的二维元胞自动机。

这类元胞自动机具有 6 个要素:① 元胞空间为二维空间:正交欧氏坐标系上,水平坐标轴 X 方向双向无限,竖直坐标轴 Y 方向位于 $Y=0$ 到 $Y=20$ 界限内,所有过坐标轴整数刻度与坐标轴正交的直线所形成的每一个单元网格叫元胞,所有元胞的集合叫元胞空间;② 元胞状态值域为 $\{0,1\}$;③ 元胞邻域为元胞所在列和元胞相邻列的所有其他元胞;④ 引入一个元胞自动机的参考向量,例如 $[00110000101110000111]$;⑤ 每个元胞的次态取值是这个元胞的邻域各元胞现态和参考向量的函数;⑥ 元胞自动机演化的初始状态为:在 $X=0$ 与 $X=1$ 两条直线之间的那一列各个元胞上,任意赋值。

如此构建的一类新的元胞自动机,具有如下演化模式:① 沿着 X 轴正负方向,作特定波长,例如 $r=99779$ 的波动;② 一个波长范围内各列元胞状态分布不相同;③ 不同初始状态对应的元胞自动机的演化模式相同;④ 这一类新的二维元胞自动机,它的演化过程生成极紊乱的波动,但这波动又具有确切的波长。

本书设计构建了 10 个新的二维元胞自动机,借助 MATLAB 7 软件,完成了每个样本元胞自动机的演化仿真实验、数据采集、特性分析及演化过程的可视化展示。

本书可作为高等学校计算机科学与技术、物理学、数学、自动控制、以及其他涉及到复杂系统自适应演化相关专业的师生和科技工作者的技术参考书。

本书包括 4 章。

第 1 章简单介绍了元胞自动机的本质要素和一些典型应用领域。这一章只是读者阅读本书所需要了解的背景知识。

第 2 章设计构建了一类新的元胞自动机。同时简单介绍了本书对元胞自动机进行计算、仿真、分析、可视化的软件平台 MATLAB 7。这一章是本书的核心模型。根据这一模型所设计构建的一类新的二维元

胞自动机,它的演化过程生成极紊乱的波动,但这波动又具有确切的波长。

第3章介绍了作者设计构建的新的元胞自动机的10个样本。借助MATLAB 7软件,进行每个样本元胞自动机的演化仿真实验、数据采集、特性分析以及演化过程的可视化展示。这一章是本书的主要结果。

第4章以一个小样本为例,介绍了新的元胞自动机的数字逻辑电路模拟技术。这一章是本书对元胞自动机的一个技术拓展。

本书的实质,是介绍了一类新的复杂系统自适应演化的模型、机制、样本、历程。

本书所构建的元胞自动机,用相对较为简单的元胞空间维数、元胞邻域、元胞状态取值步进更新的规则,实现了元胞空间上元胞状态取值组合的集合演化出复杂奇妙的结构和过程:产生一个波长为 10^5 如此之大的波动,且一个周期(波长)内元胞空间上数以万计的列元胞状态取值组合各不相同。更加奇妙的是:这数以万计的列元胞状态取值组合,占到所有可能取值组合个数的四分之一。所以,本书构建的一类新的元胞自动机,品质较优。

本书的撰写过程得到了湖北文理学院领导和老师特别是数计学院的领导和老师,以及我的众多学生和参与作者主持的工程项目的工程师的支持和帮助。在此我表示衷心的感谢。我特别要感谢东南大学出版社朱珉编辑,是朱老师的辛勤付出和热情指导才使本书得以尽快与读者见面。本书出版受到“机电汽车”湖北省“十三五”优势特色学科群项目的资助。作者深表感谢。

杨纪青

2016年11月3日于古隆中

目 录

1 元胞自动机和元胞自动机的应用	(1)
1.1 元胞自动机	(1)
1.2 元胞自动机的应用	(2)
2 一类新的元胞自动机	(4)
2.1 新的元胞自动机的构建	(4)
2.2 元胞自动机仿真软件	(6)
3 新的元胞自动机样本(10个)	(14)
3.1 波长为 96941 的元胞自动机	(14)
3.2 波长为 99783 的元胞自动机	(51)
3.3 波长为 98573, 98579, 98783, 98981, 94973, 98879, 97931, 99779 的元胞自动机	(89)
4 元胞自动机的数字逻辑电路模拟	(98)

