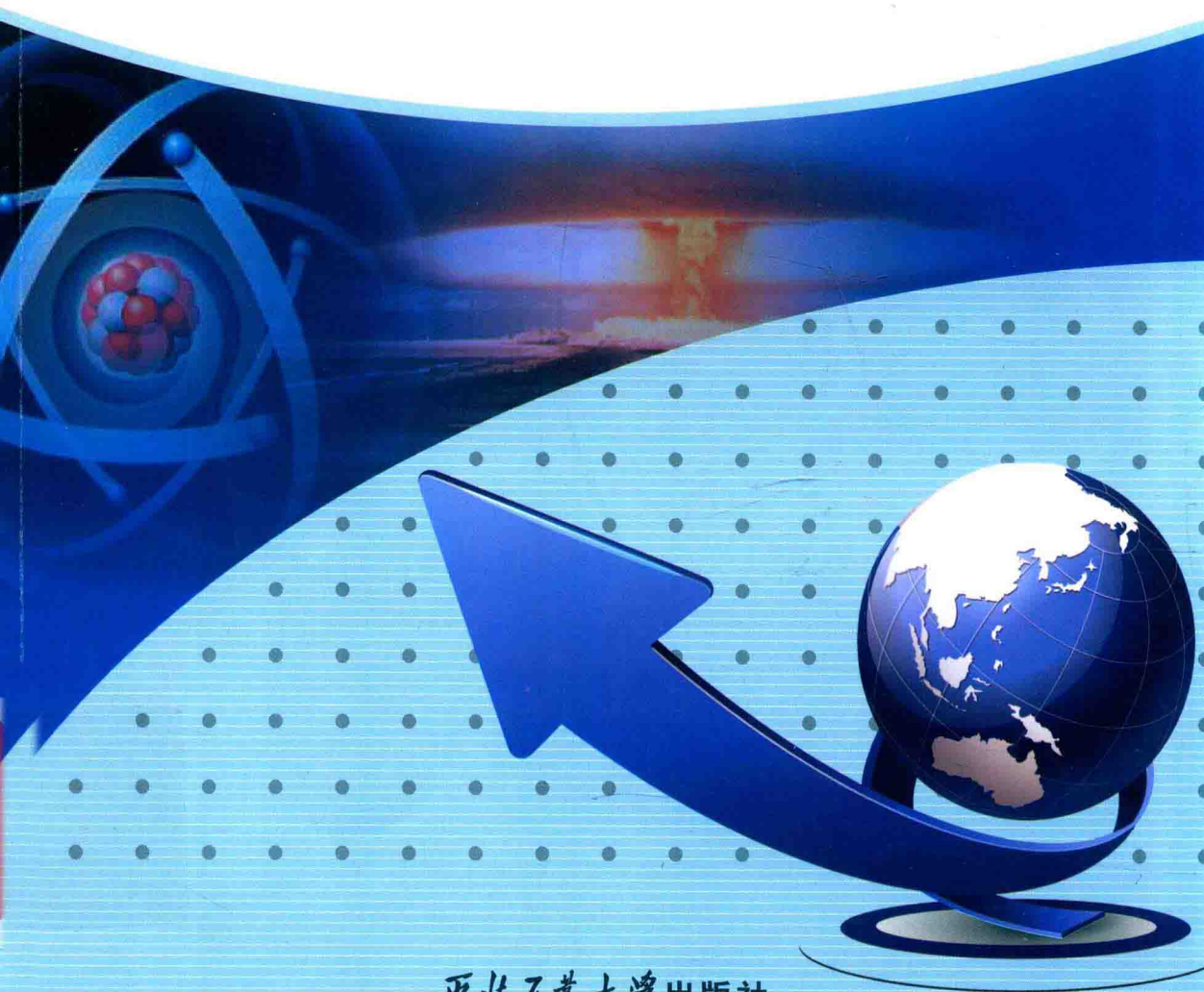


高等学校“十三五”规划教材

原子核物理导论

过惠平◎主编



西北工业大学出版社

高等学校“十三五”

YUANZIHE WULI DAOLUN

原子核物理导论

主 编 过惠平

副主编 吕 宁

编 者 过惠平 吕 宁 尚爱国

吕汶辉 赵 括 许 鹏

田晨扬

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书全面、系统地讲述量子力学基础、核的基本性质、核衰变、核反应、中子物理、裂变和聚变等原子核物理学基本内容,介绍有关核物理的应用,以及反映核物理一些前沿领域中的进展。

