电力版
2017

注册工程师
公共基础历年考题精解

第5版

马瑞强　石立春　主编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

电力版
2017

注册工程师
公共基础历年考题精解

第5版

马瑞强　石立春　主编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内容提要

为了帮助广大勘察设计人员做好注册工程师基础考试的应考准备，编者根据全国注册结构工程师管理委员会颁发的全国注册工程师基础考试大纲和历年考题编写了本书。

本书按照各门学科单成一章，每章由考试大纲、考题分布表和历年考题精解 3 个部分组成。将 2005～2016 年注册工程师执业资格考试公共基础考试真题按照考试科目分门别类地做了详细解答，以帮助考生进行高效率的复习。

图书在版编目（CIP）数据

注册工程师公共基础历年考题精解 / 马瑞强，石立春主编. —5 版. —北京：中国电力出版社，2017.3
ISBN 978-7-5198-0408-4

Ⅰ. ①注… Ⅱ. ①马… ②石… Ⅲ. ①工程师–资格考试–题解 Ⅳ. ①T-29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 030945 号

中国电力出版社出版发行
北京市东城区北京站西街 19 号　100005　http://www.cepp.sgcc.com.cn
责任编辑：王晓蕾　联系电话：010-63412610
责任印制：郭华清　责任校对：王开云
北京天宇星印刷厂印刷 • 各地新华书店经售
2013 年 5 月第 1 版
2017 年 3 月第 5 版 • 2017 年 3 月第 5 次印刷
787mm×1092mm　1/16 • 23.5 印张 • 574 千字
定价：68.00 元

前　言

全国注册结构（一级）、土木（岩土、港口与航道、道路）、电气（发输变电、供配电）、公用设备（给水排水、暖通空调、动力）、化工、环保、机械工程师等各专业的执业资格考试均需参加公共基础知识考试，合格之后才可参加相应的专业考试。

基础考试科目比较多，考试分上午、下午。上午卷内容为高等数学、普通物理学、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、电气电子技术、信息与信号技术、计算机技术、工程经济、法律法规。考题均为单选题，共计 120 题，每题 1 分。

为了帮助广大勘察设计人员做好注册工程师基础考试的应考准备，编者根据全国注册结构工程师管理委员会颁发的全国注册工程师基础考试大纲和历年考题编写了本书。

全书按照各门学科单成一章，每章由考试大纲、考题分布表、历年考题精解 3 个部分组成。将 2005～2016（2015 年未考试）年注册工程师执业资格考试公共基础考试真题按照上午考试科目分门别类地做了详细解答，以帮助考生进行高效率的复习。

按考试的实际要求把有限的时间和精力用在确实能提高自己水平较弱的学习内容上，避免白花时间走弯路，直接围绕真题展开复习是最好的办法之一。根据历年真题的考点分布情况，考生可以高效率地复习，及时发现复习中遇到的问题，总结经验，快速提高考试成绩。

本书由马瑞强和石立春任主编，参加本书编写的人员分工如下：

高等数学	石立春、倪焕敏	普通物理	石立春、田梅青
普通化学	刘长春	理论力学	马瑞强、郭　猛
材料力学	马瑞强、胡田亚	流体力学	冯立岗
电工电子技术	徐顺清、石立春	信号与信息技术	徐黎明
计算机技术	徐黎明、石立春	工程经济	宋佃泉、胡田亚
法律法规	吴彦林		

本次修订中，为更好地服务考生，尽量做到一书多用，编者把每道题目的答案一行全部集中到每页的底部，考生在复习中应注意到这点。如此一来，本书既可以起到复习指导的作用，又能满足读者练习自测的需求，毕竟拿历年真题作为练习是最有效的复习手段。

加入 QQ 群（302057003）时，请输入封底出版社圆形防伪标内文字，以保障正版图书读者的权益。

限于编者的水平和时间，本书中难免存有疏漏之处，恳请广大读者批评指正，并提出宝贵意见。

编　者

2016 年 11 月

目 录

第1章　高等数学

一、考试大纲

1.1　空间解析几何

向量的线性运算；向量的数量积、向量积及混合积；两向量垂直、平行的条件；直线方程；平面方程；平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系；点到平面、直线的距离；球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程；常用的二次曲面方程；空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