1 元胞自动机和元胞自动机的应用

2002年, Wolfram 撰写了《A New Kind of Science》, 把元胞自动机视为一种新的科学发展领域; 到现在, 元胞自动机的发展, 使得借助计算机可以模拟出越来越复杂的自然界的实际动力系统的演化过程; 元胞自动机已经成为研究复杂非线性系统自适应演化模型、机制和理论的一个重要工具。

符号动力系统是研究元胞自动机一般特性的一套数学理论。

设定元胞自动机的各个要素, 借助计算机软件模拟仿真在这些要素支配下, 元胞空间上各个元胞每一步的演化历程, 展示元胞状态取值分布整体的几何特性和时间特性, 是构建新的元胞自动机并探索新的元胞自动机的各种特性的一条有效路径。

本书沿着这条路径, 借助计算机软件来数值仿真和测试分析作者所构建的一类新的元胞自动机, 以检验和展示这类新的元胞自动机在元胞空间的独特的演化性能。

所以, 本章只是作为读者阅读本书的背景知识, 对元胞自动机的概念作一简明的介绍。

1.1 元胞自动机

20世纪50年代, Stanislaw M Ulam 等研究机器自我复制的可能性, 提出一种元胞自动机(Cellular Automata, 简称 CA)的离散动力系统模型。它用简单的规则支配离散的元胞空间上的所有元胞(Cell)同步地根据其邻域元胞状态取值组合而步进更新自身的状态取值, 元胞状态取值值域为有限离散值集合。元胞自动机是研究与仿真复杂系统行为的一个理论框架, 元胞自动机可以完成各种数值计算, 客观实际中存在的各种物理、化学、生物学、美学、地理学、天文学、医学、经济学等学科领域的研究对象的结构和过程, 可用元胞自动机来模拟。

综合现有文献, 概括出元胞自动机的六要素。

(1) 元胞空间和元胞。例如元胞空间为二维空间: 正交欧氏坐标系上, 水平坐标轴 X 方向双向无限, 竖直坐标轴 Y 方向位于 $Y=0$ 到 $Y=20$ 界限内, 所有过坐标轴整数刻度与坐标轴正交的直线所形成的每一个单元网格叫元胞, 所有元胞的集合叫元胞空间。

(2) 元胞状态值域。例如元胞状态的值域为 $\{0,1\}$ 。

(3) 元胞邻域。例如元胞邻域为元胞所在列和元胞相邻列的所有其他元胞。

(4) 可以引入参考参数或向量或矩阵,协助构建元胞状态取值随其邻域元胞状态取值组合而更新的规则。例如引入一个元胞自动机的参考向量,例如 $[00110000101110000111]$ 。

(5) 每个元胞的次态取值是这个元胞的邻域各元胞现态和参考向量的函数。这个函数可以是简单的,也可以是较为复杂的。原则是据此规则元胞空间上的所有元胞的演化能够呈现出复杂的或奇特的行为,相比于这些复杂的或奇特的行为,规则应当是简单的。

(6) 元胞自动机演化的初始状态赋值方式的规定。例如元胞自动机初始状态的赋值方式为:在 $X=0$ 与 $X=1$ 两条直线之间的那一列各个元胞上,任意赋值。

元胞自动机是元胞空间上元胞状态的迭代自映射。从物理学角度看,它是离散的、无穷维的动力学系统;从数学的角度看,它是描述连续现象的偏微分方程的离散化;从自我迭代重复映射的角度看,它是人工智能、人工生命的模型。元胞自动机有物理学定义、集合论定义、拓扑学定义等从不同角度的定义。但是,对于元胞自动机的设计构建和仿真测试功能界定而言,只需要上述元胞自动机的六个要素齐备即可。元胞自动机的定义不断地演变着,但它的六个要素保持着基本的稳定性。

元胞空间上元胞的结构分布、演化过程和演化结果,具有如下性质:

(1) 同质性:元胞空间上的每个元胞,状态取值的步进更新都服从相同的规则。

(2) 齐性:元胞空间上的所有元胞同构,每个元胞的邻域同构。

(3) 空间离散:同构元胞离散排布形成元胞空间。

(4) 时间离散:元胞空间上所有元胞状态的取值同步步进更新。

(5) 状态离散:元胞空间上所有元胞状态只能取有限(k)个离散值(s_1, s_2, \dots, s_k)。

(6) 同步计算或同步自映射(并行性):各个元胞步进更新是同步的但是各自独立的。

(7) 局部性:元胞空间上的每个元胞状态的步进更新即次态取值,只取决于每个元胞有限邻域上各元胞现态的取值组合。

1.2 元胞自动机的应用

元胞自动机应用极其广泛。

例如:通信、信息传递(Communication)、计算(Computation)、构造(Construc-

tion)、生长 (Growth)、复制 (Reproduction)、竞争 (Competition) 与进化 (Evolution)、秩序 (Ordering)、紊动 (Turbulence)、混沌 (Chaos)、非对称 (Symmetry-Breaking)、分形 (Fractality) 等。

再例如: 病毒的感染过程、复杂系统自组织、自繁殖过程; 计算机并行计算过程、流体、场、波的传播过程、催化反应等。

但是, 现有文献显示: 元胞自动机要精确模拟真实的系统的结构和过程, 性质和功能, 所需要的元胞空间维数较大, 元胞的邻域较宽泛, 元胞状态取值步进更新的规则较复杂, 构建元胞自动机的探索研究实现的过程较困难。

一般而言, 能够用尽可能简单的元胞空间维数、元胞邻域、元胞状态取值步进更新的规则, 实现元胞空间上元胞集合演化出复杂奇妙的结构和过程, 则这个元胞自动机品质较高。

本书所构建的元胞自动机, 用较为简单的元胞空间维数、元胞邻域、元胞状态取值步进更新的规则, 实现了元胞空间上元胞集合演化出复杂奇妙的结构和过程: 产生一个周期为 10^5 如此之大的波动, 且一个周期内元胞空间上数以万计的列元胞状态取值组合各不相同。更加奇妙的是: 这数以万计的列元胞状态取值组合个数, 达到了所有可能取值组合个数的四分之一。这是一个紧致的、有序程度很高的元胞自动机。所以, 本书构建的一类新的元胞自动机, 品质较优。

2 一类新的元胞自动机

2.1 新的元胞自动机的构建

新的元胞自动机,它的要素是:

(1) 元胞和元胞空间。新的元胞自动机元胞空间为二维空间。正交欧氏坐标系上,水平 X 轴双向无限,竖直 Y 方向位于 $Y=0$ 到 $Y=20$ 界限内,与坐标轴整数刻度正交的直线所形成的单元网络,叫元胞,所有元胞的集合叫元胞空间。

每一个网格的编号,用网格所接触的坐标整数刻度的绝对值较大的那一个坐标值作为网格的坐标编号,例如:在 $X=5$ 和 6 之间且在 $Y=9$ 和 10 之间的网格,其编号为: $\{6,10\}$;在 $X=-105$ 和在 $X=-106$ 之间且在 $Y=77$ 和 78 之间的网格,其编号为: $\{-106,78\}$ (见表 2.1)。一般地,我们用 $P(i,j)$ 来表示:① 当 X 大于 0 时,坐标在 $X=i-1$ 到 $X=i$ 和 $Y=j-1$ 和 $Y=j$ 之间的网格;或者② 当 X 小于 0 时,坐标在 $X=i+1$ 到 $X=i$ 和 $Y=j-1$ 和 $Y=j$ 之间的网格。如表 2.1 所示。同样一般地,我们用 $S(i,j)$ 来表示元胞 $P(i,j)$ 的状态取值。

(2) 元胞状态值域。元胞状态值域为 $\{0,1\}$ 。

(3) 元胞邻域。元胞邻域为元胞所在列和元胞相邻列的所有其他元胞。

(4) 元胞自动机的参考向量。引入一个元胞自动机的参考状态向量,例如 $[0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0]$,它所映射的二进制数为 00101111001110111100 ;参考状态向量一般表达为: $[s_{20}, s_{19}, \dots, s_j, \dots, s_1]$,它所映射的二进制数表示为: $s_{20}s_{19}, \dots, s_j \dots s_1$ 。类似地,元胞空间中一列元胞 $P(i,j)$, $j=1, 2, \dots, 20$, 的状态为 $S(i,j)$, $j=1, 2, \dots, 20$, 它所映射的二进制数表达为: $S(i,20)S(i,19)S(i,18) \dots S(i,1)$ 。