本书适合作为大学本科原子核物理课程教材,也可供高等院校有关专业研究生、教师以及其他科技工作者阅读和参考。

图书在版编目(CIP)数据

原子核物理导论/过惠平主编. —西安:西北工业大学出版社,2017.1
ISBN 978-7-5612-5212-3

I. ①原… II. ①过… III. ①核物理学 IV. ①O571

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 017230 号

策划编辑:杨 军

责任编辑:张珊珊

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号

邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpu.com

印 刷 者:陕西天意印务有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm

1/16

印 张:14

字 数:335 千字

版 次:2017 年 1 月第 1 版

2017 年 1 月第 1 次印刷

定 价:38.00 元

前言

本书是笔者在王炎森、史福庭编著的《原子核物理学》和杨福家、王炎森编著的《原子核物理》等教材的基础上,结合长期从事核物理教学和科研的经验及体会,经过进一步修改、补充编写而成的。在此对王炎森、杨福家和史福庭老师表示衷心感谢,他们的经典著作是本书主体框架和基本内容的坚实基础。

本书主要讲述低能核物理基础,并注重联系实际,适当介绍有关应用以及当代核物理发展的一些前沿领域。主要内容包括,第一章量子力学基础;第二章原子核的基本性质及结构;第三章放射性衰变规律及其应用;第四章 α 衰变;第五章 β 衰变;第六章 γ 跃迁;第七章原子核反应;第八章中子物理;第九章原子核的裂变和聚变。

在编写本书的过程中,笔者比较关注以下几方面:一,讲清理论概念,重视知识应用,适当介绍核物理当前发展的一些前沿领域,简要介绍有关科学史;二,注重实验事实和物理概念以及基本理论的阐述,具有适当的理论深度,针对部分高校本科生学时较短的实际情况,本书避免繁琐的数学推导,使读者易学易懂;三,大部分章节末尾都附有习题,主要是一些基本运算和练习,可以帮助读者深入理解书中知识内容。

本书适合作为大学本科原子核物理课程的教材。全书计划学时为40学时,建议各部分内容的学时安排:量子力学基础6学时、原子核性质4学时、原子核衰变16学时、原子核反应6学时、中子物理4学时、裂变和聚变4学时,教师可根据教学情况和总学时数做相应调整。本书可作为高等院校核物理专业及其他有关专业大学生和研究生的教材,也可供从事核物理研究和核技术应用的教师和科技工作者参考。

本书第一、三、四、六章由过惠平编写,第二、五章由吕宁编写,第七章由尚爱国编写,第八章由吕汶辉、赵括编写,第九由许鹏、田晨扬编写。书中对量子力学基础、原子核基本性质、原子核衰变、原子核反应作了比较系统的叙述;也对中子物理、裂变和聚变作了介绍。各部分相互联系、紧密结合,构成一个完整的体系。

第一章“量子力学基础”从说明经典物理学的困难开始,介绍了量子力学产生的历史,然后对比经典力学对质点的描述,阐述了波函数的统计解释,对比经典波的态叠加原理,论述了态叠加原理的一般表达式,继而建立了多粒子体系的薛定

谓方程,最后对量子力学中的力学量及算符表示进行了简介。

第二章“原子核的基本性质及结构”所谈到的原子核性质是它的组成、半径、质量、结合能、自旋、磁矩、电四级矩、宇称和统计性质等。原子核的结构主要用各种结构模型来描述,包括液滴模型和单粒子壳模型。原子核性质和原子核结构及其变化有密切关系。为了深入了解原子核结构的微观本质,本章还介绍了核子间的相互作用——核力。

原子核物理学离不开放射性和射线的研究。射线是放射性原子核和原子核反应所发射的极其灵敏的信号,它也是探索原子核深处的最可靠的线索。第三章“放射性衰变规律及其应用”、第四章“ α 衰变”、第五章“ β 衰变”、第六章“ γ 跃迁”等4章内容,实际上构成了本书的主体。在这几章中有原子核物理学中比较基本的知识,比如放射性衰变的一般规律和放射性平衡等;也有比较重要的发现,例如在弱相互作用中宇称不守恒的现象。

第七章“原子核反应”也是原子核物理学中的重要课题之一,因为加速器和射线的测量与分析等研究,都是与原子核反应有关的一些工作。在第七章,除了介绍一些原子核反应的基本概念外,还讨论了原子核反应机制与模型理论问题。

