数学让我们亲近，我们使数学美丽

WMTC数学竞赛系列丛书
周国镇◎主编

第1~7届
世界数学团体锦标赛（WMTC）
少年组试题详解

WMTC命题委员会◎编

气象出版社
China Meteorological Press

数学让我们亲近，我们使数学美丽

WMTC数学竞赛系列丛书

周国镇◎主编

第1~7届

世界数学团体锦标赛（WMTC）少年组试题详解

WMTC命题委员会◎编

气象出版社
China Meteorological Press

图书在版编目(CIP)数据

第1~7届世界数学团体锦标赛(WMTC)少年组试题详解 / WMTC命题委员会编. -- 北京 : 气象出版社, 2017.8

ISBN 978-7-5029-6593-8

Ⅰ. ①第… Ⅱ. ①W… Ⅲ. ①中学数学课-竞赛题-初中-题解 Ⅳ. ①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第150983号

Di-1-7 Jie Shijie Shuxue Tuanti Jinbiaosai (WMTC) Shaonian Zu Shiti Xiangjie

第1~7届世界数学团体锦标赛(WMTC)少年组试题详解

WMTC命题委员会 编

出版发行：气象出版社

地　　址：北京市海淀区中关村南大街46号　　**邮政编码**：100081

电　　话：010-68407112(总编室)　010-68408042(发行部)

网　　址：http://www.qxcbs.com　　**E-mail**：qxcbs@cma.gov.cn

责任编辑：殷　森　　**终　　审**：张　斌

责任校对：王丽梅　　**责任技编**：赵相宁

封面设计：符　赋

印　　刷：三河市百盛印装有限公司

开　　本：720 mm×960 mm　1/16　　**印　　张**：13.25

字　　数：254千字

版　　次：2017年8月第1版　　**印　　次**：2017年8月第1次印刷

定　　价：39.80元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等，请与本社发行部联系调换。

目　录

第 1 届

第 2 届

第 3 届

第 4 届

第 5 届

第 6 届

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第 7 届

第1届

团体赛 · 试题

1. $\sqrt{2011\sqrt{2010\sqrt{2009\times2007+1}+1}+1}=$ 2010 .

2. 已知 a,b 是有理数,$x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 是方程 $x^3-ax-b=0$ 的一个解,则 a 的值是________,b 的值是________.

3. 已知实数 a,b,c 满足 $a-b=\frac{7}{4}ab,b-c=\frac{7}{4}bc$. 当 a 依次取 $1,\frac{2009}{2010},\frac{2008}{2010},\cdots,\frac{3}{2010},\frac{2}{2010},\frac{1}{2010},0,-\frac{1}{2010},-\frac{2}{2010},-\frac{3}{2010},\cdots,-\frac{2008}{2010},-\frac{2009}{2010},-1$ 时,得到的 b 和 c 中,负数有________个.

2; -1; -3

4. 已知 x,y,z 是整数,且 $x>y>z$,$2^x+2^y+2^z=4.625$,则 $xyz=$________.

5. 如图1所示,$\odot O$ 与 Rt$\triangle AOB$ 的斜边交于 C 和 D 两点,C 和 D 恰是 AB 的三等分点. 若 $\odot O$ 半径的长等于5,则 $AB=$ $3\sqrt{10}$.

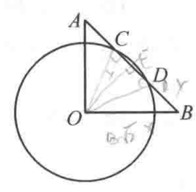

图1

6. 某种商品的进价为每件10元,若按每件15元的价格销售,每天可售出120件. 若此商品每件的销售价格上涨 $a\%$,则每天的销售量将减少 $a\%$. 为获得最大的利润,此商品的售价应当是每件________元.

7. 有铜、铁两种金属,按 $1:2$ 配制成 A 合金,按 $3:2$ 配制成 B 合金. 现有 A 合金 2 kg,B 合金 7 kg,若要将 A 和 B 熔化后再配制成铜、铁的含量比为 $6:5$ 的新合金,则配制成的新合金最多为________ kg.

