

理论力学材料力学

考研与竞赛试题精解

第3版

江苏省力学学会教育科普委员会 编著

中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

理论力学 材料力学 考研与竞赛试题精解

第3版

江苏省力学学会教育科普委员会 编著

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书从江苏省 15 所高校提供的“理论力学”、“材料力学”竞赛试题和模拟试卷中精选出 200 多道题,对大多数题给出了解答过程,少部分题给出了答案。编入了 19 道“大学生力学竞赛模拟题”,给出了详细解答。汇编了江苏省部分重点高校自 2007 年至 2010 年的“理论力学”、“材料力学”、“工程力学”硕士研究生入学考试试卷,并对全部题给出了解答。

本书适用于工科院校的学生阅读,对第二课堂、兴趣小组的同学有参考价值,对报考硕士研究生的同学更有帮助。本书内容对任教教师的备课选题,特别是辅导力学竞赛、强化班更会带来很多方便。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学材料力学考研与竞赛试题精解/江苏省力学学会教育科普委员会编著. —3 版. —徐州:中国矿业大学出版社,2011. 1

ISBN 978-7-5646-0949-8

I. ①理… II. ①江… III. ①理论力学—研究生—入学考试—解题②材料力学—研究生—入学考试—解题 IV. ①O31-44②TB301-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 002426 号

书 名 理论力学材料力学考研与竞赛试题精解

编 著 者 江苏省力学学会教育科普委员会

责任编辑 王江涛

出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司

(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)

营销热线 (0516)83885307 83884995

出版服务 (0516)83885767 83884920

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

印 刷 江苏淮阴新华印刷厂

开 本 787×1092 1/16 印张 21 字数 511 千字

版次印次 2011 年 1 月第 3 版 2011 年 1 月第 1 次印刷

定 价 36.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

第3版编委会名单

主 编 吴文龙

副主编 郭应征 许庆春 陶秋帆

委 员 (以姓氏笔画为序)

尹晓春 朱为玄 邬 莹

刘建华 严圣平 巫静波

余春华 张晓芳 陈 平

陈安军 陈建平 虞伟建

第3版前言

本书(第2版)自2006年出版以来,由于符合教育部力学课指委对基础力学所提出的基本要求,重点放在“基本概念、基本理论、基本方法”的掌握和应用上,因而受到了广大力学教师和学生的欢迎,湖北、福建、江西、安徽、云南、山东、河南、四川、广西、上海、天津、重庆、江苏等全国13个省市50余所高校都购买了本书,第2版6000余册书早已售空。事实证明,本书对基础力学教学质量的提高起到了很好的促进作用,是一本较好的教学参考书。

自2007年开始,我国高等教育形势发生了深刻变化,为落实教育部的“质量工程”,全国周培源大学生力学竞赛改为由教育部力学基础课程教学指导分委员会、中国力学学会和周培源基金会共同主办,正式成为教育部高教司主办和委托举办的全国六个大学生科技竞赛之一。根据教育部的要求,全国周培源大学生力学竞赛题型发生了重大变化,由分科竞赛题型转变成综合与灵活应用结合的新题型。

鉴于以上情况,同时为满足各院校的强烈要求,本书编委会决定对第2版进行修订。修订后的本书(第3版)保留了第2版中理论力学和材料力学的模拟题,将理论力学竞赛模拟题并入静力学、运动学和动力学模拟题中。增加了“大学生力学竞赛模拟题”。这部分内容是根据全国周培源大学生力学竞赛组委会2007年提供的样题、我省20余所参赛学校的老师自行设计的模拟题,通过“江苏省大学生力学竞赛指导教师交流研讨会”交流研讨,从中精选出来的,我们认为比较成熟的题,作为我省参赛学生进行强化训练的内容。两届(2007年、2009年)全国大赛的实践证明,这部分内容对培养提高学生综合能力起到了显著作用,在2007年、2009年全国大赛中我省都取得了较好成绩,特别是2009年第七届全国周培源大学生力学竞赛,我省成绩更为喜人,共获得4个特等奖、10个一等奖、19个二等奖(该届竞赛全国共设特等奖5个、一等奖15个、二等奖33个)。为压缩篇幅,同时也为了适应全国力学竞赛形势变化的需要,删去了第三届至第五届全国周培源大学生力学竞赛理论力学及材料力学试题和2005年“宇通杯”全国大学生力学邀请赛试题(如需要这部分的有关内容,可参阅高云峰、蒋持平编著的《全国大学生力学竞赛赛题汇编及点评》或到中国力学学会网站上查找)。更换了硕士研究生入学考试试题,汇编了江苏省部分重点院校2007年至2010年的“理论力学”、“材料力学”、“工程力学”硕士研究生入学考试试卷。本书所有试题均给出了主要解题要点和答案。第2版中的印刷错误均作了修正。

编委会由吴文龙教授任主编,郭应征教授、许庆春教授、陶秋帆副教授任副主编,分别负责“材料力学”、“理论力学”、“大学生力学竞赛模拟题”,书中全部插图的绘制和文字的录入排版工作均由严圣平副教授负责完成。