1.2　微分学

函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；数列极限与函数极限的定义及其性质；极限的四则运算；无穷小和无穷大的概念及其关系；无穷小的性质及无穷小的比较；函数连续的概念；函数间断点及其类型；导数与微分的概念；导数的几何意义和物理意义；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；高阶导数；微分中值定理；洛必达法则；函数单调性的判别；函数的极值；曲线的凹凸性、拐点；偏导数与全微分的概念；二阶偏导数；多元函数的极值和条件极值；多元函数的最大、最小值及其简单应用。

1.3　积分学

原函数与不定积分的概念；不定积分的基本性质；基本积分公式；定积分的基本概念和性质（包括定积分中值定理）；变上限积分的函数及其导数；牛顿—莱布尼兹公式；不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；有理函数、三角函数和简单无理函数的积分；广义积分；二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用；两类曲线积分的概念、性质和计算；求平面图形的面积、平面曲线的弧长和旋转体的体积。

1.4　无穷级数

数项级数的敛散性；收敛级数的和；级数的基本性质与级数收敛的必要条件；几何级数与 p 级数及其收敛性；正项级数敛散性的判别法；任意项级数的绝对收敛与条件收敛；幂级数及其收敛半径、收敛区间和收敛域；幂级数的和函数；函数的泰勒级数展开；函数的傅里叶系数与傅里叶级数。

1.5　常微分方程

常微分方程的基本概念；变量可分离的微分方程；齐次微分方程；一阶线性微分方程；全微分方程；可降阶的高阶微分方程；线性微分方程解的性质及解的结构定理；二阶常系数齐次线性微分方程。

1.6　线性代数

行列式的性质及计算；行列式按行展开定理的应用；矩阵的运算；逆矩阵的概念、性质及求法；矩阵的初等变换和初等矩阵；矩阵的秩；等价矩阵的概念和性质；向量的线性表示；向量组的线性相关和线性无关；线性方程组有解的判定；线性方程组求解；矩阵的特征值和特征向量的概念与性质；相似矩阵的概念和性质；矩阵的相似对角化；二次型及其矩阵表示；

合同矩阵的概念和性质；二次型的秩；惯性定理；二次型及其矩阵的正定性。

1.7　概率论与数理统计

随机事件与样本空间；事件间的关系与运算；概率的基本性质；古典概型；条件概率；乘法定理、全概率公式和贝叶斯公式；事件的独立性；独立重复试验；随机变量；随机变量的分布函数；离散型随机变量的概率分布；连续型随机变量的概率密度；常见随机变量的分布；随机变量的数学期望、方差、标准差及其性质；随机变量函数的数学期望；矩、协方差、相关系数及其性质；总体；个体；简单随机样本；统计量；样本均值；样本方差和样本矩；z 分布；r 分布；F 分布；点估计的概念；估计量与估计值；矩估计法；最大似然估计法；估计量的评选标准；区间估计的概念；单个正态总体的均值和方差的区间估计；两个正态总体的均值差和方差比的区 间估计；显著性检验；单个正态总体的均值和方差的假设检验。