(5) 元胞次态取值规则。元胞次态取值是元胞邻域和特征向量的函数。

则

$$S^{n+1}(i, j+1) = 1, \text{ 当 } S^n(i, j) \neq sj;$$

$$S^{n+1}(i, j+1) = 0, \text{ 当 } S^n(i, j) = sj;$$

② 若

$$S^n(i, 20)S^n(i, 19)S^n(i, 18)\cdots S^n(i, 1) > s_{20}s_{19}s_{18}\cdots s_1$$

且

$$S^n(i, j-1)S^n(i, j-2)S^n(i, j-3)\cdots S^n(i, 1) < s_{(j-1)}s_{(j-2)}s_{(j-3)}\cdots s_1$$

则

$$S^{n+1}(i, j+1) = 1, \text{ 当 } S^n(i, j) = sj;$$

$$S^{n+1}(i, j+1) = 0, \text{ 当 } S^n(i, j) \neq sj;$$

③ 若

$$S^n(i, 20)S^n(i, 19)S^n(i, 18)\cdots S^n(i, 1) < s_{20}s_{19}s_{18}\cdots s_1$$

且

$$s_{(j-1)}s_{(j-2)}s_{(j-3)}\cdots s_1 > S^n(i, j-1)S^n(i, j-2)S^n(i, j-3)\cdots S^n(i, 1)$$

(上式也包括等号情形)

则

$$S^{n+1}(i, j+1) = 1, \text{ 当 } S^n(i, j) \neq sj;$$

$$S^{n+1}(i, j+1) = 0, \text{ 当 } S^n(i, j) = sj;$$

④ 若

$$S^n(i, 20)S^n(i, 19)S^n(i, 18)\cdots S^n(i, 1) < s_{20}s_{19}s_{18}\cdots s_1$$

且

$$s_{(j-1)}s_{(j-2)}s_{(j-3)}\cdots s_1 < S^n(i, j-1)S^n(i, j-2)S^n(i, j-3)\cdots S^n(i, 1)$$

则

$$S^{n+1}(i, j+1) = 1, \text{ 当 } S^n(i, j) = sj;$$

$$S^{n+1}(i, j+1) = 0, \text{ 当 } S^n(i, j) \neq sj;$$

这一条元胞次态取值规则,保证了每一列元胞的状态自身递次演变,形成周期等于波长的紊乱振荡。

⑤ 元胞自动机演化的初始状态。元胞自动机演化的初始状态为:在 $X=0$ 和 $X=1$ 的二条直线之间的那一列各个元胞上,任意赋值。

2.2 元胞自动机仿真软件

本书采用数值计算和数据可视化功能都很强大的软件 MATLAB7 来完成元胞自动机的演化仿真实验、数据采集、特性分析以及演化过程的可视化展示。

MATLAB 软件的安装与卸载

MATLAB 的安装过程:

(1) 把安装盘放入 CD-ROM, 一般会 自动运行安装程序, 如果不运行, 可以进入光盘双击 setup. exe 文件, 初始化完成, 会出现图 2.1 所示界面。