本书虽经修订,但限于我们的水平,还会有不少缺点和错误,特别是“大学生力学竞赛模拟题”,基本都是原创题,不一定很成熟,肯定会有不足之处,衷心欢迎读者批评指正。

江苏省力学学会教育科普委员会

2010年12月12日

第2版前言

本书自2001年出版以来,受到了广大教师和学生的欢迎。由于本书符合教育部课程指导委员会对基础力学所提出的基本要求,重点放在“基本概念、基本理论、基本方法”的掌握和应用上,凡是选用本书作为竞赛主要参考教材的院校,在第三届(2002年)江苏省大学生力学竞赛、第五届(2004年)全国周培源大学生力学竞赛,以及第一届(2005年)“宇通杯”全国大学生力学邀请赛等历次力学竞赛中,都取得了较好的成绩。事实证明,本书对提高基础力学(理论力学、材料力学及工程力学)教学质量起到了很好的促进作用,是一本很好的教学参考书。

为适应21世纪教学改革的需要,满足各院校的强烈要求,江苏省力学学会教育科普委员会经过多次讨论研究,决定成立编委会,负责对原版进行修订。再版后的本书保留了原版中理论力学及材料力学的模拟题,更换了硕士生入学考试试题,汇编了江苏省部分重点高校2004年至2006年的“理论力学”、“材料力学”、“工程力学”硕士研究生入学考试试卷,增编了第三届(2002年)江苏省大学生力学竞赛,第五届(2004年)全国周培源大学生力学竞赛,第一届(2005年)“宇通杯”全国大学生力学邀请赛的“理论力学”、“材料力学”试题。所有试题均给出了主要解题要点及答案。原版中的印刷错误均作了修正。这次书中的所有插图,均用AutoCAD画好后直接转成1200线的TIF图,精度更高,更清晰。

编委会由吴文龙、郭应征老师总负责,景荣春、陈建平、虞伟建、严圣平老师负责校对,书中插图的计算机绘制及文字录入排版工作全部由严圣平老师负责完成。

本书虽经修订,但限于我们的水平,还会有不少缺点和错误,衷心欢迎读者批评指正。

江苏省力学学会教育科普委员会

2006年12月16日

第1版前言

众所周知,数、理、化、天、地、生、力是七大基础学科,力学是其中之一。“理论力学”、“材料力学”是工科院校中非常重要的两门基础课,这两门课程的教学质量,直接关系到工科学生的水平。在2000年“第四届全国周培源大学生力学竞赛”中,我省参赛同学在强手如林的赛场上,通过顽强拼搏,在与全国25个省市(包括香港特别行政区)的选手的竞争中获得了唯一的优秀组织奖;在6个团体优胜奖中获得第二、第六名;在全国30名获奖同学中,分别获得二等奖2个,三等奖6个;在全国材料力学单科奖前十名中,分别获得第一、第三、第八名的好成绩,为江苏省争得了荣誉。这些成绩充分说明我省基础力学的教学水平是高的,教学质量是好的。

“大学生力学竞赛”的特点是:第一,含金量高。全国团体优胜奖只有6个,优秀组织奖只有1个,个人奖一共只有30个(其中:一等奖3个;二等奖7个;三等奖20个)。第二,参赛面广,层次高。全国有81所高校,2752人参赛,不仅有本科生,还有硕士生、博士生、青年教师、工程技术人员,竞争非常激烈。第三,每四年才举行一次。因此,“大学生力学竞赛”是高校力学教学中名副其实的“奥林匹克”比赛。

为搞好竞赛,在省教育厅、省力学学会的直接领导和支持下,省大学生力学竞赛组委会召集各高校主管竞赛的负责同志及教练进行了专题研讨,就竞赛的组织方式、如何调动广大基础力学老师和同学的参赛积极性、奖励政策、强化训练的安排等作了充分研讨,取得了共识,特别是对各校提供的模拟试卷及竞赛试题进行了认真深入的交流,为竞赛取得好成绩打下了扎实的基础。

各校提供的竞赛试题和模拟试卷都是老师们花了大量时间和精力查阅大量资料精选出来的成果。省力学学会教育科普委员会决定将它们精选后汇编成本书出版。提供试题的学校有:南京航空航天大学、南京理工大学、中国矿业大学、东南大学、河海大学、江苏理工大学、华东船舶工业学院、中国人民解放军理工大学、南京工业大学、南京林业大学、扬州大学、江南大学、苏州城建环保学院、淮海工学院、常州石油化工学院。由南京航空航天大学、南京理工大学、中国矿业大学、东南大学、河海大学及华东船舶工业学院等有关老师分工负责,精选有关内容。吴文龙、郭应征老师总负责;陈建平、尹晓春、巫静波老师负责校对。书中全部插图的计算机绘制及文字录入排版工作由严圣平老师负责完成。

经中国力学学会同意,本书还编入了第三、第四届“全国周培源大学生力学竞赛”“理论力学”、“材料力学”竞赛试题及标准解答。

为满足报考研究生的同学的要求,本书还编入了自1998年以来,我省部分重点大学的“理论力学”、“材料力学”硕士研究生入学考试试卷。

本书适用于工科院校的学生阅读,对第二课堂、兴趣小组的同学有参考价值,对报考硕士研究生的同学更有帮助。本书内容对任教教师的备课选题,特别是辅导力学竞赛、强化班更会带来很多方便。