8. 已知 a,b 是一位数. 要使 $27(a+b)^2$ 与四位数 $\overline{45ab}$ 的差的绝对值尽可能小,则 $a=$________,$b=$________.

9. 设 $f(x)$ 是关于 x 的多项式，$f(x)$ 除以 $2(x-1)$，得余式 3；$2f(x)$ 除以 $3(x+2)$，得余式 -4. 那么，$3f(x)$ 除以 $4(x^2+x-2)$，余式是________.

10. 如图 2 所示，点 P 是正六边形 $ABCDEF$ 内一点，若 $\triangle PAB$，$\triangle PBC$，$\triangle PCD$，$\triangle PDE$，$\triangle PEF$，$\triangle PFA$ 的面积依次为 S_1，S_2，S_3，S_4，S_5，S_6，且 $S_1-S_2+S_3=1$，则 $S_3+S_6=$________.

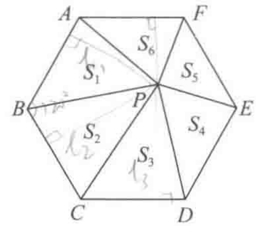

图 2

11. 设 P 是任意 3 个相邻正奇数的乘积，则能整除所有这样的 P 的最大整数是___3___.

12. a，b，c 是一个三角形的三条边的长，a 是整数，且 a 最大，并满足

$$a^2+2b-10c+10=0, \quad ①$$

4 3 2

$$a+2b-5c+7=0. \quad ②$$

则 $a=$________，$b=$________，$c=$________.

13. 如图 3 所示，点 E 和点 F 分别是正方形 $ABCD$ 中 BC 边和 CD 边上的点，且 $\angle EAF=45°$，则 $\dfrac{EF}{AB}$ 的最小值是________.

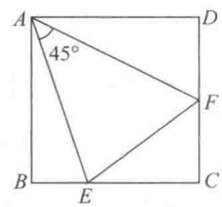

图 3

14. 直线 $y=(1-k)x+k(k<1)$ 与双曲线 $y=\dfrac{6}{x}$ 在第一象限和第三象限分别交于点 $A(x_1,y_1)$ 和点 $B(x_2,y_2)$. 分别由 A，B 向 x 轴引垂线，垂足为 M，N. 当 $k=$________时，四边形 $AMBN$ 的面积取得最小值________.

15. 图 4 是由 5×5 个小正方形组成的网格图，图中有 36 个格点，以这些格点为顶点的正方形一共有________个.

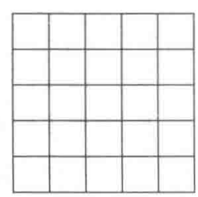
图 4

16. 方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=x_2+x_3=\cdots=x_{2010}+x_{2011}=1 \\ x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{2010}+x_{2011}=2011 \end{cases}$ 的解是________.

17. 已知 $a+b+c=0$，则 $\left(\dfrac{b-c}{a}+\dfrac{c-a}{b}+\dfrac{a-b}{c}\right)\left(\dfrac{a}{b-c}+\dfrac{b}{c-a}+\dfrac{c}{a-b}\right)=$________.

18. 如图 5 所示，直角边长为 3 的等腰 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AC 在直线 MN 上，三角形 ABC 沿直线 MN 无滑动地向右旋转. 当三角形旋转一周（AC 再次落在 MN 上）时，A 点运动的路程是________.

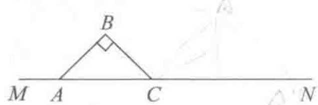

图 5

19. 如图 6 所示，$\odot O$ 的直径 AB 长为 20，点 P 在 $\odot O$ 外，PC 和 PB 分别切 $\odot O$ 于点 C 和 B，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，PA 交 CD 于点 M. 已知 $\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{1}{4}$，则 $\triangle PCM$ 的面积是________.