二、历年考题分布一览表

【说明】表中题号有重复源于部分题目中涉及多个考点。

考核点	题号　年份	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2016
1.1　空间解析几何	向量代数	1	1	—	1	1	2、3	—	—	1	—	4
	平面与直线	2	2	1、2	2	2	1	1	—	15	9	—
	曲面及其方程	3、4	3	3	3	—	—	2	—	—	2	8
1.2　微分学	函数极限和连续	5、6	4	4	4	4	4、6	3、4	1、2	2、6	1、3	1
	一元函数微分学	7	5、7	5、7、8	5、6、7、8、9	3、5、6	5	5、6	3、4、8、9	3、4、5、7、13	4、5、8	2、5、11、13
	多元函数微分学	8、24	6、8	6	—	7	7	7	—	11、18	15、18	9、18
1.3　积分学	一元函数积分学	9	9、10、11	9、10、11	10、11	8、9、10、11	8、9、10	8、9、10	5、6	8	6、11	6、7、10
	二重积分	10	12	12	12	12	12	—	7	9	16	15
	对弧长的曲线积分	12	13	—	13	—	—	11	—	16	—	—
	对坐标的曲线积分	11	—	13	—	—	11	12	—	—	14	16
1.4　无穷级数	常数项级数	13、16	14	14	14	13	13	13	10	12	7、12	14
	幂级数	14	15	15	15	14	14	14	11	17	17	17
	傅里叶级数	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.5　常微分方程	常微分方程及其解	17	16、17	16、17	16、17	15	16	15、16	—	10、20	10、13	3
	二阶常系数齐次线性微分方程	—	18	18	18	16	15	—	12、13	14	—	12
1.6　线性代数	行列式	—	—	22	—	17	—	—	15	—	19	—
	矩阵	21、22	22	23	22	18、20	17、18	17、18、19	14、17	21	20	20
	向量	—	—	—	23	—	—	—	20	19	—	19
	线性方程组	23	23	24	24	—	20	20	16	—	21	—

续表

考核点 \ 题号 \ 年份		2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2016
1.6 线性代数	矩阵的特征值和特征向量	—	24	—	—	19	19	—	18、19	—	—	21
	二次型	—	—	—	—	—	—	—	21	—	—	—
1.7 概率论与数理统计	随机事件及其概率	18	19、20	19	19、20	21	21、22	21、22	22	22	22	22
	随机变量及其概率分布	20	21	20	—	22	23	23	24	23	23	23
	随机变量的数字特征	—	—	—	21	23	—	—	23	24	24	23
	数理统计的基本概念及抽样分布	19	—	—	—	—	24	24	—	—	—	—
	参数估计	—	—	21	—	24	—	—	—	—	—	24
	假设检验	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

2005年考题

1 设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$均为向量，下列等式正确的是：

（A）$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2$ （B）$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})=|\boldsymbol{a}|^2\boldsymbol{b}$

（C）$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2$ （D）$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{b}$

解析：$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2$，选项A正确。

B选项中，等式左边是与向量$\boldsymbol{a}$平行的向量，右边是与向量$\boldsymbol{b}$平行的向量，是不能相等的。

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta,(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2\cos^2\theta$，选项C错误。

$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{b}$，选项D错误。

2 过点$M(3,-2,1)$且与直线L：$\begin{cases}x-y-z+1=0\\2x+y-3z+4=0\end{cases}$平行的直线方程是：

（A）$\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$ （B）$\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$

（C）$\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$ （D）$\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$

解析：直线L是平面$x-y-z+1=0$和平面$2x+y-3z+4=0$的交线，则直线的方向向

1A 2D

量 $=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}=4\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$

3 过 Z 轴和点 $(1,2,-1)$ 的平面方程是：

（A）$x+2y-z-6=0$　　（B）$2x-y=0$

（C）$y+2z=0$　　（D）$x+z=0$

解析：过 Z 轴的平面方程是 $Ax+By=0$，将点 $(1,2,-1)$ 代入，得 $A=-2B$，即 $2x-y=0$。

4 将椭圆 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1 \\ y=0 \end{cases}$，绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程是：

（A）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　（B）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$

（C）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　（D）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{9}=1$

解析：由题意可得，$z=\pm\sqrt{y^2+z^2}$，代入方程则得到答案 C。

5 下列极限计算中，错误的是：

（A）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{x}\cdot\sin\dfrac{x}{2^n}=1$　　（B）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$

（C）$\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}^{-1}$　　（D）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{2x}=\mathrm{e}^2$

解析：$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{x}\cdot\sin x=0$（有界函数与无穷小的乘积是无穷小）。

6 设函数 $f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-2x}+a,\ x\leqslant 0 \\ \lambda\ln(1+x)+1,\ x>0 \end{cases}$，要使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 a 的值是：