本书能在短时间内顺利出版,得益于省教育厅、中国力学学会、江苏省力学学会及有关高校领导的大力支持。在此,一并表示感谢。

由于编者水平以及时间仓促,书中如发现缺点和错误,敬请读者批评指正。

江苏省力学学会教育科普委员会

2001年10月26日

目 录

第一部分 静力学模拟题	(1)
第二部分 运动学模拟题	(11)
第三部分 动力学模拟题	(31)
第四部分 基本变形和组合变形模拟题	(71)
第五部分 能量法和超静定模拟题	(95)
第六部分 动载荷和稳定性模拟题	(127)
第七部分 大学生力学竞赛模拟题	(138)
第八部分 江苏省重点高校硕士生入学考试理论力学试题	(161)
南京航空航天大学 2010 年理论力学试题	(161)
南京航空航天大学 2009 年理论力学试题	(164)
南京航空航天大学 2008 年理论力学试题	(168)
南京航空航天大学 2007 年理论力学试题	(171)
南京理工大学 2010 年理论力学试题	(176)
南京理工大学 2009 年理论力学试题	(180)
南京理工大学 2008 年理论力学试题	(183)
南京理工大学 2007 年理论力学试题	(187)
中国矿业大学 2010 年理论力学试题	(193)
中国矿业大学 2009 年理论力学试题	(197)
中国矿业大学 2008 年理论力学试题	(201)
中国矿业大学 2007 年理论力学试题	(206)
江苏科技大学 2010 年理论力学试题	(211)
江苏科技大学 2009 年理论力学试题	(215)
江苏科技大学 2008 年理论力学试题	(220)
江苏科技大学 2007 年理论力学试题	(224)
江南大学 2010 年理论力学试题	(228)
江南大学 2009 年理论力学试题	(231)
江苏大学 2010 年理论力学试题	(236)
江苏大学 2009 年理论力学试题	(240)
江苏大学 2008 年理论力学试题	(245)
第九部分 江苏省重点高校硕士生入学考试材料力学试题	(250)
中国矿业大学 2010 年材料力学试题	(250)
中国矿业大学 2009 年材料力学试题	(254)
中国矿业大学 2008 年材料力学试题	(258)
中国矿业大学 2007 年材料力学试题	(263)

南京航空航天大学 2010 年材料力学试题	(267)
南京航空航天大学 2009 年材料力学试题	(270)
南京航空航天大学 2008 年材料力学试题	(274)
南京航空航天大学 2007 年材料力学试题	(278)
南京理工大学 2010 年材料力学试题	(282)
南京理工大学 2009 年材料力学试题	(286)
南京理工大学 2008 年材料力学试题	(290)
南京理工大学 2007 年材料力学试题	(294)
江苏大学 2010 年材料力学试题	(297)
江苏大学 2009 年材料力学试题	(300)
江苏大学 2008 年材料力学试题	(303)
江苏科技大学 2010 年材料力学试题	(306)
江苏科技大学 2009 年材料力学试题	(309)
江苏科技大学 2008 年材料力学试题	(312)
江苏科技大学 2007 年材料力学试题	(315)
第十部分 江苏省重点高校硕士生入学考试材料力学试题	(318)
东南大学 2010 年工程力学试题	(318)
东南大学 2009 年工程力学试题	(321)
东南大学 2008 年工程力学试题	(324)

第一部分 静力学模拟题

一、是非题

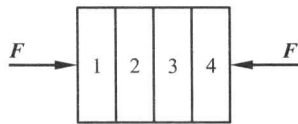
1. 某平面力系的力多边形自行封闭,则该力系必为平衡力系。✓
2. 根据力线平移定理可以将一个力分解成一个力和一个力偶,反之一个力和一个力偶肯定能合成为一个力。
3. 任一平衡的空间汇交力系,只要 A, B, C 三点不共线,且三点均不是汇交点,则 $\sum M_A(\mathbf{F}) = 0$, $\sum M_B(\mathbf{F}) = 0$ 和 $\sum M_C(\mathbf{F}) = 0$ 是一组独立的平衡方程。
4. 平面一般力系,若力多边形中诸力矢首尾相接,自行闭合,则其合力为零。
5. 用砖夹(未画出)夹住四块砖,每块砖重 10 N ,夹子与砖之间的静摩擦因数为 0.7 ,砖与砖之间的静摩擦因数为 0.32 ,夹子提供的压力 $F = 30\text{ N}$ 。经计算可知,夹子能够提起四块砖。
6. 任何物体系统平衡的充要条件是:作用于该物体系统上所有外力的主矢量 $\mathbf{F}_R = \mathbf{0}$ 和主矩 $\mathbf{M} = \mathbf{0}$ 。
7. 作用于刚体上的任何三个相互平衡的力,必定在同一平面内。
8. 在任意力系中,若其力多边形自行封闭,则该任意力系的主矢为零。
9. 空间平行力系简化的最终结果一定不可能为力螺旋。
10. 一个空间力系,各力的作用线都与某个固定平面平行,则该力系最多的独立平衡方程的个数为 5 个。
11. 在空间任意力系的平衡方程组中,为了建立独立的力矩方程,选取不在同一平面内相平行的矩轴不可多于 3 根。
12. 一空间力系,若各力作用线与某一固定直线相交,则其独立的平衡方程最多有 5 个。
13. 空间任意力系向某点 O 简化,主矢 $\mathbf{F}_R \neq \mathbf{0}$, 主矩 $\mathbf{M}_O \neq \mathbf{0}$, 则该力系最终可简化为一合力。
14. 一空间力系,若各力作用线与某一定直线相平行,则其独立的平衡方程只有 5 个。
15. 空间中三个力构成一平衡力系,此三力必共面。
16. 一力系对于两个不同的简化中心的主矩在这两点连线上的投影相等。