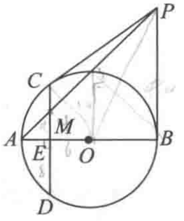

图 6

20. 有 6 个城市 A,B,C,D,E,F 和 6 个岛屿 a,b,c,d,e,f，每个城市至少和一个岛屿通航. 与 A,B,C,D,E 通航的岛屿的数量分别为 5，4，3，2，2 个；与 a,b,c,d,e 通航的城市数量分别为 4，3，2，1，1 个. 那么，与 f 通航的城市有________个.

答　案

1. 答案：2010.

解：令 $a=2008$，则

$$\begin{aligned}原式&=\sqrt{(a+3)\sqrt{(a+2)\sqrt{(a+1)(a-1)+1}+1}+1}\\&=\sqrt{(a+3)\sqrt{a(a+2)+1}+1}\\&=\sqrt{(a+3)(a+1)+1}\\&=a+2\\&=2010.\end{aligned}$$

2. 答案：2；1.

解：将 $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ 代入 $x^3-ax-b=0$，得

$$\sqrt{5}(2-a)+(4-a-2b)=0,$$

因为 a,b 是有理数，所以 $\begin{cases}2-a=0\\4-a-2b=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$.

3. 答案：1722.

解：由 $a-b=\dfrac{7}{4}ab$，得 $\qquad b=\dfrac{a}{1+\dfrac{7}{4}a}=\dfrac{4a}{4+7a}$，　　　（＊）

解不等式 $b<0$，即 $\dfrac{4a}{4+7a}<0$，得 $\quad -\dfrac{4}{7}<a<0$，

考虑到

$$-\frac{1149}{2010}<-\frac{4}{7}<-\frac{1148}{2010},$$

所以，当 a 取 $-\dfrac{1}{2010},-\dfrac{2}{2010},-\dfrac{3}{2010},\cdots,-\dfrac{1148}{2010}$ 这 1148 个数时，b 为负数.

由 $b-c=\dfrac{7}{4}bc$ 及（＊），得

$$c=\frac{b}{1+\dfrac{7}{4}b}=\frac{\dfrac{4a}{4+7a}}{1+\dfrac{7}{4}\cdot\dfrac{4a}{4+7a}}=\frac{2a}{2+7a}.$$

再解不等式 $c<0$，即 $\frac{2a}{2+7a}<0$，得 $\quad -\frac{2}{7}<a<0$，

考虑到
$$-\frac{575}{2010}<-\frac{2}{7}<-\frac{574}{2010},$$
所以，当 a 取 $-\frac{1}{2010},-\frac{2}{2010},-\frac{3}{2010},\cdots,-\frac{574}{2010}$ 这 574 个数时，c 为负数.

综上可知，b,c 两组数中，负数共有 $1148+574=1722$(个).

4. 答案：6.

解：方程两边同乘以 8，得 $\quad 2^{x+3}+2^{y+3}+2^{z+3}=37.$
因为 $x>y>z$，37 是奇数，故上式左边是奇数，只能是
$$2^{z+3}=1，即\ z=-3.$$
则
$$2^{x+3}+2^{y+3}=36，即\ 2^{x+1}+2^{y+1}=9.$$
要使上式左边为奇数，只有 $\quad 2^{y+1}=1$，即 $y=-1$.
从而有
$$2^{x+1}=8，即\ x=2.$$
故有
$$x=2,y=-1,z=-3,$$
则
$$xyz=6.$$

5. 答案：$3\sqrt{10}$.

解：如图 7，连结 OC 和 OD，分别从点 C 和 D 作 $CE\perp AO$ 于点 E，及 $CF\perp OB$ 于点 F，作 $DG\perp AO$ 于点 G，及 $DH\perp OB$ 于点 H.