（A）0　　（B）1　　（C）-1　　（D）λ

解析：$f(0^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(\mathrm{e}^{-2x}+a)=1+a$

$f(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}[\lambda\ln(1+x)+1]=1$

要使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则必有 $f(0^-)=f(0^+)$，即 $1+a=1$，得 $a=0$。

7 设函数 $f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-x}+1, x\leqslant 0 \\ ax+2, x>0 \end{cases}$，若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则 a 的值是：

（A）1　　（B）2　　（C）0　　（D）-1

3B　4C　5B　6A　7D

解析：$f'_-(0)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{(e^{-x}+1)-(e^0+1)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{e^{-x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}(-e^{-x})=-1$，

$f'_+(0)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{(ax+2)-(e^0+1)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{ax}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}a=a$，

$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则 $f'_-(0)=f'_+(0)$，故 $a=-1$。

8 曲面 $z=x^2-y^2$ 在点 $(\sqrt{2},-1,1)$ 处的法线方程是：

（A）$\dfrac{x-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$　　（B）$\dfrac{x-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$

（C）$\dfrac{x-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$　　（D）$\dfrac{x-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$

解析：$F(x,y,z)=x^2-y^2-z$，法向量 $\vec{n}=(F_x,F_y,F_z)$ 在点 $(\sqrt{2},-1,1)$ 处的法向量是 $(2x,-2y,-1)=(2\sqrt{2},2,-1)$。

9 下列结论中，错误的是：

（A）$\int_{-a}^{a}f(x^2)\mathrm{d}x=2\int_{0}^{a}f(x^2)\mathrm{d}x$　　（B）$\int_{0}^{2\pi}\sin^{10}x\mathrm{d}x=\int_{0}^{2\pi}\cos^{10}x\mathrm{d}x$

（C）$\int_{-\pi}^{\pi}\cos 5x\sin 7x\mathrm{d}x=0$　　（D）$\int_{0}^{1}10^x\mathrm{d}x=9$

解析：$\int_{0}^{1}10^x\mathrm{d}x=\left[\dfrac{1}{\ln 10}10^x\right]_0^1=\dfrac{9}{\ln 10}$，选项 D 错误。

10 设平面闭区域 D 由 $x=0,\ y=0,\ x+y=\dfrac{1}{2},\ x+y=1$ 所围成

$$I_1=\iint\limits_D[\ln(x+y)]^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad I_2=\iint\limits_D(x+y)^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad I_3=\iint\limits_D[\sin(x+y)]^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

则 I_1,I_2,I_3 之间的关系应是：

（A）$I_1<I_2<I_3$　　（B）$I_1<I_3<I_2$　　（C）$I_3<I_2<I_1$　　（D）$I_3<I_1<I_2$

解析：积分区域 D 相同，只需比较积分函数在积分区域上的大小。

积分区域 D 内的点，满足 $x>0$，$y>0$，且 $\dfrac{1}{2}<x+y<1$。

在 D 内有 $\ln(x+y)<0$，所以 $[\ln(x+y)]^3<0$。

当 $0<t<\dfrac{\pi}{2}$ 时有 $0<\sin t<t$，因 D 内 $0<\dfrac{1}{2}<x+y<1<\dfrac{\pi}{2}$，

则在 D 内有 $0<\sin(x+y)<x+y$，所以 $0<[\sin(x+y)]^3<(x+y)^3$。

8C　9D　10B

综上所述，在 D 内有 $[\ln(x+y)]^3<[\sin(x+y)]^3<(x+y)^3$，所以 $I_1<I_3<I_2$。

11 计算由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 及 $z=x^2+y^2$ 所围成的立体体积的三次积分为：

（A）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r\mathrm{d}r\int_{r^2}^{r}\mathrm{d}z$　　（B）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r\mathrm{d}r\int_0^1\mathrm{d}z$

（C）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin\varphi\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r^2\mathrm{d}r$　　（D）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin\varphi\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r^2\mathrm{d}r$