【答案】1. 非 2. 非 3. 是 4. 非 5. 非 6. 非 7. 是 8. 是 9. 是 10. 是

11. 是 12. 是 13. 非 14. 非 15. 是 16. 是

二、选择题

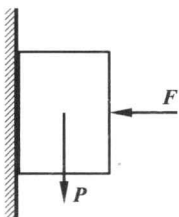
1. 一刚体只有两个力 $\mathbf{F}_A, \mathbf{F}_B$ 作用,且 $\mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B = \mathbf{0}$, 则此刚体____; 一刚体上只有两力偶 $\mathbf{M}_A, \mathbf{M}_B$ 作用,且 $\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B = \mathbf{0}$, 则此刚体____。
(A) 一定平衡; (B) 一定不平衡; (C) 平衡与否不能判定。



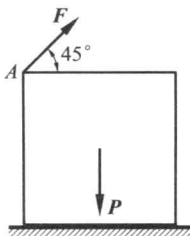
题5图

2. 如图所示物块重 P , 在水平推力 F 作用下平衡, 接触面间的静摩擦因数为 f_s , 则物块与铅垂面间的摩擦力为_____。

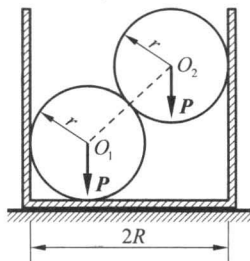
(A) $f_s F$; (B) $f_s P$; (C) F ; (D) P 。



题2图



题3图



题4图

3. 图示均质正方形薄板重 P , 置于铅垂面内。薄板与地面间的静摩擦因数 $f_s = 0.5$, 在点 A 处作用一力 F , 要使薄板静止不动, 则力 F 的最大值为_____。

(A) $\sqrt{2} P$; (B) $\sqrt{2} P/2$; (C) $\sqrt{2} P/3$; (D) $\sqrt{2} P/4$ 。

4. 如图所示, 有底无盖的圆桶放于光滑水平面上, 桶内放两个重量均为 P 、半径均为 r 的球, 桶的半径为 R , 不计各接触点的摩擦和桶的壁厚, 则圆桶不翻倒的最小重量 $P_{\min} =$ _____。

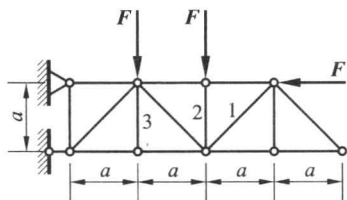
(A) $2P\left(1 - \frac{r}{R}\right)$; (B) $2P\left(1 + \frac{r}{R}\right)$; (C) $P\left(1 - \frac{r}{R}\right)$; (D) 0。

5. 图示悬臂桁架受到大小均为 F 的三个力作用, 则杆 1 内力大小为_____, 杆 2 内力大小为_____, 杆 3 内力大小为_____。

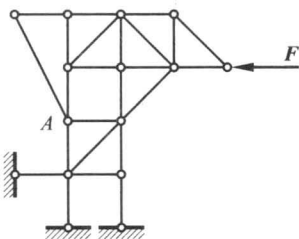
(A) F ; (B) $\sqrt{2} F$; (C) 0; (D) $F/2$ 。

6. 不经计算, 可直接判定出图示桁架中零力杆的根数为_____。

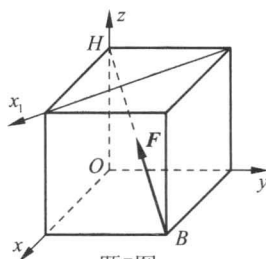
(A) 3; (B) 9; (C) 5; (D) 6。



题5图



题6图



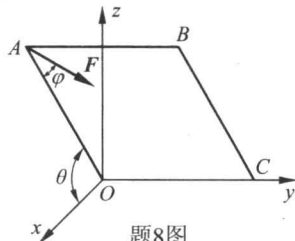
题7图

7. 图示正方体各边长为 a , 沿对角线 BH 作用一力 F , 则该力在轴 x_1 上的投影为_____。

(A) 0; (B) $\sqrt{2} F$; (C) $F/\sqrt{2}$; (D) $-F/\sqrt{3}$ 。

8. 力 F 作用在 $OABC$ 平面内, 轴 x 与 $OABC$ 平面成 θ 角 ($\theta \neq 90^\circ$), 如图, 则力 F 对三轴之矩为_____。

(A) $M_x = 0, M_y = 0, M_z \neq 0$;
 (B) $M_x = 0, M_y \neq 0, M_z = 0$;
 (C) $M_x \neq 0, M_y = 0, M_z = 0$;
 (D) $M_x \neq 0, M_y = 0, M_z \neq 0$ 。



题8图

9. 如图,已知力 F 及长方体的边长 a, b, c , 则力 F 对轴 AB (轴 AB 与长方体顶面的夹角为 φ , 且由 A 指向 B) 的力矩为 ____。

(A) $Fa \sin \varphi$;

(B) $\frac{1}{2}F\sqrt{a^2 + b^2} \sin 2\varphi$;

(C) $F\sqrt{a^2 + b^2} \sin 2\varphi$;

(D) $Fc \cos \varphi$ 。

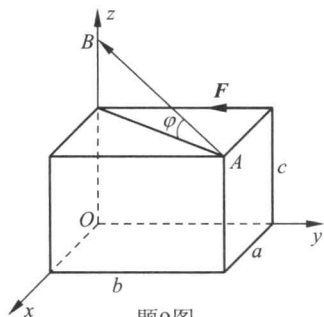
10. 已知点 A 的坐标为 $(1, 1, 1)$, 则图中力 F 对轴 z 的矩 $M_z(F) =$ ____。

(A) $\frac{a(b+c)F}{\sqrt{a^2 + c^2}}$;