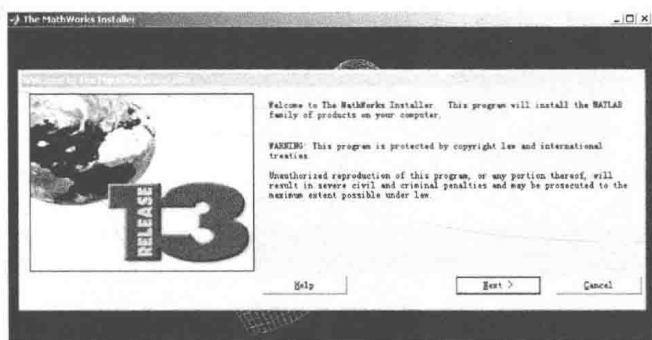


图 2.1 安装界面

(2) 单击 Next 按钮, 出现一个如图 2.2 所示对话框, 输入你的安装序列号。

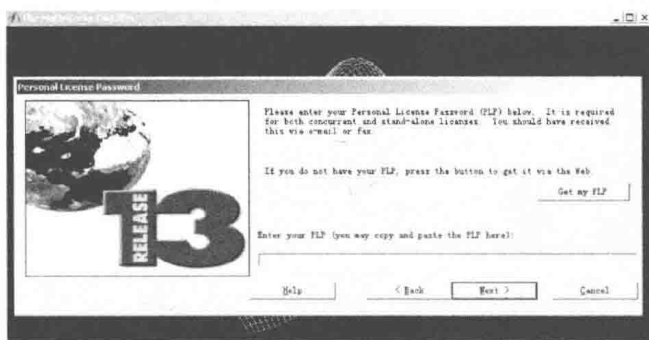


图 2.2 安装序列号

(3) 单击 Next, 出现如图 2.3 所示对话框, 内容是你是否接受协议。

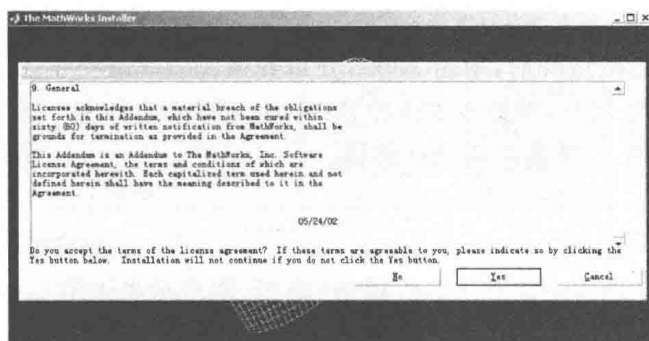


图 2.3 协议认可

单击 Yes, 出现一个如图 2.4 所示对话框, 分别输入你的名字和单位。

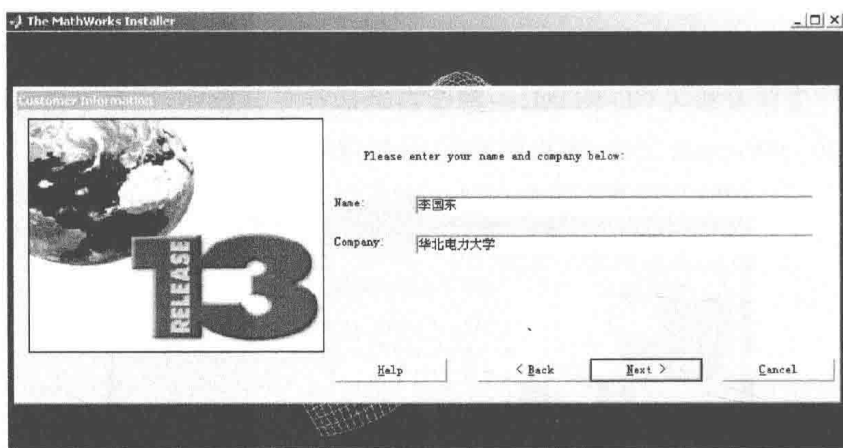


图 2.4 个人信息

(4) 单击 Next, 出现如图 2.5 所示对话框, 第一项是选择安装路径, 一般默认。第二项是选择产品和文件, 单选产品, 或者单选文件。第三项是选择语言, 一般默认英语。第四项是具体选择那些产品文件。

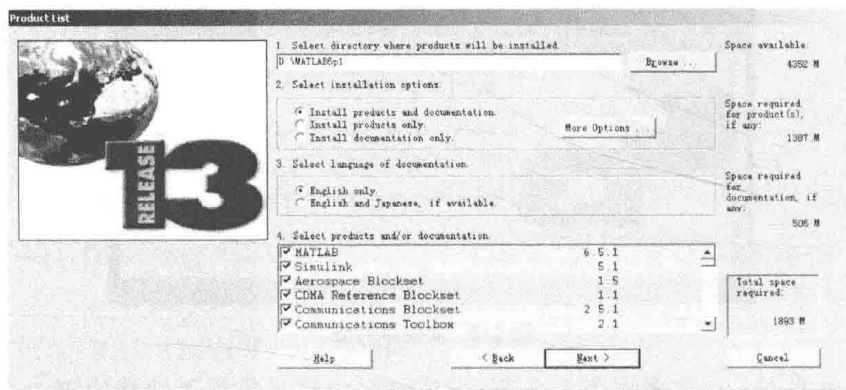


图 2.5 设置

- (5) 进行合适的选择后, 单击 Next, 开始安装。
- (6) 安装到约 70%, 需要在 CD-ROM 中放入第 2 张光盘。继续安装。
- (7) 安装完毕后, 要重新启动计算机。