解析：积分区域可表示为：$\begin{cases}x^2+y^2\leqslant z\leqslant\sqrt{x^2+y^2}\\ D_{xy}:\ x^2+y^2\leqslant 1\end{cases}$

用极坐标表示为：$\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases}$，$\begin{cases}0\leqslant\theta\leqslant 2\pi\\ 0\leqslant r\leqslant 1\\ r^2\leqslant z\leqslant r\end{cases}$

12 曲线 $y=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 上相应于 x 从 0 到 1 的一段弧的长度是：

（A）$\frac{2}{3}(\sqrt[3]{4}-1)$　（B）$\frac{4}{3}\sqrt{2}$　（C）$\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$　（D）$\frac{4}{15}$

解析：弧长的计算公式为：$\mathrm{d}s=\sqrt{1+y'^2}\mathrm{d}x$，则弧长

$$s=\int\mathrm{d}s=\int_0^1\sqrt{1+y'^2}\mathrm{d}x=\int_0^1\sqrt{1+x}\mathrm{d}x=\left[\frac{2}{3}(1+x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^1=\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$$

13 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{2}}{\sqrt{n^3}}$ 的收敛性是：

（A）绝对收敛　（B）发散　（C）条件收敛　（D）无法判定

解析：因为 $\left|\frac{\sin\frac{n\pi}{2}}{\sqrt{n^3}}\right|\leqslant\frac{1}{\sqrt{n^3}}$，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$ 为 $p-$级数，$p=\frac{3}{2}>1$，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$ 收敛。由比较审敛法知，$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{2}}{\sqrt{n^3}}$ 绝对收敛。

14 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}x^n$ 的和函数是：

（A）$\frac{1}{1+x}(-1<x<1)$　　（B）$\frac{x}{1+x}(-1<x<1)$

11A　12C　13A　14B

（C）$\dfrac{x}{1-x}(-1<x<1)$　　（D）$\dfrac{1}{1-x}(-1<x<1)$

解析：$S_n=x-x^2+x^3-x^4+\cdots+(-1)^{n-1}x^n=\dfrac{x(1+x^n)}{1+x}$；当$-1<x<1$ 时，$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\dfrac{x}{1+x}$

15 设 $f(x)=\begin{cases}x,0\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{2}\\ \pi,\dfrac{\pi}{2}<x<\pi\end{cases}$，$S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$，其中 $b_n=\dfrac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\sin nx\mathrm{d}x$，则 $S\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的值是：

（A）$\dfrac{\pi}{2}$　　（B）$\dfrac{3\pi}{4}$　　（C）$-\dfrac{3\pi}{4}$　　（D）0

解析：由题意知，此傅里叶级数只含有正弦项，则 $f(x)$ 必为奇函数，所以 $S\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-S\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$。

由于 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x)$ 间断点

所以 $S\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\left[f\left(\dfrac{\pi^-}{2}\right)+f\left(\dfrac{\pi^+}{2}\right)\right]=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\pi}{2}+\pi\right)=\dfrac{3}{4}\pi$。

16 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛的充要条件是：

（A）$\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$　　（B）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=r<1$

（C）$u_n\leqslant\dfrac{1}{n^2}$　　（D）$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$ 存在(其中 $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$)

解析：举反例

$u_n=\dfrac{1}{n},\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}=0$，但是级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$ 发散。选项 A 错误。

选项 B 为比值审敛法，但是必须是正项级数才是正确的。

选项 C 的条件与级数是否收敛无关。

选项 D 是充要条件，级数收敛的定义。

17 方程 $y'=p(x)y$ 的通解是：

（A）$y=\mathrm{e}^{-\int p(x)}+C$　　（B）$y=\mathrm{e}^{\int p(x)}+C$

（C）$y=C\mathrm{e}^{-\int p(x)}$　　（D）$y=C\mathrm{e}^{\int p(x)}$

解析：因为 $P(x)=-p(x),Q(x)=0$，代入一阶线性微分方程的通解公式即可。

15C　16D　17D

18 重复进行一项试验，事件 A 表示“第一次失败且第二次成功”，则事件 $\overline{A}$ 表示：

（A）两次均失败　　（B）第一次成功且第二次失败

（C）第一次成功或第二次失败　　（D）两次均成功

解析：设 B 表示“第一次失败”，C 表示“第二次成功”，则 A=B • C 有 $\overline{A}=\overline{B\cdot C}=\overline{B}\cup\overline{C}=\overline{B}+\overline{C}$。