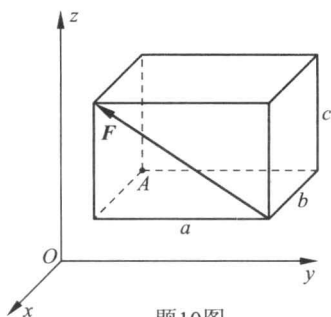
(B) $\frac{-a(b+1)F}{\sqrt{a^2 + c^2}}$;

(C) $\frac{abF}{\sqrt{a^2 + c^2}}$;

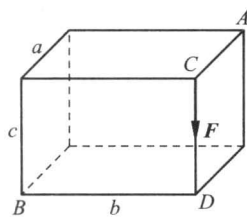
(D) $\frac{-abF}{\sqrt{a^2 + c^2}}$ 。



题9图



题10图



题11图

11. 如图所示,长方体棱边 CD 上的力 F 对 AB 力矩大小为 ____。

(A) $\frac{bc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} F$;

(B) $-\frac{ba}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} F$;

(C) $\frac{abc}{\sqrt{b^2 + c^2}} F$;

(D) $-\frac{ac}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} F$ 。

12. 一空间力系对于不共线的三点的主矩相等且不为零,则力系等效为 ____。

(A) 一力;

(B) 平衡;

(C) 力偶;

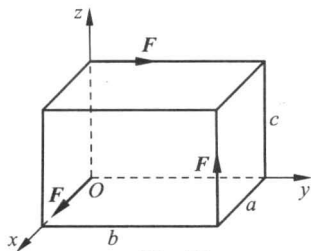
(D) 一力螺旋。

13. 如图所示,沿长方体不相交且不平行的棱作用三个相等的力。力系简化成一个力的条件为 ____。

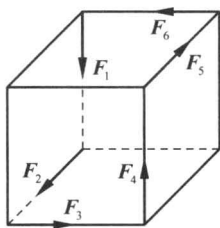
(A) $a = b + c$;

(B) $a = b - c$;

(C) $b = c - a$ 。



题13图



题14图

14. 一棱长为 a 的正方体顶角上,作用有六个大小均等于 F 的力 F_i , 它们的方向如图所示,该力系简化的结果是 ____。

(A) 一合力;

(B) 一力偶;

(C) 一力螺旋;

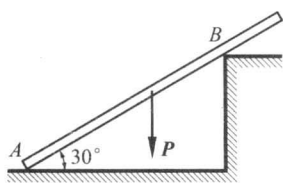
(D) 平衡。

【答案】1. C, A 2. D 3. D 4. D 5. C, A, C 6. B 7. A

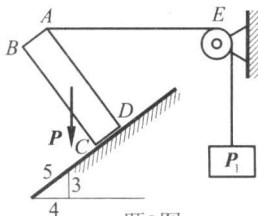
8. D 9. A 10. B 11. B 12. C 13. B 14. B

三、填空题

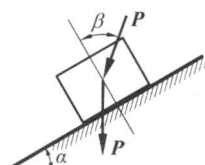
1. 杆 AB 的 A 端置于光滑水平面上, AB 与水平面夹角为 30° , 杆重为 P , 如图所示. B 处有摩擦, 问: 摩擦角为 _____ 时, 杆能在此处平衡.
2. 图示均质矩形物体 $ABCD$, 宽 $AB = 10\text{ cm}$, 高 $BC = 40\text{ cm}$, 重力为 $P = 50\text{ N}$, 它与斜面间静摩擦因数 $f_s = 0.4$, 设斜面的斜率为 $3/4$, 绳索 AE 段为水平. 求: 能使 $ABCD$ 保持平衡的最小重量 $P_1 =$ _____. (滑轮摩擦不计)



题1图

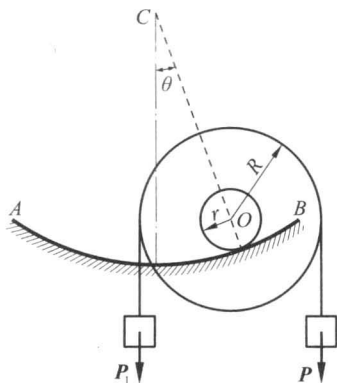


题2图

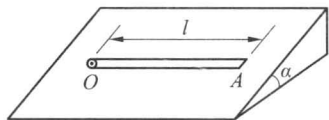


题3图

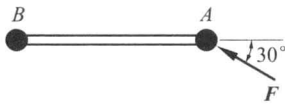
3. 如图, 一物块重为 P , 放在倾角为 α 的斜面上, 斜面与物块间的摩擦角为 φ_m , 且 $\varphi_m > \alpha$. 今在物块上作用一大小也等于 P 的力, 则物块能在斜面上保持平衡时力与斜面法线间的夹角 β 应是 _____.
4. 如图, 半径为 R 的滑车两边各装有轮轴, 其半径为 r , 其位置对称滑车的中间截面, 两轮轴搁在两个具有水平母线的圆柱 AB 上. 在滑轮上绕有绳子, 绳子上挂有重为 P 和 P_1 的重物, 且 $P > P_1$. 设轮和圆柱面 AB 间的静摩擦因数为 f_s , 滑车重 P_2 . 当滑车平衡时轮轴中心可以升高, 问 CO 连线的最大偏角 θ 可达 _____.
5. 如图, 一均质杆, 长为 l , 重为 P , 放在倾角为 α 的粗糙斜平面上, 杆的一端用垂直于斜平面的光滑销钉固定在斜平面上, 直杆可绕销钉转动. 若 f_s 为杆与斜平面间静摩擦因数, 问此直杆可在斜平面上任意位置均呈平衡状态的最大倾角 $\alpha =$ _____.
6. 两重量均为 P 的小球 A, B 用一不计重量的细杆连结. 放置在水平桌面上, 球与桌面间的静摩擦因数为 f_s . 一水平力 F 作用于球 A (如图). 系统保持平衡力 F 的最大值 $F_{\max} =$ _____.
7. 四面体 $OABC$ 如图示, 其中 OA, OB 和 OC 相互垂直, 且长均为 b . 今沿 BC 方向作用一大小为 F 的力, 此力对 OA 边的中点 D 之力矩在 AC 方向的投影为 _____.



