

First
Reading

第一阅读
科普馆

数独

博文 主编

数独游戏帮你开发智力、锻炼毅力

北京工艺美术出版社

全世界聪明人都在玩的益智游戏

数独

SuDoku

博文主编



北京工艺美术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数独/博文主编. — 北京: 北京工艺美术出版社,
2017.6

(第一阅读系列)

ISBN 978-7-5140-1095-4

I. ①数… II. ①博… III. ①智力游戏 IV. ①G898.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第051257号

出 版 人: 陈高潮

责任编辑: 田 黎

装帧设计: 韩立强

责任印制: 宋朝晖

数 独

博 文 主 编

出 版	北京工艺美术出版社
发 行	北京美联京工图书有限公司
地 址	北京市朝阳区化工路甲18号 中国北京出版创意产业基地先导区
邮 编	100124
电 话	(010) 84255105 (总编室) (010) 64283627 (编辑室) (010) 64280045 (发 行)
传 真	(010) 64280045/84255105
网 址	www.gmcbs.cn
经 销	全国新华书店
印 刷	北京市俊峰印刷厂
开 本	720毫米×1020毫米 1/16
印 张	20
版 次	2017年6月第1版
印 次	2017年6月第1次印刷
印 数	1~5000
书 号	ISBN 978-7-5140-1095-4
定 价	59.00元

序

“数独”（Sudoku）游戏令很多人为之痴狂，这样一个随手拿起纸笔就能玩的游戏，在欧洲随处都可以看得到有人沉迷其中——拿着纸笔玩数独、电脑上玩数独、上网玩数独，最近甚至有人拿着手机玩数独。在地铁和公车上，总能看到埋头做数独游戏的人，很多人因此坐过了站；沉迷其中的更有将网络游戏抛在一边的年轻一代。从澳大利亚到克罗地亚，从法国到美国，各家报纸杂志纷纷刊登这种填数游戏。日本人每月购买的数独杂志超过 60 万份；《纽约时报》将数独与其备受推崇的纵横字谜一同纳入到周日刊上；在英国，数独不仅已发展成全民游戏，还有教师主张用它来训练学生的脑力，连报纸也靠它刺激销量。数独游戏相当有趣，几乎每个玩过的人都会上瘾。

数独的历史可追溯到 200 年前的 18 世纪，由瑞士人里昂哈德·欧拉发明，当时称作“拉丁方块”，但原始版本太简单，也并未流传开来。在 20 世纪 70 年代，美国益智游戏杂志《Dell Puzzle Magazines》开始刊载，改名“数字拼图”，但始终只是众多拼图游戏中的一种，没有得到广泛的注意。1984 年日本益智杂志《通信》员工金元信彦接触到美国猜谜书上某版本的数字游戏，认为可以用来吸引读者，便加以改良，增加难度，并取了新名称做数独（Sudoku），意思是“独立的数字”，推出后一炮而红。不久，新西兰人韦恩·古德在日本的一本杂志上发现了数独谜题，立即迷恋上这一游戏。他开始编写可以生成数独谜题的电脑程序，然后在网上发布。2004 年底，古德在伦敦走进《泰晤士报》报社向专栏编辑展示了这一游戏，从而让这种“没有文字的填字游戏”跨越了文字和文化的疆域，掀起新一轮的全球化头脑风暴。

数独游戏不需要复杂的工具，只需要一支铅笔，一块橡皮，不需要填字游戏所要求的语言和文化背景知识，只需要认识9个数字，因而它大受欢迎也就不难理解了。真正的数独并非只是简单的数字和方格的机械变化，在数字的移行换位中隐藏着独一无二的思维创意，它能全面激发游戏者的想象力、逻辑推理力和创新思维，据说还有助于降低罹患阿尔茨海默氏症（老年痴呆症）的风险。数独也许算不上刺激，但非常有趣，似乎思路被卡住了，却突然之间推敲出某个数字，从而成功地解出答案，由此而生的满足感相当之棒。

本书精选了400多个数独游戏，让广大中国读者和世界同步享受这种极具挑战的益智游戏，这些游戏适于不同年龄段的读者，将让你越玩越聪明，越玩越爱玩。

数独简介

数独入门篇

下面将介绍数独谜题的一些基本规则和用最优攻略来解每道数独谜题的所有工具。

初识九宫格

空白的数独方阵如图 1 中所示，是一个 9 行 9 列的九宫格，又分为 3×3 的小九宫格。在本书中用方格的坐标值对其进行标识——先行后列：（1，3）表示最顶行，左起第三列；（9，8）表示最底行，左起第 8 列。用小九宫格来标识 3×3 的小九宫格，如图 1 中用数字标记。