第八章和第九章分别是关于“中子物理”和“原子核裂变与聚变”这两个方面的讨论,它们包括的内容都相当广阔。中子物理学涉及各个方面的应用,有极其丰富的内容。原子核裂变与聚变是当今正处在发展高峰的研究领域,尤其随着人类对清洁能源的需求日益迫切,如何生产更加干净的核能成为各国科学家高度关注的研究项目。本书对这些内容进行了初步的介绍,感兴趣的读者可以查阅更多相关文献。

本书由火箭军工程大学组织编写,从审稿、校阅、编排到出版的过程中始终得到火箭军工程大学训练部、教保处和各级机关的大力支持、鼓励和帮助,在编写本书的过程中还参阅了相关资料,在此笔者一并表示衷心的感谢。

本书虽然经过再三审阅,但限于笔者的水平,错误之处在所难免,希望读者能随时指出,以便再版时更正。

编 者

2016年10月于火箭军工程大学

目 录

第一章 量子力学基础	1
第一节 经典物理学的困难及量子力学的产生	1
第二节 波函数的统计解释	6
第三节 态叠加原理	9
第四节 薛定谔方程	10
第五节 量子力学中的力学量	12
第二章 原子核的基本性质及结构	16
第一节 原子核的组成和大小	16
第二节 原子核的质量和结合能	19
第三节 原子核的自旋和磁矩	26
第四节 原子核的电四极矩	31
第五节 原子核的宇称	33
第六节 核力	36
第七节 核结构模型	49
习题	66
第三章 放射性衰变规律及其应用	67
第一节 放射性衰变的能量条件和衰变纲图	67
第二节 放射性衰变的一般规律	70
第三节 放射性平衡	77
第四节 衰变规律的应用	82
习题	85
第四章 α 衰变	87
第一节 α 衰变的能量	87
第二节 α 衰变的实验规律	92
第三节 α 衰变的基本理论	96
第四节 质子及重粒子放射性	100
习题	102

第五章 β 衰变	103
第一节 连续 β 能谱与中微子假设	103
第二节 β 衰变的费米理论	109
第三节 跃迁分类和选择定则	114
第四节 丘里描绘	118
第五节 宇称不守恒问题	122
第六节 双 β 衰变和 β 延迟粒子发射	126
习题	127
第六章 γ 跃迁	129
第一节 γ 跃迁的多极性和跃迁概率	129
第二节 选择定则	132
第三节 内转换	133
第四节 同质异能态	135
第五节 级联 γ 辐射的角关联	137
第六节 穆斯堡尔效应	138
习题	142
第七章 原子核反应	143
第一节 核反应概述	143
第二节 反应能及 Q 方程	146
第三节 实验室坐标系和质心坐标系	150
第四节 核反应截面与产额	153
第五节 细致平衡原理	160
第六节 核反应的三阶段描述和核反应机制	160
第七节 核反应的模型理论	163
习题	168
第八章 中子物理	170
第一节 中子的基本性质及中子源	170
第二节 中子和物质的相互作用	173
第三节 中子的慢化	175
第四节 中子的扩散	177
第五节 中子衍射及应用	180
习题	184

第九章 原子核的裂变和聚变.....	185
第一节 自发裂变和诱发裂变.....	185
第二节 裂变的实验特征.....	189
第三节 裂变的液滴模型理论.....	195
第四节 壳修正.....	200
第五节 链式反应与裂变反应堆.....	202
第六节 轻核的聚变反应及受控核聚变.....	206
习题.....	213
参考文献.....	214

第一章 量子力学基础

第一节 经典物理学的困难及量子力学的产生

19 世纪末,面对经典物理学的辉煌成就,大多数物理学家相信,对自然界的最终描述已经完成,理论上不会再有什么新的发现,剩下的任务只是如何运用现有的理论把结果算得更精确些。

可是,就在 19 世纪末、20 世纪初,当物理学研究扩展到高速微观领域时,经典物理学却遇到了一系列困难。为了克服这些困难,在高速领域中建立了相对论,在微观领域则产生了量子力学。经典物理学在微观领域遇到的困难大体可以分为三个方面:

- 1) 经典物理学关于能量连续变化的概念不能解释黑体辐射的能谱以及比热容对温度的依赖;
- 2) 光的波动说不能解释像光电效应这类光与物质相互作用的问题;
- 3) 经典物理学不能给出原子的稳定结构,也不能说明原子光谱的规律。