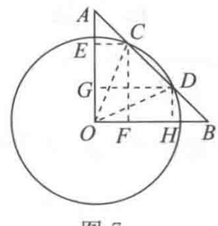

图 7

在 Rt$\triangle ECO$ 中，有 $\quad \left(\frac{2}{3}AO\right)^2+\left(\frac{1}{3}OB\right)^2=OC^2=5^2,$

在 Rt$\triangle GDO$ 中，有 $\quad \left(\frac{1}{3}AO\right)^2+\left(\frac{2}{3}OB\right)^2=OD^2=5^2,$

两式相加，有 $\quad \frac{5}{9}(AO^2+OB^2)=50,$

即
$$AO^2+OB^2=90,$$
则
$$AB=\sqrt{AO^2+OB^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}.$$

6. 答案：20.

解：依题设知道，当此商品的销售价格上涨 $a\%$ 时，商品的售价为 $15(1+a\%)$ 元/件，每天的销售量为 $120(1-a\%)$ 件，每天的利润为
$$\begin{aligned}&[15(1+a\%)-10]\times120(1-a\%)\\=&-\frac{9}{50}a^2+12a+600\\=&-\frac{9}{50}\left[\left(a-\frac{100}{3}\right)^2-\frac{40000}{9}\right],\end{aligned}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

当 $a=\frac{100}{3}$ 时，此式取得最大值，所以此商品的售价应为每件

$$15\times\left(1+\frac{\frac{100}{3}}{100}\right)=20(\text{元}).$$

7. 答案：8.8.

解：设配制 m kg 的新合金，A 和 B 分别用了 x kg 和 y kg，则有

$$\begin{cases}\frac{1}{3}x+\frac{3}{5}y=\frac{6}{11}m\\ \frac{2}{3}x+\frac{2}{5}y=\frac{5}{11}m\end{cases},$$

解得
$$\begin{cases}x=\frac{9}{44}m\\ y=\frac{35}{44}m\end{cases}.$$

由于 $\frac{9}{44}m\leqslant 2$ 且 $\frac{35}{44}m\leqslant 7$，那么 m 的最大值是 $m=\frac{44\times 7}{35}=8.8$，即配制成的新合金最多为 8.8 kg.

8. 答案：6；7.

解：易知
$$4500\leqslant\overline{45ab}\leqslant 4599,$$
于是
$$166\,\frac{2}{3}\leqslant\frac{\overline{45ab}}{27}\leqslant 170\,\frac{1}{3}.$$
要使 $27(a+b)^2$ 与 $\overline{45ab}$ 的差的绝对值尽可能小，则
$$166\,\frac{2}{3}-(170\,\frac{1}{3}-166\,\frac{2}{3})\leqslant(a+b)^2\leqslant 170\,\frac{1}{3}+(170\,\frac{1}{3}-166\,\frac{2}{3}),$$
即
$$163\leqslant(a+b)^2\leqslant 174.$$
因为 a,b 是小于 10 的自然数，$(a+b)^2$ 是 163 与 174 之间的自然数，所以只能是
$$a+b=13,$$
于是
$$27(a+b)^2=4563,$$
可知满足 $a+b=13$，并且与 4563 的差的绝对值最小的数 $\overline{45ab}$ 是 4567，差值是 4，因此
$$a=6,b=7.$$

9. 答案：$5x+4$.

解：依题意，可设
$$f(x)=2(x-1)g(x)+3,$$

$$2f(x)=3(x+2)h(x)-4,$$

$$3f(x)=4(x^2+x-2)r(x)+ax+b,$$

其中 $g(x),h(x),r(x)$ 都是关于 x 的多项式，且次数均低于多项式 $f(x)$ 的次数.

则 $$f(1)=3, 2f(-2)=-4, 即\ f(-2)=-2.$$

于是 $$3f(1)=a+b=9,$$

$$3f(-2)=-2a+b=-6,$$

解得 $$a=5, b=4,$$

可知 $3f(x)$ 除以 $4(x^2+x-2)$，余式是 $5x+4$.