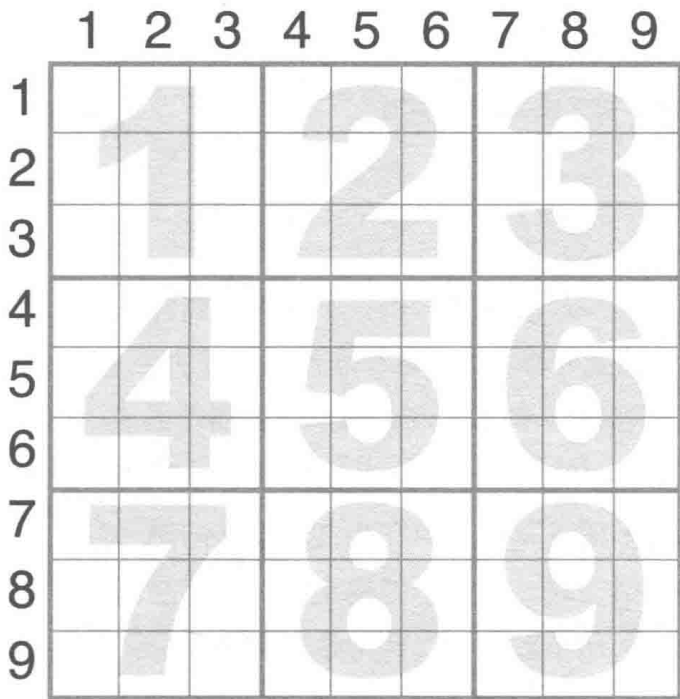


图 1 示意九宫格坐标和小九宫格标号的空白数独

从基本规则开始

如图 2 所示，每道谜题开始在九宫格中都会有一组提示数字。我们先要坚持基本原则，数独的解答只需要用到逻辑运算，不需要加减乘除。解决数独谜题，尤其是较难的谜题时，需要将待选数字做标记。这些标记应随着谜题的解答而相应改变，所以当任意数字得以解答或部分解答时应擦去其标记。

4		3	6					
					1		2	4
	1			4		5		
			9		4		6	
3		2				4		9
	7		1		3			
		1		9			4	
2	4		3					
					8	2		7

图 2 难度适中的数独谜题

将谜题分块

开始解答谜题时应注意的第一条：不要一开始就试图纵观整个九宫格。如图 3 所示，应将谜题分块。可以拿一张纸来挡住九宫格中不去观察的部分。在前三列中可以观察到，小九宫格①和小九宫格⑦各有一个 1，而小九宫格④中没有 1。第二列中的 1 排除了小九宫格④中第二列出现 1 的可能性，而第三列中的 1 使得不能将其他 1 放在小九宫格④的第三列。这表示小九宫格④中的 1 肯定是在第一列，但是不能确定是在两个空格子中的哪一个。这时我们在空格子的角上用小数字对这些待选数字进行标记。在本书中所有的待选数字用同样的方式（方格中的小数字）来标记。

4		3	6					
					1		2	4
	①			4		5		
1			9		4		6	
3		2				4		9
1	7		1		3			
		①		9			4	
2	4		3					
					8	2		7

图3 将数独分块观察而不是一开始就试图解答整个谜题

4		3	6					
					1		2	4
	①			4		5		
1			9		4		6	
3		2				4		9
	7		①		3			
		①		9			4	
2	4		3					
					8	2		7

图4 心里记着一个数字逐渐观察较大区域以寻找线索

循序渐进地观察较大区域

如图4所示，通过下一列的展示，在第六行找到一个1。显然，因为此行已经有了一个1，小九宫格④中的第六行再出现1的假设被否定，于是这个待选数字就可以擦去了。因此，数字1肯定只能出现在另一可选方格第四行、

第一列（或方格 4, 1）。这是我们确定的第一个数字。

解答第二个数字

任意小九宫格、行或列中的空格子越少，对空格解答的机会就越大，所以应观察最为密集的行、列和小九宫格。如，可集中精力观察中间三行。小九宫格⑤和小九宫格⑥中各有一个 4，但小九宫格④中没有 4，所以看起来这是一个值得关注的数字。