一、黑体辐射

热辐射同光辐射本质一样,都是电磁波对外来的辐射物体有反射和吸收的作用,如果一个物体能全部吸收投射到它上面的辐射而无反射,这种物体为绝对黑体(简称黑体),它是一种理想化模型。例如:一个用不透明材料制成的开小口的空腔,可以看作是黑体,其开口可以看成是黑体的表面,因为入射到小孔上的外来辐射,在腔内经多次反射后几乎被完全吸收,当腔壁单位面积在任意时间内所发射的辐射能量与它所吸收的辐射能相等时,空腔与辐射达到平衡。研究平衡时腔内辐射能流密度按波长的分布(或频率的分布)是 19 世纪末人们注意的基本问题。

1) 实验表明:当腔壁与空腔内部的辐射在某一绝对温度下达到平衡时,单位面积上发出的辐射能与吸收的辐射能相等,频率 ν 到 $d\nu$ 之间的辐射能量密度 $\rho(\nu)d\nu$ 只与温度 T 有关,与空腔的形状及本身的性质无关,即

$$\rho(\nu)d\nu = F(\nu, T)d\nu \quad (1.1.1)$$

其中 $F(\nu, T)d\nu$ 表示对任何黑体都适用的某一普通函数。当时不能写出它的具体解析表达式,只能画出它的实验曲线(见图 1-1)。

2) 维恩(Wien)公式。

维恩在做了一些特殊的假设之后,曾用热力学的方法导出了下面的公式:

$$\rho(\nu)d\nu = c_1 \nu^3 e^{-\frac{c_2}{T\nu}} d\nu \quad (1.1.2)$$

其中 c_1, c_2 为常数。将维恩公式与实验结果比较,发现两者在高频(短波)区域虽然符合,但在低频区域都相差很大。

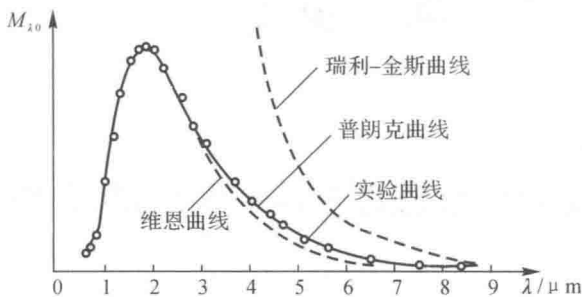


图 1-1 黑体辐射实验

3) 瑞利-琼斯(Rglagh - Jeans) 公式。

瑞利-琼斯根据电动力学和统计物理也推出了黑体辐射公式:

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT d\nu \quad (1.1.3)$$

其中 k 是玻耳兹曼常数($k=1.38 \times 10^{-23}$ J/K)。这个公式恰恰与维恩公式相反,在低频区与实验符合,在高频区不符,且发散。

这是因为

$$\mu = \int_0^\infty \rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \int_0^\infty \nu^2 d\nu \rightarrow \infty \quad (1.1.4)$$

当时称这种情况为“紫外光灾难”。

由于经典理论在解释黑体辐射问题上的失败,人们便开始动摇了对经典物理学的迷信。

4) 普朗克(Planck, 1900) 公式。

1900 年,普朗克在前人的基础上,进一步分析实验数据,得到了一个很好的经验公式:

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \quad (1.1.5)$$

式中 h 称为普朗克常数, $h=6.626 \times 10^{-34}$ J · s。

在推导时,普朗克做了如下假定:黑体是由带电的谐振子组成,对于频率为 ν 的谐振子,其能量只能是 $h\nu$ 的整数倍,即

$$E_n = nh\nu \quad (1.1.6)$$

当振子的状态变化时,只能以 $h\nu$ 为单位发射或吸收能量。能量 $h\nu$ 成为能量子,这就是普朗克能量子假设,它突破了经典物理关于能量连续性概念,开创了量子物理的新纪元。

二、光电效应

经典物理在解释光电效应时也遇到了困难。实验指出,在光电效应中,光电子的速度与光的强度无关,只依赖于光的频率。光的强度只决定光电子的多少。当光的频率低于某一确定值时,再强的光也不能产生光电子。这一情况不能用经典理论解释。按照经典理论,光是电磁波,其能量取决于光的强度,因此,光电子的速度理应由光的强度而不是光的频率决定。任何

频率的光,只要足够强,应该都能打出电子,然而事实却非如此。

为了解释光电效应的特殊规律,1905年,爱因斯坦发展了普朗克的能量子假说,提出了光的量子理论。他认为光除了波动性外,同时还具有粒子性。光粒子被称为光子,实际上,它就是普朗克能量子的携带者。光的强度决定光子的多少,每个光子的能量为 $h\nu$,只与光的频率有关。当光照射到金属表面时,电子吸收一个光子 $h\nu$,克服金属的脱出功 W ,然后飞离金属。根据能量守恒定律,光电子的速度应满足下列爱因斯坦方程:

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W \quad (1.1.7)$$

光电子的数目则与入射光子数成正比,因此正比于光的强度,而每个光电子的速度则只与单个光子的能量有关,因而只取决于光的频率。当光子的能量 $h\nu < W$ 时,它将不能打出电子。这样便很好地解释了光电效应的规律。

爱因斯坦方程完全为实验所证实。以 ν 为横坐标,以光电子的动能为纵坐标,实验结果如图 1-2 所示。动能与 ν 基本上呈线性关系,测定直线的斜率即可由光电效应确定普朗克常量 h 。光的量子理论得到了康普顿散射实验的进一步证实。科学家很早就发现 X 射线被物质散射时,波长有所增加,但当时对此并未重视。1922—1923 年,康普顿从光量子理论出发,正确地解释了这一现象,并和我国著名物理学家吴有训一起,以精确的实验证实了其理论的正确。康普顿认为,频率为 ν 的 X 射线,实际上是一群能量为 E 的光子:

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (1.1.8)$$

根据相对论,它同时具有动量

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1.1.9)$$

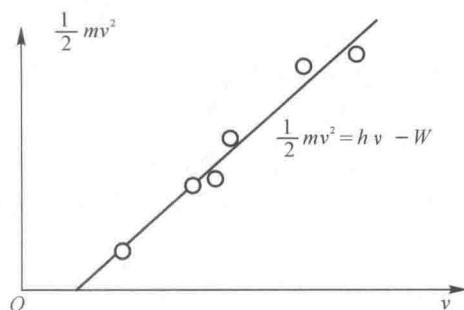


图 1-2 光电效应的爱因斯坦解释

与 X 射线相比,原子中电子的能量很小,可看作是自由的。散射被简单地看作是光子与自由电子的弹性碰撞。仅仅根据能量、动量守恒便能推出散射光波长的改变与散射角 θ 的关系:

$$\Delta\lambda = 2\Lambda\sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (1.1.10)$$

$$\text{其中} \quad \Lambda = \frac{h}{m_e c} \quad (1.1.11)$$

称为电子的康普顿波长,其值等于垂直方向(即 $\theta = \pi/2$ 时)的散射光波长的改变量。有时也称 λ 为康普顿波长:

$$\lambda = \frac{\Lambda}{2\pi} = \frac{\hbar}{m_e c} \quad (1.1.12)$$

其中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 。

实验完全证实了康普顿公式,从而说明了光量子理论的正确性。

三、原子结构方面的困难

除了与光有关的问题外,在原子结构方面,经典物理学也遇到了困难。首先,经典物理学不能说明原子的稳定结构。根据经典电动力学理论,任何做加速运动的带电粒子,都要向外辐射能量。电子绕核运动是加速运动,所以也一定要辐射能量。其结果是电子的能量将不断减少,最后不可避免地要落入原子核中。实际上,原子是稳定的,它是物质稳定性的基础。这说明,原子内部的运动并不服从经典物理学的规律。其次,经典物理学也不能解释原子光谱的规律。实验指出,原子被激发后能辐射发光,而且所发的光具有某些确定的频率。例如,氢光谱的巴耳末系,谱线的频率可由巴尔末公式表示:

$$\nu = R_c \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.1.13)$$

其中, $n=3,4,5,\dots$ 。

一般情况亦有里兹组合定则,其频率可表示为两谱项之差:

$$\nu = c(T_m - T_n), \quad n > m = 1, 2, \dots$$

对氢原子,有

$$T_m = \frac{R}{m^2} \quad (1.1.14)$$

根据经典理论,如果电子绕核运动不断失去能量,那么,其运动是非周期的。将其分解为简谐运动的叠加,乃由傅里叶积分表示。与此对应,所发的光应具有连续的谱,这与实验不符。如果电子的运动可看作是周期的或准周期的,这时发光虽有线状光谱,但其频率除基频 ν 外,仅可有倍频 $2\nu, 3\nu, \dots$, 仍与实验不符。

为了克服以上困难,1913年 N. 玻尔提出了理论解释。他从实验出发,假定:

1) 电子在原子中运动,存在着一系列可能的稳定轨道,对应有一系列确定的能级,电子在这些轨道上运动时并不辐射能量。

2) 电子由一个可能轨道过渡到另一可能轨道,是以跃迁的方式突然完成的。跃迁时,原子发出或吸收频率为 ν 的光, ν 由下式确定:

$$h\nu = E_n - E_m$$

由普朗克假设可知,上式实际上表达了跃迁过程的能量守恒,可以推出光谱项与能级之间的关系:

$$E_m = -hcT_m \quad (1.1.15)$$

该式第一次揭示了光谱项的物理意义。

最后,为了从理论上得出氢原子的能级,玻尔进一步提出了所谓量子化条件,以便从诸多可能的轨道中,选出所需要的轨道。玻尔理论仅由一些基本常量 e, m, h 便能算出氢原子各条谱线的频率,确实是一个巨大的成功。A. 索末菲等人发展了玻尔理论,也取得了一些结果。但是沿着这一方向走下去,却遇到了严重困难。首先,在理论上,玻尔理论缺乏严格的系统。它仍以经典力学为基础,强行加入量子化条件,既缺乏理论根据,首尾也不能一致。其次,在实

践中,尽管对于氢原子,玻尔理论给出了与实验符合的结果,但对于比氢原子稍微复杂的氦原子,虽经多方努力,却始终没有成功。此外,玻尔理论无从说明光谱线的强度和选择定则。对于非周期运动,玻尔理论更是束手无策。临近 1925 年时的情况是,应用玻尔理论计算的问题越多,越是证明它不正确。面临经典物理的困难,必须探索新的出路。结果,在 1925 年左右,同时建立了两种量子力学。一种称为矩阵力学,一种称为波动力学。后来,E. 薛定谔证明了它们是等价的,只是数学表达形式不同而已。与此同时,L. V. 德布罗意、E. 薛定谔等人则从光的波粒二象性中得到启发,从一个完全不同的角度建立了量子力学,或称波动力学。波动力学比较直观,所用数学工具一般也是大家较熟悉的。

四、量子力学的发展历程

量子力学是在旧量子论的基础上发展起来的。旧量子论包括普朗克的量子假说、爱因斯坦的光量子理论和玻尔的原子理论。

量子力学本身是在 1923—1927 年这一段时间中建立起来的。两个等价的理论——矩阵力学和波动力学几乎同时提出。矩阵力学的提出与玻尔的早期量子论有很密切的关系。海森堡一方面继承了早期量子论中合理的内核,如能量量子化、定态、跃迁等概念,同时又摒弃了一些没有实验根据的概念,如电子轨道的概念。矩阵力学从物理上可观测,赋予每一个物理量一个矩阵,它们的代数运算规则与经典物理量不同,遵守乘法不可易的代数。波动力学来源于物质波的思想。薛定谔在物质波的启发下,找到一个量子体系物质波的运动方程——薛定谔方程,它是波动力学的核心。后来薛定谔还证明,矩阵力学与波动力学完全等价,是同一种力学规律的两种不同形式的表述。事实上,量子理论还可以更为普遍地表述出来,这是狄拉克和约尔丹的工作。

1. 矩阵力学

1925 年,海森堡基于物理理论只处理可观察量的认识,抛弃了不可观察的轨道概念,并从可观察的辐射频率及其强度出发,与玻恩、约尔丹一起建立起矩阵力学。

2. 波动力学

1926 年,薛定谔基于量子性是微观体系波动性的反映这一认识,找到了微观体系的运动方程,从而建立起波动力学,其后不久还证明了波动力学和矩阵力学的数学等价性;狄拉克和约尔丹各自独立地发展了一种普遍的变换理论,给出量子力学简洁、完善的数学表达形式。

在人们认识到光具有波动和微粒的二象性之后,为了解释一些经典理论无法解释的现象,法国物理学家德布罗意于 1924 年提出了物质波这一概念。他认为一切微观粒子均伴随着一个波,这就是所谓的德布罗意波。德布罗意关系 $\lambda = h/p$ 和量子关系 $E = h\nu$,这两个关系式实际表示的是波性与粒子性的统一关系,而不是粒性与波性的两分。德布罗意物质波是粒波一体的真物质粒子、光子、电子等的波动。他提出假设:实物粒子也具有波动性。他认为实物粒子(如电子)也具有物质周期过程的频率,伴随物体的运动也有由相位来定义的相波(即德布罗意波),后来薛定谔解释波函数的物理意义时称为“物质波”。德布罗意的新理论在物理学界掀起了轩然大波。这种在并无实验证据的条件下提出的新理论使得人们很难接受。就连德布罗意的导师朗之万也根本不相信这种观念,只不过觉得这篇论文写得很有才华,才让他得到博士