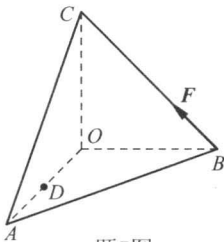
题4图



题5图

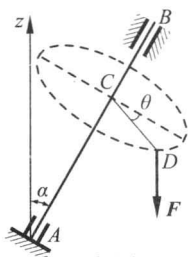


题6图

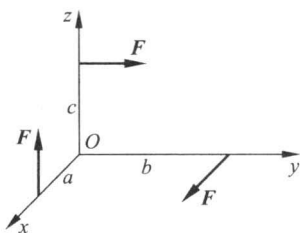


题7图

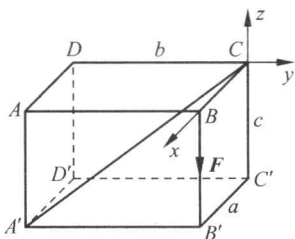
8. 轴 AB 与铅垂线成 α 角, 悬臂 CD 垂直地固定在轴 AB 上, 并与铅垂面 zAB 成 θ 角, CD 长为 a , 在点 D 作用铅垂向下的力 F , 此力对轴 AB 的矩 $M_{AB}(F) =$ _____。
9. 若空间力系各力作用线都平行于某一平面, 则其最多的独立平衡方程有 _____ 个。若空间力系各力作用线都垂直于某平面, 则其最多的独立平衡方程有 _____ 个。若空间力系各力作用线都与某一直线相交, 则其最多的独立平衡方程有 _____ 个。
10. 三个大小相等的力 F , 分别与三个坐标轴平行, 且分别在三个坐标平面内, 其作用点到原点之距离分别为 a, b, c (如图示), a, b, c 满足 _____ 关系时, 该力系最后能合成为一个合力。
11. 力 F 沿边长为 a, b, c 的长方体的棱边 BB' 作用, 如图示。则力 F 对点 C 的矩 $M_C(F) =$ _____, 力 F 对长方体对角线 $A'C$ 的矩 $M_{A'C}(F) =$ _____。



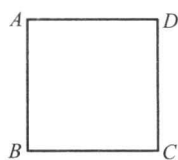
题8图



题10图



题11图



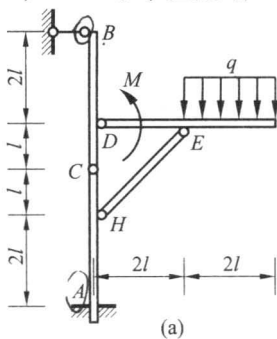
题12图

12. 在边长为 1 m 的正方形板 $ABCD$ 上作用有一平面力系, 已知该力系向 A, B, C 三点简化的主矩分别为 $M_A = M_B = 4\text{ N}\cdot\text{m}$, $M_C = 6\text{ N}\cdot\text{m}$, 转向均为逆时针, 则该力系向点 D 简化的主矢为 _____, 方向 _____; 主矩为 _____, 方向 _____。

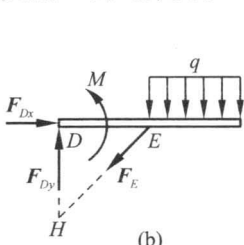
- 【答案】 1. $\geq 30^\circ$ 2. 13.46 N 3. $2\varphi_m - \alpha$ 4. $\arctan f_s$ 5. $\arctan f_s$
 6. $\sqrt{3} f_s P$ 7. $-Fb/4$ 8. $Fa \sin \alpha \sin \theta$ 9. $5; 3; 5$ 10. $a + b + c = 0$
 11. Faj ; $F \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ 12. 2 N ; 由 D 指向 C ; $6\text{ N}\cdot\text{m}$; 逆时针

四、计算题

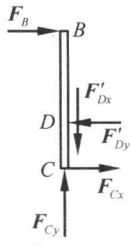
1. 构架如图(a)所示, 各杆重不计。 D, C, E, H 皆为铰链。 已知: $q = 50\text{ kN/m}$, $M = 80\text{ kN}\cdot\text{m}$, $l = 1\text{ m}$ 。 求固定端 A 和支座 B 的约束力。



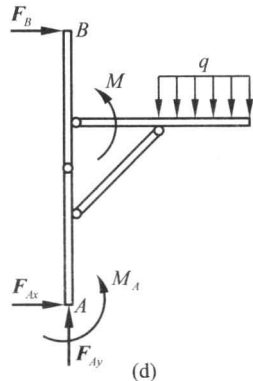
(a)



(b)



(c)



(d)

先整体再分解再总体
(找出要求的量)