第四行和第五行中的 4 表明小九宫格④中的 4 只能出现在 (6, 1) 或 (6, 3)，所以可以用铅笔标记之。如图 5 中观察第一列其他部分后发现此列已经有了一个 4，所以小九宫格④中的 4 不能出现在 (6, 1)，而只能放在余下的方格 (6, 3)。谜题的第二个数字的位置得以确定。

顺便提一句，如果我们展示了其余的格子，你有没有观察到第二列的数字 4？如果没有用第四行和第五行的 4 来排除小九宫格④中第二列的 4，那么这个 4 可以出色地完成这项工作。有这样额外便捷的线索是少见的，但是值得指出。

④		3	6					
					1		2	4
	1			4		5		
1			9		④		6	
3		2				④		9
	7	4	1		3			
		1		9			4	
2	4		3					
					8	2		7

图 5 找 4 以解答谜题

➡ 破解第一个小九宫格

继续对已有线索进行探求，在图 6 中观察第四行和第五行的 9。这两个 9 排除了小九宫格④中除 (6, 1) 外的任一方格出现 9 的可能性。所以用不着进行标记，9 只能放在这里。

接下来观察第四行的 6，它很好地排除了另外的 6 出现在小九宫格④中的第四行的可能性。因为在此小九宫格中一些数字的位置已经得以确定，所以余下的方格中唯一一个可能出现的只能是 (5, 2)。小九宫格④即将圆满完成，只余下数字 8 和 5 还要解答。这两个数字中每一个都可以放在 (4, 2) 或 (4, 3)。目前由可观察到的线索来看，没有显而易见的方法来判断正确方格，所以一时卡壳了。

在我们继续之前，在两个方格都标上待选数字 5 和 8：在以后某个阶段我们将会解答某一数字进而解答整个小九宫格。

从这两个未解答的方格我们可以得到重要的提示：它们都可能包含 5 或 8（已证），同时也意味着 5 和 8 只可能出现在这两个方格，这不仅仅是针对所在的小九宫格，对于其所在行未解答的方格来说也是如此。此行只能出现一个 5 和一个 8，所以可以得到它们所在的位置。

4		3	6					
					1		2	4
	1			4		5		
1			9		4	⑥		
3	6	2				4		9
9	7	4	1		3			
		1		9			4	
2	4		3					
					8	2		7

图 6 方格 (4, 8) 的 6 表示小九宫格④中的 6 只可能出现在 (5, 2)

我们刚刚发现的可以称为一个成对的二元数组。二元数组的元素是指已被证明可能出现在两个方格其中之一的数字，可以用来排除此数字出现在九宫格其他部分的可能性。随着谜题难度的增加，二元数组可以帮助我们解决其他问题。

➡ 线索的使用

现在，你应该已经熟悉了给出数字的位置，不用再对九宫格进行部分遮挡，尽管在我们集中精力于某一特定部分时这会是一种十分有效的方法。如图7所示，“好”线索最后会自己跳入你的视野。这里已确定数字4，可以排除另一个4出现在除小九宫格⑧的(9, 4)外的任一位置的可能性。但这个九宫格中的数字4不能确定其他数字的位置，所以只好继续。

在图8中我们可以对九宫格进行很好的处理。已确定位置的数字2并不能马上用来确定小九宫格中的数字2的位置，但是可以证明2不是在(4, 9)就是在(6, 9)。鉴于数字2不能马上用来解答谜题，可以对其标记以便以后用到。

从给出的线索和已解答的方格中我们仍能得到许多观测结果和解决方

4		3	6					
					1		2	4
	1			④		5		
1	8 5	8 5	9		④		6	
3	6	2				4		9
9	7	4	1		3			
		1		9			④	
2	4		3					
			4		8	2		7