19 设 $(X_1, X_2, \cdots, X_{10})$ 是抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个容量为10的样本，其中 $-\infty<\mu<+\infty$，$\sigma^2>0$。记 $\overline{X_9}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}X_i$，则 $\overline{X_9}-X_{10}$ 所服从的分布是：

（A）$N\left(0,\frac{10}{9}\sigma^2\right)$　（B）$N\left(0,\frac{8}{9}\sigma^2\right)$　（C）$N(0,\sigma^2)$　（D）$N\left(0,\frac{11}{9}\sigma^2\right)$

解析：
$$E(\overline{X_9})=\mu, D(\overline{X_9})=\frac{1}{9}\sigma^2, \text{则 } E(\overline{X_9}-X_{10})=E(\overline{X_9})-E(X_{10})=\mu-\mu=0$$
$$D(\overline{X_9}-X_{10})=D(\overline{X_9})+D(X_{10})=\frac{1}{9}\sigma^2+\sigma^2=\frac{10}{9}\sigma^2$$

20 设 $\varphi(x)$ 为连续型随机变量的概率密度，则下列结论中一定正确的是：

（A）$0\leqslant\varphi(x)\leqslant 1$　　（B）$\varphi(x)$ 在定义域内单调不减

（C）$\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(x)\mathrm{d}x=1$　　（D）$\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=1$

解析：选项 A、B、D 均为分布函数的性质，不是概率密度的。

21 设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 均是 n 阶方阵，已知 $|\boldsymbol{A}|=2,|\boldsymbol{B}|=3$，则 $|\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}^{-1}|$ 等于：

（A）$\frac{2}{3}$　（B）$\frac{3}{2}$　（C）6　（D）5

解析：$|\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}^{-1}|=|\boldsymbol{B}|\cdot|\boldsymbol{A}^{-1}|=|\boldsymbol{B}|\cdot\frac{1}{|\boldsymbol{A}|}=\frac{3}{2}$

22 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n \end{pmatrix}$，其中 $a_i\neq 0,b_i\neq 0(i=1,2,\cdots,n)$，则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩等于：

（A）n　（B）0　（C）1　（D）2

解析：因为 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_n \end{pmatrix}$，$r(\boldsymbol{B}\boldsymbol{C})\leqslant\min\{r(\boldsymbol{B}),r(\boldsymbol{C})\}=1$

18C　19A　20C　21B　22C

又由于矩阵 $\boldsymbol{A}$ 不是零矩阵，所以 $r(\boldsymbol{A})=1$。

23 设 $\boldsymbol{A}$ 为矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$都是线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=0$ 的解，则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为：

（A）$\begin{pmatrix}0&1&1\\4&-2&-2\\0&1&1\end{pmatrix}$　（B）$\begin{pmatrix}2&0&-1\\0&1&1\end{pmatrix}$　（C）$\begin{pmatrix}-1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}$　（D）$\begin{pmatrix}-2&1&1\end{pmatrix}$

解析：用代入法一一验证即可，满足已知条件的矩阵即为所求答案。

24 设 $\varphi(x,y,z)=xy^2z, \boldsymbol{A}=xz\boldsymbol{i}-xy^2\boldsymbol{j}+yz^2\boldsymbol{k}$，则 $\dfrac{\partial(\varphi A)}{\partial z}$ 在点 $(-1,-1,1)$ 处的值为：

（A）$2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$　（B）$4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$　（C）$\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$　（D）$-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$