题1图

解: (1) 选杆 DE 为研究对象, 受力如图(b)所示。

$$\begin{aligned}\sum M_H(F) &= 0, & M - F_{Dx} \cdot 2l - q \cdot 2l \cdot 3l &= 0 \\ F_{Dx} &= -110 \text{ kN}\end{aligned}$$

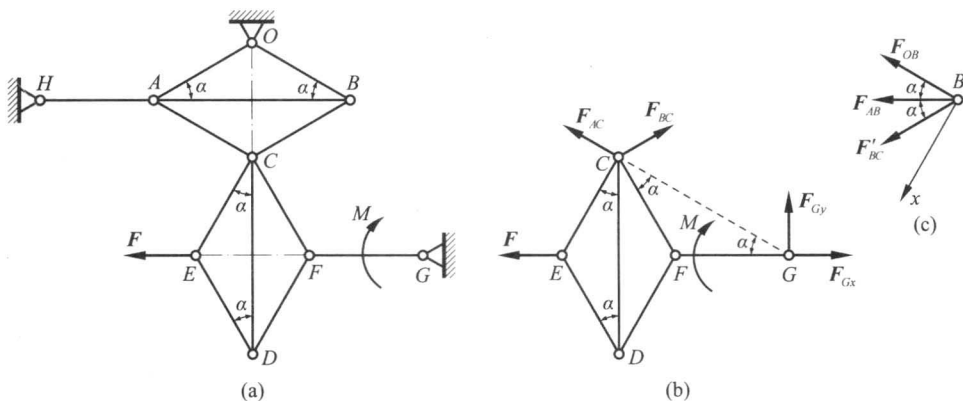
(2) 选杆 BC 为研究对象, 受力如图(c)所示。

$$\begin{aligned}\sum M_C(F) &= 0, & F'_{Dx} \cdot l - F_B \cdot 3l &= 0 \\ F_B &= -\frac{110}{3} \text{ kN}\end{aligned}$$

(3) 选整体为研究对象, 受力如图(d)所示。

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0, & F_{Ax} + F_B &= 0 \\ F_{Ax} &= \frac{110}{3} \text{ kN} \\ \sum F_y &= 0, & F_{Ay} - q \cdot 2l &= 0 \\ F_{Ay} &= 100 \text{ kN} \\ \sum M_A(F) &= 0, & M_A + M - F_B \cdot 6l - q \cdot 2l \cdot 3l &= 0 \\ M_A &= 0\end{aligned}$$

2. 图(a)所示结构中, 各杆重量均不计。 HB 平行于 EG , OD 垂直于 AB , $\alpha = 30^\circ$ 。除 AB , CD 两根杆外, 各杆长均为 l 。在已知 F 与 M 的条件下, 杆件系统处于平衡。求杆 AB 的内力。



题2图

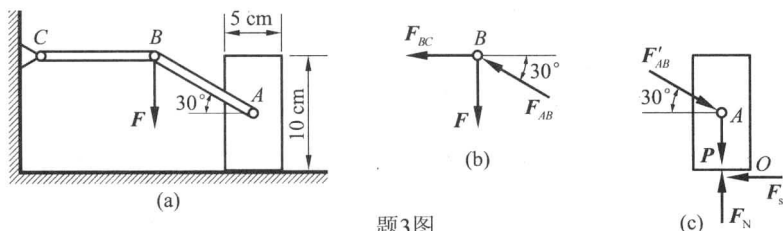
解: 选图(b)所示隔离体图, 先求出杆 BC 的内力 F_{BC} , 然后再以节点 B 为对象, 求出 F_{AB} 。参照受力图(b)。

$$\begin{aligned}\sum M_G(F) &= 0, & -F_{BC} \cdot CG \sin 60^\circ - M &= 0 \quad (CG = 2l \cos 30^\circ) \\ F_{BC} &= -\frac{M}{CG \sin 60^\circ} = -\frac{M}{2l \cos 30^\circ \sin 60^\circ} = -\frac{2M}{3l}\end{aligned}$$

参照受力图(c), 选轴 x 与 F_{OB} 垂直。

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0, & F'_{BC} \cos 30^\circ + F_{AB} \cos 60^\circ &= 0 \\ F_{AB} &= -\frac{F'_{BC} \cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3l} M\end{aligned}$$

3. 如图(a)所示, 杆 AB 和 BC 在点 B 处铰接, 在铰链上作用有铅垂力 F , C 端铰接在墙上, A 端铰接在重 $P=1\text{ kN}$ 的均质长方体的几何中心。已知杆 BC 水平, 长方体与水平面间的静摩擦因数为 $f_s=0.52$ 。各杆重及铰接处摩擦均忽略不计, 尺寸如图所示。试确定不致破坏系统平衡时力 F 的最大值。



题3图

解: (1) 选取销钉 B 为研究对象, 受力图如图(b)所示。

$$\sum F_y = 0, \quad F_{AB} \sin 30^\circ - F = 0$$

$$F_{AB} = 2F$$

(2) 再取长方体为研究对象, 受力图如图(c)所示。

① 处于滑动的临界平衡状态时

$$\sum F_x = 0, \quad F'_{AB} \cos 30^\circ - F_s = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - P - F'_{AB} \sin 30^\circ = 0$$