10. 答案：2.

解：如图 8，延长正六边形 $ABCDEF$ 的边 AB,CD,EF 得到的 $\triangle MNL$ 是正三角形，记它的高为 h，记正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 a，$\triangle PAB,\triangle PBC,\triangle PCD,\triangle PDE,\triangle PEF,\triangle PFA$ 依次以 AB,BC,CD,DE,EF,FA 为底边，其底边上的高分别记为 h_1,h_2,h_3,h_4,h_5,h_6.

因为 $$S_{\triangle MNL}=S_{\triangle MPN}+S_{\triangle NPL}+S_{\triangle MPL},$$

即 $$\frac{1}{2}\cdot 3ah=\frac{1}{2}\cdot 3ah_1+\frac{1}{2}\cdot 3ah_3+\frac{1}{2}\cdot 3ah_5,$$

所以 $$h_1+h_3+h_5=h,$$

于是 $$S_1+S_3+S_5=\frac{1}{2}ah_1+\frac{1}{2}ah_3+\frac{1}{2}ah_5=\frac{1}{2}a(h_1+h_3+h_5)=\frac{1}{2}ah.$$

又 $$S_2+S_5=\frac{1}{2}ah_2+\frac{1}{2}ah_5=\frac{1}{2}a(h_2+h_5)=\frac{1}{2}a\times\frac{2}{3}h=\frac{1}{3}ah,$$

同理 $$S_3+S_6=\frac{1}{3}ah.$$

于是 $$S_1-S_2+S_3=(S_1+S_3+S_5)-(S_2+S_5)=\frac{1}{2}ah-\frac{1}{3}ah=\frac{1}{6}ah,$$

因为题设 $$S_1-S_2+S_3=1,$$

所以 $$\frac{1}{6}ah=1,\ ah=6,$$

则 $$S_3+S_6=\frac{1}{3}ah=2.$$

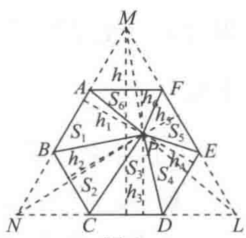

图 8

11. 答案：3.

解：设所求的 P 为下列形式

$$P=(2k-1)(2k+1)(2k+3), \quad ①$$

式中的 k 为任意整数，且有三种可能性：

(1)被 3 除余数为 1,即 $k=3m+1$,①式中 $2k+1=2(3m+1)+1=6m+3$,能被 3 整除；

(2)被 3 除余数为 2,即 $k=3m+2$,①式中 $2k-1=2(3m+2)-1=6m+3$,能被 3 整除；

(3)被 3 整除,即 $k=3m$,①式中 $2k+3=2\times3m+3=6m+3$,能被 3 整除.

综上,任何情况下,P 都可以被 3 整除.

为证明没有更大的整数能整除所有这样的 P,取 $P_1=1\times3\times5$,$P_2=7\times9\times11$,而 3 是 P_1 和 P_2 最大的公因数,因此 3 为所求.

12. 答案:4;2;3.

解:②－①,得
$$a-a^2+5c-3=0,$$
则
$$c=\frac{a^2-a+3}{5},$$
②×2－①,得
$$2a-a^2+2b+4=0,$$
则
$$b=\frac{a^2-2a-4}{2}.$$
由 $a>c$,得
$$a^2-6a+3<0,$$
解得
$$3-\sqrt{6}<a<3+\sqrt{6}. \quad ①$$
由 $a>b$,得
$$a^2-4a-4<0,$$
解得
$$2-2\sqrt{2}<a<2+2\sqrt{2}. \quad ②$$
由 $a<b+c$,得
$$7a^2-22a-14>0,$$
解得
$$a<\frac{11-\sqrt{219}}{7}\text{或 }a>\frac{11+\sqrt{219}}{7}. \quad ③$$
综合①、②、③得
$$\frac{11+\sqrt{219}}{7}<a<2+2\sqrt{2}.$$
因为 a 是正整数,所以
$$a=4,$$
于是
$$b=\frac{4^2-2\times4-4}{2}=2,\quad c=\frac{4^2-4+3}{5}=3.$$

13. 答案:$2\sqrt{2}-2$.