学位。

量子力学与经典力学的差别首先表现在对粒子的状态和力学量的描述及其变化规律上。在量子力学中,粒子的状态用波函数描述,它是坐标和时间的复函数。为了描写微观粒子状态随时间变化的规律,就需要找出波函数所满足的运动方程。这个方程是薛定谔在 1926 年首先找到的物质波连续时空演化的偏微分方程,被称为薛定谔方程。

第二节 波函数的统计解释

一、经典力学对质点的描述

(坐标和动量) 规律:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}(t)}{dt^2} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t)$$

二、自由粒子的波函数(德布罗意假设)

德布罗意仔细分析了光的波动说及粒子说发展的历史,并注意到了 19 世纪哈密顿曾经阐述的几何光学与经典粒子力学的相似性,集合光学的基本原理,可以概括为费米原理,亦即最小光程原理, $\delta \int_A^B n dl = 0$, n 为折射系数;经典粒子的莫培督(Maupertius) 原理,亦即最小作用原理, $\delta \int_A^B p dl = \delta \int_A^B \sqrt{2m(E-V)} dl = 0$, p 为粒子的动量。通过用类比的方法分析,使他认识到了过去光学理论的缺陷是只考虑光的波动性,忽视了光的粒子性。现在在关于实物粒子的理论上是否犯了相反的错误,即人们是否只重视了粒子,而忽视了它的波动性呢? 运用这一观点,德布罗意于 1924 年提出了一个具有深远意义的假设:微观粒子也具有波粒二象性。

具有确定动量和确定能量的自由粒子,相当于频率为 ν 或波长为 λ 的平面波,二者之间的关系如同光子与光波一样,即

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (1.2.1)$$

$$\mathbf{p} = \frac{h}{\lambda} \mathbf{n} = \hbar \mathbf{k} \quad (1.2.2)$$

这就是著名的德布罗意关系式,这种表示自由粒子的平面波称为德布罗意波或“物质波”。

设自由粒子的动能为 E , 当它的速度远小于光速时,其动能 $E = \frac{p^2}{2\mu}$, 由式(1.2.2) 可知,德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\mu E}} \quad (1.2.3)$$

如果电子被 V 伏电势差加速,则 $E = eV$ 电子伏特,则

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\mu eV}} \cong \frac{12.25}{\sqrt{V}} \text{Å} \quad (\mu \text{ 为电子质量; } 1\text{Å} = 10^{-10} \text{ m})$$

当 $V=150\text{ V}$ 时, $\lambda=1\text{ \AA}$, 当 $V=10\,000\text{ V}$ 时, $\lambda=0.122\text{ \AA}$, 所以, 德布罗意波长在数量级上相当于晶体中的原子间距, 它比宏观线度要短得多, 这说明为什么电子的波动性长期未被发现。

三、平面波方程

频率为 ν , 波长为 λ , 沿 x 方向传播的平面波可用下面的式子来表示:

$$\Psi = A \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right) \right] \quad (1.2.4)$$

如果波沿单位矢量 $\mathbf{n}$ 的方向传播, 则

$$\Psi = A \cos \left[2\pi \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{\lambda} - \nu t \right) \right] = A \cos (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (1.2.5)$$

写成复数的形式:

$$\Psi = A \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (1.2.6)$$

或 $\Psi = A \exp \left[\frac{i}{\hbar} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et) \right]$ (量子力学中必须用复数形式)

这种波(自由粒子的平面波)称为德布罗意波。

四、德布罗意波的实验验证

德布罗意波究竟是一种什么程度的波呢? 德布罗意坚信, 一方面, 物质波产生于任何物体的运动, 这里所说的任何物体, 包括大到行星、石头, 小到灰尘或电子, 这些物质和物质波一样, 能在真空中传播, 因此它不是机械波; 另一方面, 它们都产生于所有物体——包括不带电的物体, 所以它们不同于电磁波。这是一种新型的尚未被人们认识的波, 就是这种波构成了量子力学的基础。

1. 电子的衍射实验

1927 年美国科学家戴维孙(Davisson) 和革末(Germer) 用实验证实了德布罗意波的正确性。后来, 汤姆逊又用电子通过金箔得到了电子的衍射图样。

2. 电子的干涉实验

它是由缪江希太特和杜开尔在 1954 年做出的。后来又由法盖特和费尔特在 1956 年做出。

其他实验表明: 一切微观粒子都具有波粒二象性。

我们在 S 处放一把电子枪, S 前放有与 S 等距离的两条平行狭缝, 若两缝之间的距离很小, 这时两缝构成一对相干源, 从两缝发出的电子将在空间叠加, 产生干涉现象, 在屏幕上记录到的电子强度分布如图 1-3 所示。