解析：$\dfrac{\partial(\varphi A)}{\partial z}=\varphi\dfrac{\partial A}{\partial z}+A\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}=xy^2z(x,0,2yz)+xy^2(xz,-xy^2,yz^2)$，将 $x=-1$，$y=-1$，$z=1$ 代入上式得 $(2,-1,3)$

2006 年考题

1 已知 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{i}+a\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{\beta}=a\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{\gamma}=-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k}$, 若 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 共面，则 a 等于：

（A）1 或 2　（B）-1 或 2　（C）-1 或 -2　（D）1 或 -2

解析：因为 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 共面，则 $\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}$ 垂直于 $\boldsymbol{\gamma}$，即 $(\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta})\cdot\boldsymbol{\gamma}=0$

$$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&a&-3\\a&-3&6\end{vmatrix}=(6a-9)\boldsymbol{i}+(-3a-6)\boldsymbol{j}+(-a^2-3)\boldsymbol{k}$$

$(\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta})\cdot\boldsymbol{\gamma}=(6a-9,-3a-6,-a^2-3)\cdot(-2,2,6)=6(a+1)(a+2)=0$

则 $a=-1$ 或 -2。

2 设平面 π 的方程为 $3x-4y-5z-2=0$，以下选项中错误的是：

（A）平面 π 过点 $(-1,0,-1)$　（B）平面 π 的法向量为 $-3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$

（C）平面 π 在 z 轴的截距是 $-\dfrac{2}{5}$　（D）平面 π 与平面 $-2x-y-2z+2=0$ 垂直

解析：法向量 $n_1=(3,-4,-5)$, $n_2=(-2,-1,-2)$,

$n_1\cdot n_2=(3,-4,-5)\cdot(-2,-1,-2)=8\neq0$，所以 D 错误。

3 球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 与平面 $x+z=1$ 的交线在 xoy 坐标面上投影的方程是：

23D　24A　1C　2D　3B

（A）$x^2+y^2+(1-x)^2=9$　　（B）$\begin{cases}x^2+y^2+(1-x)^2=9\\ z=0\end{cases}$

（C）$(1-z)^2+y^2+z^2=9$　　（D）$\begin{cases}(1-z)^2+y^2+z^2=9\\ x=0\end{cases}$

解析：$x+z=1$、$x^2+y^2+z^2=9$ 联立消去 z 坐标，得方程 $x^2+y^2+(1-x)^2=9$，表示过两曲面交线且母线平行于 z 轴的柱面。$x^2+y^2+(1-x)^2=9$ 与 $z=0$ 联立，即是交线在 xoy 面上投影的方程。

4　$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{ax^2-3}{x^2+1}+bx+2\right)=\infty$，则 a 与 b 的值是：

（A）$b\neq 0$，a 为任意实数　　（B）$a\neq 0,b=0$

（C）$a=1,b=0$　　（D）$a=0,b=0$

解析：$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{ax^2-3}{x^2+1}+bx+2\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{bx^3+(a+2)x^2+bx-1}{x^2+1}$

只要 $b\neq 0$，极限均趋向于无穷大。

5　函数 $y=x\sqrt{a^2-x^2}$ 在 x 点的导数是：

（A）$\dfrac{a^2-2x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$　　（B）$\dfrac{1}{2\sqrt{a^2-x^2}}$　　（C）$\dfrac{-x}{2\sqrt{a^2-x^2}}$　　（D）$\sqrt{a^2-x^2}$

解析：

$$y'=(x)'\sqrt{a^2-x^2}+x(\sqrt{a^2-x^2})'=\sqrt{a^2-x^2}+x\frac{1}{2\sqrt{a^2-x^2}}(-2x)=\frac{a^2-2x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

6　已知函数 $f\left(xy,\dfrac{x}{y}\right)=x^2$，则 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}+\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ 等于：

（A）$2x+2y$　　（B）$x+y$　　（C）$2x-2y$　　（D）$x-y$

解析：令 $u=xy,v=\dfrac{x}{y}$，则 $f(u,v)=uv$，将变量 u,v 换成 x,y，得 $f(x,y)=xy$；

于是 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}=y,\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}=x,\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}+\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}=x+y$