图7 分离出“好”线索

案。如，观察第四列和第六列的3，以及第一行的3可以确定小九宫格②中3的位置。

这时你对一些数字的解答有了足够的线索，图9中是至此我们已解答的九宫格。从图中可以看到，这是到目前为止我们使用简单逻辑所能达到的效果。

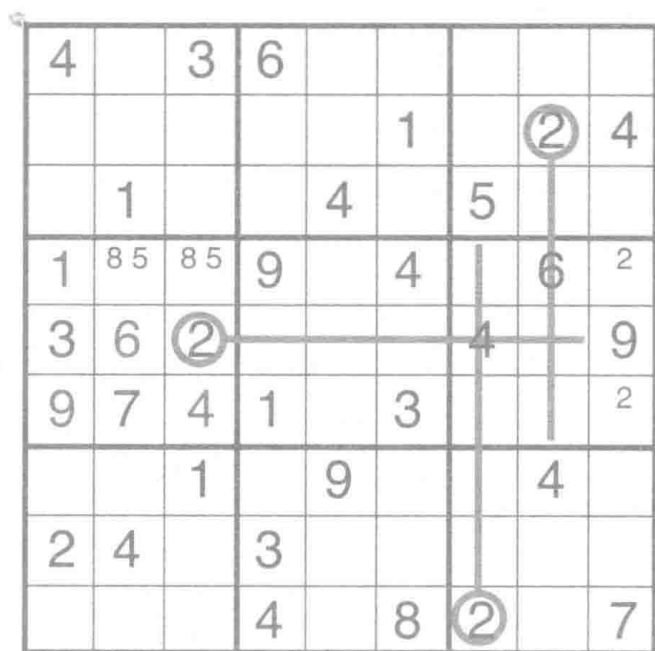


图8 深刻掌握九宫格



图9 请自己解答谜题中其余部分，祝你好运！

数独提高篇

现在我们开始对谜题进行系统的解答，为此必须仔细地寻找每一处方格的秘密。考虑到谜题的难度等级，首先你应该决定是啃骨头似的记下每一方格的所有待选数字，还是一个小九宫格一个小九宫格（或是一行行、一列列）的挨个解答。鉴于此谜题为中等难度，我们可循序渐进地完成解答过程。

在图 10 中，小九宫格⑥中所有未定方格的待定数字都已标记出。检查每一方格所在的小九宫格、行和列，以确定这些待定数字。你可以试着自己练习检查这些数字。

因为小九宫格④中的二元数组的位置已经确定，所以可以证明 8 或 5 都不可能出现在方格（4，7）或（7，9）。

4		3	6					
					1		2	4
	1			4		5		
1	8 5	8 5	9		4	7 3	6	3 2
3	6	2				4	7 8 5 1	9
9	7	4	1		3	8	8 5	8 5 2
		1		9			4	
2	4		3					
			4		8	2		7

图 10 尝试一下小九宫格⑥

➡ 选出单独的数字（独数）

观察小九宫格⑥最底行左端的方格会发现唯一能够放在此处的数字只有 8。

从其所在的行和列来看并没有什么线索足以证明 8 是此方格的解，只有通过排除其他的待选数字才可以确定 8 放在（6，7）。通过排除法而确定位

置的数字我们称之为独数。

方格(6, 7)中8的确定还有第二个作用, 那就是排除了其所在的小九宫格、行和列出现其他8的可能性。出现的新态势如图11。擦去所有待选数字8后, 会发现已解答数字8的右边出现了新的独数5, 用同样的方法其位置也可以被确定。将5确定(擦去其余待选数字5)后使得2单独出现在(6,

4		3	6					
					1		2	4
	1			4		5		
1	⁸ 5	⁸ 5	9		4	⁷ 3	6	³ 2
3	6	2				4	⁷ 5 ¹	9
9	7	4	1		3	8	5	⁵ 2
		1		9			4	
2	4		3					
			4		8	2		7

图 11 用独数来解答

4		3	6					
					1		2	4
	1			4		5		
1	⁸ 5	⁸ 5	9		4	⁷ 3	6	³ 2
3	6	2				4	⁷ 1	9
9	7	4	1		3	8	5	²
		1		9			4	
2	4		3					
			4		8	2		7