MATLAB 的命令窗口和命令(见图 2.6,表 2.2)

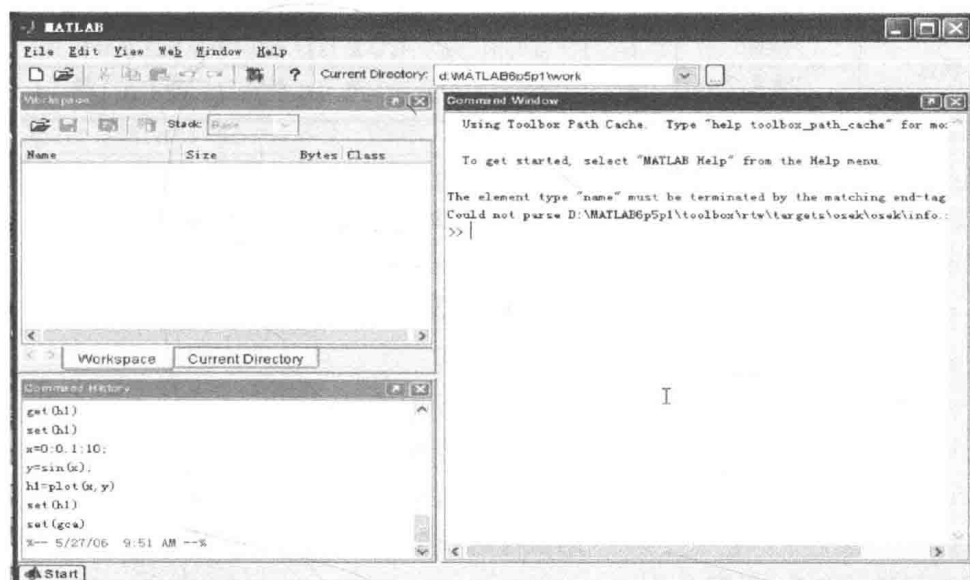


图 2.6 MATLAB 命令窗口

表 2.2 MATLAB 常见数学函数

函数名	数学计算功能	函数名	数学计算功能
abs(x)	实数的绝对值或复数幅值	floor(x)	对 x 朝 $-\infty$ 方向取整
acos(x)	反余弦 arcsin x	gcd(m,n)	求正整数 m 和 n 的最大公约数
acosh(x)	反双曲余弦 arcosh x	imag(x)	求复数 x 的虚部
angle(x)	在四象限内求复数 x 相角	lcm(m,n)	求正整数 m 和 n 的最小公倍数
asin(x)	反正弦 arcsin x	log(x)	自然对数(以 e 为底数)
asinh(x)	反双曲正弦 arcsinh x	log10(x)	常用对数(以 10 为底数)
atan(x)	反正切 arctan x	real(x)	求复数 x 的实部
atan2(x,y)	在四象限内求反正切	rem(m,n)	求正整数 m 和 n 的 m/n 之余数
atanh(x)	反双曲正切 arctanh x	round(x)	对 x 四舍五入到最近的整数
ceil(x)	对 x 朝 $+\infty$ 方向取整	sign(x)	符号函数:求出 x 的符号
conj(x)	求复数 x 的共轭复数	sin(x)	正弦 sin x
cos(x)	余弦 cos x	sinh(x)	反双曲正弦 sinh x
cosh(x)	双曲余弦 cosh x	sqrt(x)	求实数 x 的平方根: \sqrt{x}
exp(x)	指数函数 e^x	tan(x)	正切 tan x
fix(x)	对 x 朝原点方向取整	tanh(x)	双曲正切 tanh x

MATLAB 绘图基本命令

plot($x,y,'s')$, s 用来表示色彩、线型、点型

ezplot('sin(x)/ x ',[$-4 * \pi, 4 * \pi$])

fplot('sin(x)/ x ',[$-2 * \pi, 2 * \pi$])