解:设 $AB=a$,$EF=b$,$BE=x$.

如图 9,将△ADF 顺时针旋转 90°至△ABF',由∠ABE+∠ABF'=180°,可知点 F',B,E 在一条直线上.易知
$$\triangle AEF'\cong\triangle AEF, EF=EF'=BE+DF,$$
所以
$$DF=b-x,$$

于是 $$CF=DC-DF=a-(b-x)=a-b+x.$$

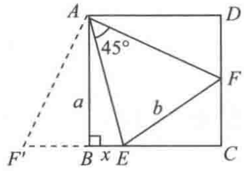

图 9

在 Rt△ECF 中,由勾股定理可得
$$EF^2=EC^2+CF^2,$$
即 $$b^2=(a-x)^2+(a-b+x)^2,$$
整理可得 $$x^2-bx+a^2-ab=0.$$
因为 BE 存在,所以 x 有实数解,则
$$\Delta_x\geqslant 0,\text{即 } b^2-4(a^2-ab)\geqslant 0,$$
因为 $b>0$,所以上式即 $$4\left(\frac{a}{b}\right)^2-4\left(\frac{a}{b}\right)-1\leqslant 0,$$
得 $$\frac{-\sqrt{2}+1}{2}\leqslant\frac{a}{b}\leqslant\frac{\sqrt{2}+1}{2}.$$
因为$\frac{a}{b}>0$,故只取 $$0<\frac{a}{b}\leqslant\frac{\sqrt{2}+1}{2},$$
则 $$\frac{b}{a}\geqslant 2\sqrt{2}-2,$$
因此,$\frac{EF}{AB}$的最小值是 $2\sqrt{2}-2$.

14. 答案:0;12.

解:如图 10,A,B 两点存在,即方程组$\begin{cases}y=(1-k)x+k\\ y=\frac{6}{x}\end{cases}$有解,

消去 y,得 $$(1-k)x^2+kx-6=0,$$
由根与系数的关系,得
$$x_1+x_2=\frac{k}{k-1},y_1+y_2=k.\ x_1y_1=x_2y_2=6.$$

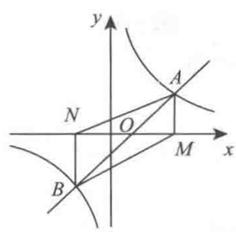

图 10

注意到 $$k<1;x_1,y_1>0;x_2,y_2<0,$$
则
$$\begin{aligned}S_{\text{四边形}AMBN}&=S_{\triangle AMN}+S_{\triangle BMN}\\&=\frac{1}{2}(x_1-x_2)y_1+\frac{1}{2}(x_1-x_2)(-y_2)\\&=\frac{1}{2}(x_1-x_2)(y_1-y_2)\\&=\frac{1}{2}[2x_1y_1+2x_2y_2-(x_1+x_2)(y_1+y_2)]\\&=\frac{1}{2}\left(24+\frac{k^2}{1-k}\right)\end{aligned}$$

$$=\frac{1}{2}\left[22+(1-k)+\frac{1}{1-k}\right].$$

在 $k<1$ 时，$$(1-k)+\frac{1}{1-k}=\left(\sqrt{1-k}-\sqrt{\frac{1}{1-k}}\right)^2+2\geqslant 2,$$

所以 $$S_{\text{四边形}AMBN}\geqslant\frac{1}{2}(22+2)=12,$$

当 $1-k=\frac{1}{1-k}$，即 $k=0$ 时，等号成立，即当 $k=0$ 时，$S_{\text{四边形}AMBN}$ 有最小值 12.

15. 答案：105.