图 12 试试这个谜题, 留意独数。

9)，于是其位置也可以确定，然后擦去待选数字2，在(4, 9)出现独数3等，尽可能地按照此方法一直做下去，如图12所示。余下的由你搞定。

困难的数独的解答

图13不仅示范了在本部分其他地方讨论到的许多数独原则，还考虑了那些不明显的问题。考虑一下数字6：

- ◎ 列1和列3的数字6，与方格(9, 5)的数字6，排除了在小九宫格⑦其他地方填数字6的可能性，除了(7, 2)或者(8, 2)以外。
- ◎ 因为在小九宫格⑨中的行8已经满了，小九宫格⑨的数字6只能是放到行7里面，所以，小九宫格⑦的数字6只能在(8, 2)的行8。
- ◎ 方格(5, 8)里的数字6排除了列8填写数字6的可能。这就意味着，小九宫格⑨的数字6不可能放在(7, 8)，并且，(9, 5)的数字6也排除了在小九宫格⑨中最下一行填数字6的可能，那么，只剩下(7, 9)了。

这时，在中间三列中，另一个数字6便可以很容易地解决了。由于数独的对称性，通过一组中未解决的数字总可以推断出另外一组未解决的数字。

		9	6	4		1		
7	1	3						
		⑥			7			
	9		3					8
	4		8		2		⑥	
⑥					9		2	
	6		9			2		6
	6					9	8	5
		4	⑥	5	3			

图13 考虑那些不明显的

这些数字常常有助于解答另外的数字。当我们知道这个数字只能放到这些方格的某一个中的时候，一个方格的两个未解决的数字刚好可以起到一个已解决的数字的作用。用数独的行话来说，这些未解决的数字的排列称为二元数组或三元数组。

❶ 无关的待选数字

下面是难度更高级别的数独的一些解答攻略。为了使这些图解能起到作用，你必须小心翼翼地发现小九宫格中每一个未解答的方格的所有的待选数字。如图 14 所示，多数方格已经得到了解答，但是还有一些仍然留下了铅笔标记的待选数字。每一个待选数字看似都有一个二选一的方格可以放进去，这时就要用到推理。

请你集中注意力在列 4 上。如果我们考虑小九宫格⑧的话，它有两组待选数字 5 与 2、7 与 2，我们先考虑一下 (8, 4) 与 (9, 4) 的一对数字 7 与 2。这里教你点小魔法：在小九宫格⑧中，我们发现，必须将数字 7 或者 2 放到方格 (8, 4) 或者 (9, 4) 中的任意一个，即是说，这两个方格必须是列 4 中仅有的两个包含这些数字的方格。所以，我们现在知道了，在列 4 中，

8 2	2 8	9	6	4	3	9	5	7
7	1	3	5 2	5 2	8	6	9	4
4	5	6	1	9	7	8	3	2
5 2	9	7 5 2	3	7 5 2	6	4	1	8
3	4	7 5 1	8	7 5 1	2	7 5	6	9
6	8 7	8 7 5 1	6	7 5 1	9	7 5	2	3
5 1	3	7 5 1	9	8	4 1	2	7 4	6
2 1	6	7 2 1	7 2	3	4 1	9	8	5
9	8 7 2	4	7 2	6	5	3	7	1

图 14 仔细看看这些待选数字

数字 7 与数字 2 就不可能出现在 (2, 4) 中, 那么, 在那个方格中就只剩下数字 5 了, 所以问题就解决了, 因而小九宫格②的数字 2 必须出现在 (2, 5) 中。

上面我们所发现的是一组配对, 这些数有助于我们解答那些最麻烦的问题。有时候, 你可能会在小九宫格、行或者列发现诸如 7 2 1 这样的一组数。如果数字 1 在别的地方是待选数字的话, 你就可以将其从 7 2 1 的数组中移除掉了。这样, 空着的两个方格就只能填数字 7 或者数字 2, 即如果数字 7 放在一个方格, 数字 2 放在另一个方格的话, 就没有放数字 1 的地方了。在行话中, 这叫隐性配对。在图 14 中, 我们的配对刚好排除了一个数字 2, 有时候, 通过这样的配对可以逐一排除待选数字。或许, 最让你头晕、最困难的数独模型是这样的——当三个数字在一个小九宫格、行或者列共用三个方

28	28	1
3	9	7
6	5	4
58	1	358
7	6	359
4	23	23 59
59	7	359
89	4	389
1	238	6

2	8	1
3	9	7
6	5	4
58	1	358
7	6	359
4	23	23 59
59	7	359
89	4	389
1	238	6

图 15 在(左边)的第一纵行中, 三个灰色方格共有三个数字, 它们是相互排斥的, 不能重复出现, 这就意味着方格 (1, 1) 只能填入数字 2, 解决了这个方格, 方格 (1, 2) 就只能填入数字 8 (见右边)。