基本绘图控制参数(见图 2.7)

线型	符号	—		:		-		--	
	含义	实线		虚线		点划线		双划线	
线色	符号	b	g	r	c	m	y	k	w
	含义	蓝	绿	红	青	品红	黄	黑	白
符号	.	o	x	+	*	s	d	p	
含义	实心黑点	空心圆圈	叉字符	十字符	八线符	方块符	菱形符	五角星符	

图 2.7 控制参数

坐标轴控制(axis)、分格线(grid)

title('s')	书写图形标题
xlabel('s')	横坐标轴名
ylabel('s')	纵坐标轴名
legend('s1','s2',...)	绘制曲线所用线型、色彩、或数据点型图例
text(x1,y1,'s')	在图面(x1,y1)坐标处书写字符注释
gtext('s')	用鼠标选择书写字符注释的位置

常用坐标控制命令(见图 2.8)

指令	含义	指令	含义
axis off	取消轴背景	axis equal	纵、横轴采用等长刻度
axis on	使用轴背景	axis image	同上且坐标框紧贴数据范围
axis(v) v=[x1,x2,y1,y2,z1,z2]	人工设定标范围. 设定值: 三维, 6 个	axis square	产生正方形坐标系

图 2.8 坐标控制命令

多次叠绘、子图

hold on	使当前轴及图形保持而不被刷新, 准备接受此后将绘制的新曲线
hold off	使当前轴及图形不再具备不被刷新的性质
hold	是否具备不被刷新的性质的双向开关
subplot(m,n,k)	图形窗中有 m×n 幅子图, k 是子图的编号

三维曲线绘图

plot3(x,y,z,'s')	%s 为线色、线形、点形
plot3(x1,y1,z1,'s1',... xn,yn,zn,'sn')	

三维曲面作图

[x,y]=meshgrid(x,y);
mesh(x,y,z)
[x,y]=meshgrid(x,y);
surf(x,y,z)

meshc(带等高线的网线图)

surf(带等高线的曲面图)

矩阵: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

加: +; 减: -; 乘: *; 除: /; 排序: sort; 选择: find

特别是选择命令 find, 在元胞自动机设计仿真测试验证中, 功能最强大。

MATLAB 软件, 在元胞自动机设计仿真中, 主要用到函数和作图, 以及 FOR 循环。学会软件在元胞自动机设计仿真测试验证中的使用, 只需要结合实际基本代码, 借鉴实践。例如作者设计的一个简单混沌系统, 它的仿真代码具有典型性(见图 2.9)。

```
clc
```

```
clear all
```

```
t0=0; th=185; h=0.01;
```

```
a=0.8; b=10; r=10; d=4;
```

```
tout=[t0:h:th]';
```

```
y=[0.5;0.5;0.5]; Y=[0;3*d;0];
```

```
u1=1; u2=0; u3=0; u4=0;
```

```
A=[a b 0; -b a 0; 0 0 -r];
```

```
B=[-r 0 0; 0 a b; 0 -b a];
```

```
n=0;
```

```
for t=tout'
```

```
n=n+1;
```

```
if u1==1 & y(2)<d
```

```
k1=h*(A*y*u1+B*(y-Y)*u3);
```

```
k2=h*(A*(y+0.5*k1)*u1+B*((y+0.5*k1)-Y)*u3);
```

```
k3=h*(A*(y+0.5*k2)*u1+B*((y+0.5*k2)-Y)*u3);
```

```
k4=h*(A*(y+k3)*u1+B*((y+k3)-Y)*u3);
```

```
y=(y+(k1+k2+k3+k4)/6);
```

```
yout(n,1:3)=y';
```

```
else if u1==1 & y(2)>d
```

```
k1=h*(A*y*u1+B*(y-Y)*u3);
```

```
k2=h*(A*(y+0.5*k1)*u1+B*((y+0.5*k1)-Y)*u3);
```

```
k3=h*(A*(y+0.5*k2)*u1+B*((y+0.5*k2)-Y)*u3);
```

```
k4=h*(A*(y+k3)*u1+B*((y+k3)-Y)*u3);
```

```
y=(y+(k1+k2+k3+k4)/6);
```