解：如图 11，在由 $1\times1,2\times2,3\times3,4\times4,5\times5$ 个小正方形构成的网格图中，分别有 1,2,3,4,5 个以网格图外轮廓线上的格点为顶点的正方形.

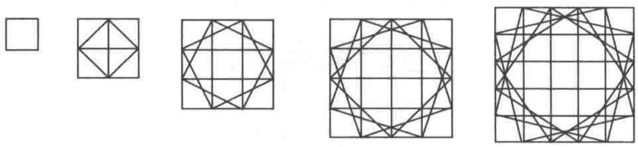

图 11

在由 5×5 个小正方形构成的网格图中，$1\times1,2\times2,3\times3,4\times4,5\times5$ 的网格图分别有 25,16,9,4,1 个，则以网格的格点为顶点的正方形一共有

$$25\times1+16\times2+9\times3+4\times4+1\times5=105(\text{个}).$$

16. 答案：$x_1=x_3=x_5=\cdots=x_{2009}=x_{2011}=1006$；

$x_2=x_4=x_6=\cdots=x_{2008}=x_{2010}=-1005.$

解：由 $$x_1+x_2=x_2+x_3=x_3+x_4=\cdots=x_{2010}+x_{2011},$$

可知 $$x_1=x_3=x_5=\cdots=x_{2009}=x_{2011},$$

$$x_2=x_4=x_6=\cdots=x_{2008}=x_{2010}.$$

代入 $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{2010}+x_{2011}=2011$ 中，得

$$1006x_1+1005x_2=2011,$$

即 $$x_1+1005(x_1+x_2)=2011.$$

因为 $$x_1+x_2=1,$$

所以 $$x_1=x_3=x_5=\cdots=x_{2009}=x_{2011}=1006,$$

于是 $$x_2=x_4=x_6=\cdots=x_{2008}=x_{2010}=-1005.$$

17. 答案：9.

解法 1：因为 $$\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}+\frac{a-b}{c}$$

$$=\frac{bc(b-c)+ac(c-a)+ab(a-b)}{abc}$$

$$=\frac{b^2c-bc^2+ac^2-a^2c+a^2b-ab^2}{abc}$$

$$=\frac{-(a-b)(b-c)(c-a)}{abc},$$

又
$$\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}$$

$$=\frac{a(a-b)(c-a)+b(a-b)(b-c)+c(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$=\frac{(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)-abc}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$=\frac{(-2c)(-2a)(-2b)-abc}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$=\frac{-9abc}{(a-b)(b-c)(c-a)},$$

所以
$$\left(\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}+\frac{a-b}{c}\right)\left(\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}\right)=9.$$

解法 2:取特殊值.

令 $a=2,b=1,c=-3$,则

$$\text{原式}=\left(\frac{4}{2}+\frac{-5}{1}+\frac{1}{-3}\right)\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{-5}+\frac{-3}{1}\right)=9.$$

18. 答案:$\frac{3(2+3\sqrt{2})}{4}\pi$.

解:如图 12,$\triangle ABC$ 绕 C 点向右转 $135°$ 时,A 点运动到 A_1,它的旋转半径是 $3\sqrt{2}$,A 点的运动路程是

$$\frac{135°}{360°}\cdot 2\pi\cdot 3\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{4}\pi.$$

当$\triangle AB_1C$ 绕 B_1 点向右转 $90°$ 时,A 点运动到 A_2,它的旋转半径是 3,A 点的运动路程是

$$\frac{90°}{360°}\cdot 2\pi\cdot 3=\frac{3}{2}\pi.$$

当$\triangle A_1B_1A_2$ 绕 A_2 点向右转 $135°$ 时,A 点没有运动,路程是 0.

综上,A 点运动的路程是 $\frac{9}{4}\sqrt{2}\pi+\frac{3}{2}\pi$

$$=\frac{3(2+3\sqrt{2})}{4}\pi.$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com