$$F_s = f_s F_N$$

又

联立求解上面三式, 并注意到 $F'_{AB} = F_{AB}$, 可得长方体不致滑动时的最大铅直力

$$F_{\max 1} = \frac{f_s P}{\sqrt{3} - f_s} = 429 \text{ N} \quad (1)$$

② 处于翻倒临界平衡状态时

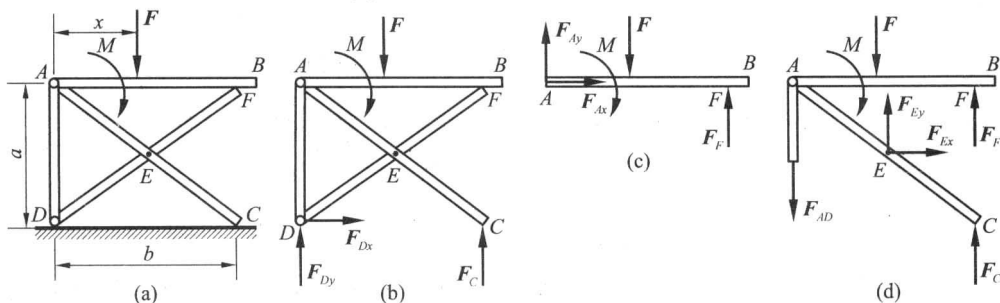
$$\sum M_O(F) = 0, \quad P \frac{5}{2} + F'_{AB} \sin 30^\circ \times \frac{5}{2} - F'_{AB} \cos 30^\circ \times 5 = 0$$

可得长方体不致翻倒时的最大铅直力

$$F_{\max 2} = \frac{P}{2(\sqrt{3} - 0.5)} = 406 \text{ N} \quad (2)$$

故比较(1), (2)两式结果可知, 不致破坏系统平衡的力 F 的最大值应为 $F_{\max} = 406 \text{ N}$ 。

4. 两等长杆 AC, DF , 在各自中点处用铰链 E 联接, 各杆重不计, 不计摩擦, 杆 AB 受集中力 F 和力偶矩 M 的作用, 如图(a)所示, 求杆 AD 的内力。



题4图

解: (1) 取整体为研究对象, 受力图如图(b)所示。

$$\sum M_D(F) = 0, \quad F_C \cdot b - Fx - M = 0$$

$$F_C = \frac{Fx}{b} + \frac{M}{b}$$

(2) 取杆 AB 为研究对象, 受力图如图(c)所示。

$$\sum M_A(F) = 0, \quad F_F \cdot b - Fx - M = 0$$

$$F_F = \frac{Fx}{b} + \frac{M}{b}$$

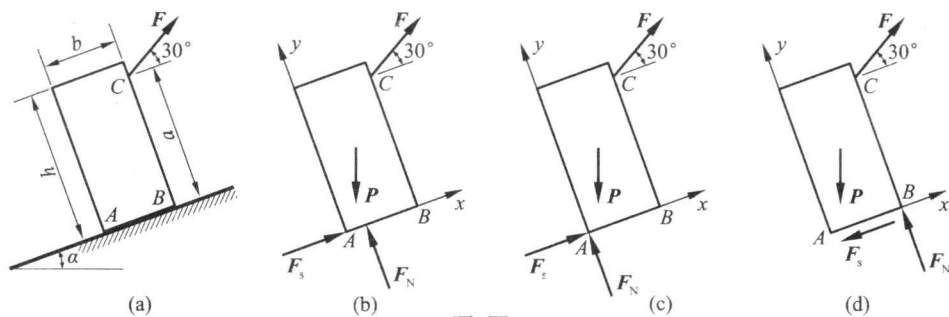
(3) 取杆 AB, AC 及 AD 的一部分为研究对象, 受力图如图(d)所示。

$$\sum M_E(F) = 0, \quad F_C \frac{b}{2} + F_F \frac{b}{2} + F \left(\frac{b}{2} - x \right) + F_{AD} \frac{b}{2} = 0$$

将 F_C, F_F 的值代入得

$$F_{AD} = -F$$

5. 如图(a)所示, 均质箱体的宽度 $b = 1 \text{ m}$, 高 $h = 2 \text{ m}$, 重 $P = 200 \text{ kN}$, 放在倾角 $\alpha = 20^\circ$ 的斜面上。箱体与斜面之间的静摩擦因数 $f_s = 0.2$ 。今在箱体的点 C 系一软绳, 其上作用一拉力 F 。已知 $BC = a = 1.8 \text{ m}$, 问拉力 F 多大, 才能保证箱体处于平衡状态。



题5图

解: 箱体在力系作用下有四种可能的运动趋势: 向下滑动, 向上滑动, 绕左下角 A 向下翻倒, 绕右下角 B 向上翻倒。

(1) 设箱体处于向下滑动的临界平衡状态。受力图如图(b)所示, 取图示坐标系, 列写平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F \cos 30^\circ + F_s - P \sin 20^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - P \cos 20^\circ + F \sin 30^\circ = 0 \quad (2)$$

补充方程:

$$F_s = F_N f_s \quad (3)$$

联立求解式(1), (2), (3), 可得

$$F = \frac{\sin 20^\circ - f_s \cos 20^\circ}{\cos 30^\circ - f_s \sin 30^\circ} \cdot P = 40.2 \text{ kN} \quad (4)$$

(2) 设箱体处于向上滑动的临界平衡状态。此时摩擦力方向沿斜面向下, 仅需在式(1)中将摩擦力反号, 或者在式(4)中的 f_s 前乘以“-”号, 便得

$$F = \frac{\sin 20^\circ + f_s \cos 20^\circ}{\cos 30^\circ + f_s \sin 30^\circ} \cdot P = 110 \text{ kN}$$

(3) 设箱体处于绕左下角 A 向下翻的临界平衡状态。受力图如图(c)所示, 列平衡方程