7　设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是奇函数，在 $(0,+\infty)$ 上 $f'(x)<0$，$f''(x)>0$，则在 $(-\infty,0)$ 上必有：

（A）$f'>0,f''>0$　　（B）$f'<0,f''<0$　　（C）$f'<0,f''>0$　　（D）$f'>0,f''<0$

解析：函数 $f(x)$ 在 $(0，+\infty)$ 内是单调减少的凹弧，因为 $f(x)$ 是奇函数，其图像是关于原点对称的，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty，0)$ 内是单调减少的凸弧。

8　曲面 $z=1-x^2-y^2$ 在点 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ 处的切平面方程是：

（A）$x+y+z-\dfrac{3}{2}=0$　　（B）$x-y-z+\dfrac{3}{2}=0$

4A　5A　6B　7B　8A

（C）$x-y+z-\frac{3}{2}=0$　　（D）$x-y+z+\frac{3}{2}=0$

解析：$F(x,y,z)=x^2+y^2+z-1$，曲面法向量 $\boldsymbol{n}=(F_x,F_y,F_z)=(2x,2y,1)$ 在点 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ 处的法向量是 $(1,1,1)$，曲线在点 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ 处的切面方程为 $x+y+z-\frac{3}{2}=0$。

9 $\int x\sqrt{3-x^2}\mathrm{d}x$ 等于：

（A）$\frac{1}{\sqrt{3-x^2}}+\mathrm{C}$　（B）$-\frac{1}{3}(3-x^2)^{\frac{3}{2}}+\mathrm{C}$　（C）$3-x^2+\mathrm{C}$　（D）$(3-x^2)^2+\mathrm{C}$

解析：

$$\int x\sqrt{3-x^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\int(3-x^2)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}(3-x^2)=-\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}(3-x^2)^{\frac{3}{2}}+\mathrm{C}=-\frac{1}{3}(3-x^2)^{\frac{3}{2}}+\mathrm{C}$$

10 若 $\int_0^k(3x^2+2x)\mathrm{d}x=0\ (k\neq0)$，则 k 等于：

（A）1　（B）-1　（C）$\frac{3}{2}$　（D）$\frac{1}{2}$

解析：$\int_0^k(3x^2+2x)\mathrm{d}x=\left[x^3+x^2\right]_0^k=k^3+k^2=0$，因为 $k\neq0$，所以 $k=-1$。

11 设 $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t=2f(x)-4$，且 $f(0)=2$，则 $f(x)$ 是：

（A）$\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$　（B）$\mathrm{e}^{\frac{x}{2}+1}$　（C）$2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$　（D）$\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$

解析：两边求导，得 $f(x)=2f'(x)$，即 $f(x)=\mathrm{C}\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$。因为 $f(0)=2,\mathrm{C}=2$，则 $f(x)=2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$。

12 设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^x f(x,y)\mathrm{d}y$ 等于：

（A）$\int_0^x\mathrm{d}y\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}x$　（B）$\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^x f(x,y)\mathrm{d}x$　（C）$\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}x$　（D）$\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^1 f(x,y)\mathrm{d}x$

解析：积分区域 D 为：$\begin{cases}0\leqslant x\leqslant1\\0\leqslant y\leqslant x\end{cases}$，即 D 是由 $x=1$，$y=0$ 与 $y=x$ 所围成的，可表示为 $\begin{cases}0\leqslant y\leqslant1\\y\leqslant x\leqslant1\end{cases}$，

则结果为 $\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^1 f(x,y)\mathrm{d}x$。

13 设 L 为连接 $(0,0)$ 点与 $(1,1)$ 点的抛物线 $y=x^2$，则对弧长的曲线积分 $\int_L x\mathrm{d}s$ 等于：

（A）$\frac{1}{12}(5\sqrt{5}-1)$　（B）$\frac{5\sqrt{5}}{12}$　（C）$\frac{2}{3}(5\sqrt{5}-1)$　（D）$\frac{10\sqrt{5}}{3}$

9B　10B　11C　12D　13A