3. 物质波的应用

电子显微镜($d = \frac{0.61\lambda}{\sin \alpha}$ 为分辨率的普遍表达式)。

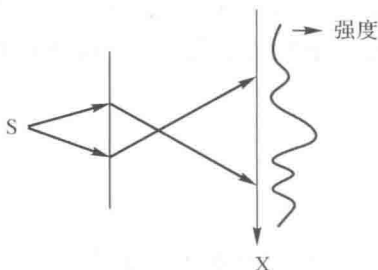


图 1-3 双缝干涉示意图

五、波函数的统计解释

玻恩首先提出了波函数意义的统计解释：

波函数在空间某点的强度(振幅绝对值的平方)和在这点找到粒子的概率成比例,即描写粒子的波可以认为是概率波。

量子力学的一个基本原理:微观粒子的运动状态可用一个波函数 $\Psi(r, t)$ 来描写。

六、波函数的性质

$$1) \quad dw(x, y, z, t) = c |\varphi(x, y, z, t)|^2 d\tau \quad (1.2.7)$$

表示在 t 时刻,在 r 点,在 $d\tau = dx dy dz$ 体积内,找到由波函数 $\Psi(r, t)$ 描写的粒子的概率。

2) 概率密度:

$$\omega(x, y, z, t) = \frac{dw(x, y, z, t)}{d\tau} = c |\varphi|^2 \quad (1.2.8)$$

3) 粒子在全空间出现的概率(归一化):

$$c \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi|^2 d\tau = 1$$

$$\text{则} \quad c = \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi|^2 d\tau} \quad (1.2.9)$$

4) $\Psi \leftrightarrow c\Psi$, 描写的是同一态。

令

$$\begin{aligned} \Psi &= \sqrt{c} \varphi \\ d\omega &= |\Psi|^2 d\tau \\ \omega &= |\Psi|^2 \end{aligned}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 d\tau = 1 \text{ 为归一化条件}$$

满足上式的波函数称为归一化波函数,使 Ψ 变为 φ 的常数, $\sqrt{c}$ 称为归一化常数。

注意:

1) 波函数在归一化后也还不是完全确定的,还存在一个相位因子 $e^{i\zeta}$ 的不确定,因为 $|e^{i\zeta}|^2 = 1$ 。

2) 不是所有的波函数都可按上述条件归一化,即要求 $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 d\tau$ 为有限的(平方可积的),如果是发散的,则无意义。

例如:自由粒子的波函数 $\Psi_p(\mathbf{r}, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)}$, $\int |\Psi_p|^2 d\tau = A^2 \int d\tau = A^2 \cdot \infty = 1, A \rightarrow 0$ 。

注意:波函数是时间位置的函数,即 $\Psi(x, y, z, t) = u(x, y, z, t) + iv(x, y, z, t)$ 。

第三节 态叠加原理

一、经典波的态叠加原理

两个可能的波动过程 ϕ_1, ϕ_2 的线形叠加的结果 $a\phi_1 + b\phi_2$ 也是一个可能的波动过程。

二、态叠加原理

如果 ϕ_1, ϕ_2 是体系的可能状态,那么,它们的线形叠加 $\Psi = c_1\phi_1 + c_2\phi_2$ 也是这个体系的可能状态。

三、两种叠加原理的区别

1) 在状态 $\Psi = c_1\phi_1 + c_2\phi_2$ 中,对某力学量 Q 进行测量,测到 Q 值可能是 λ_1 ,也可能是 λ_2 ,但绝对不会是其他的值(与抛硬币的情形差不多)。

2) 若 $\phi_1 = \phi_2$,则 $\Psi = (c_1 + c_2)\phi_1$,这时 Ψ 与 ϕ_1 是同一态,这与经典波的叠加不同。

3) 当粒子处于态 ϕ_1 和态 ϕ_2 的线形叠加态时,粒子既处于态 ϕ_1 ,又处于态 ϕ_2 。

四、态叠加原理的一般表达式

$$\psi = \sum_n c_n \phi_n$$

其中, $c_1, c_2, \dots$ 为复数。

五、态叠加原理的一个实例

一个确定的动量 $\mathbf{p}$ 运动的电子状态的波函数为

$$\psi_p(\mathbf{r}, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)} \quad (1.3.1)$$

由态叠加原理,在晶体表面上反射后,粒子的状态 ψ 可以表示为 $\mathbf{p}$ 取多种可能值的平面波的线性叠加: