



普通高等教育创新型人才培养规划教材

控制系统仿真与实践 案例式教程

王玲玲 梁勇 李瑞涛 王宏 胡慧 编著



配有课件



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS



普通高等教育创新型人才培养规划教材

控制系统仿真与实践 案例式教程

王玲玲 梁 勇 李瑞涛 编著
王 宏 胡 慧

北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

本书的适用对象为高等院校控制类专业本科高年级学生,是其进行控制系统仿真与实现的入门级实践性教材。全书共两篇:第一篇为控制系统建模与仿真,通过阐述系统模型,应用控制理论中常用的控制方法进行设计与仿真;第二篇为测控系统设计与实现,以单片机作为处理元件,通过电路设计及软件编程完成控制系统的设计与实现。

图书在版编目(CIP)数据

控制系统仿真与实践案例式教程 / 王玲玲等编著

—北京:北京航空航天大学出版社,2017.4

ISBN 978-7-5124-2404-3

I. ①控… II. ①王… III. ①自动控制系统—系统仿真—高等学校—教材 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 078503 号

版权所有,侵权必究。

控制系统仿真与实践案例式教程

王玲玲 梁 勇 李瑞涛 编著
王 宏 胡 慧

责任编辑 王慕冰

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:goodtextbook@126.com 邮购电话:(010)82316936

北京泽宇印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:710×1 000 1/16 印张:11.5 字数:245 千字

2017 年 4 月第 1 版 2017 年 4 月第 1 次印刷 印数:3 000 册

ISBN 978-7-5124-2404-3 定价:25.00 元

前 言

自动控制科学是在不断的工程实践过程中发展起来的,工程知识的认知过程是从具体到抽象,工程师的知识体系和能力结构源自于社会生产实践的实际需求,因此控制类专业本科教育更应注重实际体验和实践训练,由此设立了“控制系统课程设计”这门课程。该课程作为控制类专业本科生的一门综合实践训练课程,一般在第六或第七学期末开设。该课程设置在学生学完专业课之后,在毕业设计之前,是学生综合运用所学专业理论知识进行实际应用的一个转折性过程,对于加深所学理论知识的验证和理解,培养工程实践和创新能力起着十分重要的作用。

然而,控制系统课程设计选题范围较广,设计任务量较大,长期以来缺少固定教材,使得教学效率较低。为此,编者基于常见的实验室控制平台和竞赛活动,围绕自动控制理论教学内容,以任务驱动的理念组织构建了不同的课程设计实施项目,编写了这本教材。在撰写过程中,我们认为自动控制的研究和教学目前可以分为三个大的方向,即控制理论与仿真、控制技术与实现、检测与测试技术。本教材分为仿真和实现两篇,共7个课题,分别对其进行讲解。

本书的适用对象为高等院校工科高年级学生,读者应具备控制理论、自动检测技术、单片机原理等课程的基础知识。本书共分两篇:第一篇为控制系统建模与仿真;第二篇为测控系统设计与实现。其内容概括如下:

第1章阐述直线一级倒立摆控制系统的建模与仿真,并详细给出了常用的控制算法,如PID、LQR的基本原理及参数调试方法。

第2章介绍磁悬浮球控制系统的分析与设计,主要采用的方法有根轨迹校正、PID控制及模糊PID控制。

第3章针对直立式机器人的平衡控制进行建模、分析,并采用倾角信号进行PID闭环控制参数调试,同时对实物中的角度测量和控制给出分析。

第4章分析三自由度直升机系统的俯仰、横侧和旋转三个通道的模型,对其中的俯仰、横侧旋转通道设计PID控制器和LQR控制器。

第5章为温度控制系统的设计,根据设计任务,从电路设计、仿真、制作、软件设计及系统调试等方面给出了详尽的步骤。

第6、7章为智能车设计,其中第6章中路径信息采集传感器为激光头,第7章中路径信息采集传感器为摄像头,针对相同的设计任务,给出

了各自的机械设计、硬件设计、软件设计与调试的步骤。

本书强调实际应用和操作,对于基础性部分,均给出了详尽的理论分析,以帮助读者较快地适应每个对象;对于设计性部分,给出了全部的电路设计和关键部分的程序设计。此外,本书章节独立,每一章中涉及的模型和系统都是控制理论中常见的被控对象,读者可以在熟悉研究对象之后,进行更深入的研究,因此本书是进行控制系统仿真与实现的入门级实践性教材。

当然,控制的对象千千万万,控制的方法不胜枚举,而本书所选取的对象和方法仅仅是沧海一粟。因此,一方面如果学生能通过这样一本教材,以书中所述对象为平台,系统地掌握各种控制对象下的理论与技术,无疑对其后续专业的拓展和专业能力的提升大有裨益;另一方面,借助于本书,将每一届的成果积累并延续到下一届,并且在教学工作中不断地添加新的内容与课题,以期再版时本书会更加丰富实用。

本书的撰写与出版得到了学校各级部门的支持,教研室奋战在教学一线的各位同仁也对本书提出了很多宝贵的意见和建议,同时还要感谢很多研究生对本书相关资源的无偿奉献。非常感谢北京航空航天大学出版社的大力支持,才能使本书在第一时间与读者见面。

由于编者水平所限,加之时间仓促,书中难免存在不妥之处,恳请广大读者批评指正,联系方式为 lingling0711@163.com。

编 者

2016年10月于烟台

目 录

第一篇 控制系统建模与仿真

第 1 章 直线一级倒立摆控制系统	1
1.1 倒立摆的基本组成	1
1.2 倒立摆系统的建模	2
1.3 直线一级倒立摆系统的定性分析	6
1.3.1 系统的稳定性分析	6
1.3.2 系统的可控性分析	7
1.3.3 系统的可观性分析	8
1.3.4 系统的阶跃响应分析	8
1.4 直线一级倒立摆的 PID 控制设计	9
1.4.1 PID 的基本原理	9
1.4.2 PID 参数整定	10
1.4.3 数字式 PID 控制算法	13
1.4.4 倒立摆系统 PID 控制器的仿真	14
1.5 直线一级倒立摆的 LQR 控制	18
1.5.1 线性二次型最优控制理论	18
1.5.2 倒立摆的 LQR 仿真	20
1.6 课后思考	23
参考文献	23
第 2 章 磁悬浮球控制系统	25
2.1 磁悬浮球控制系统介绍	25
2.1.1 磁悬浮球控制系统的基本原理	25
2.1.2 电磁学理论基础	26
2.1.3 光电位置传感器分析	31
2.2 系统数学模型的建立	32
2.2.1 理论分析	32
2.2.2 系统模型的线性化处理	34
2.2.3 系统物理参数及其测量方法	35

2.2.4 系统模型的建立	36
2.2.5 系统的基础分析	38
2.3 根轨迹控制设计	39
2.3.1 基于根轨迹的相位超前校正	40
2.3.2 基于根轨迹的相位滞后校正	41
2.3.3 使用根轨迹法设计磁悬浮球系统控制器	42
2.4 PID 控制设计	49
2.5 模糊 PID 控制设计	52
2.5.1 模糊控制算法的工作原理	52
2.5.2 模糊控制算法的理论基础简述	53
2.5.3 模糊 PID 控制器的结构与参数	56
2.5.4 模糊 PID 控制器的实现	59
2.6 课后思考	63
参考文献	64
第 3 章 两轮直立车系统的自平衡控制	65
3.1 直立车的基本组成	65
3.2 直立车系统的建模	66
3.2.1 受力分析	67
3.2.2 关系式的建立	69
3.2.3 线性化	71
3.3 直立车系统的仿真分析	73
3.4 PID 仿真及参数整定	75
3.5 PID 参数实物调试	78
3.6 课后思考	81
参考文献	82
第 4 章 三自由度直升机系统	83
4.1 系统概述	83
4.2 系统建模	83
4.2.1 俯仰轴	84
4.2.2 横侧轴	85
4.2.3 旋转轴	85
4.3 控制系统设计	86
4.3.1 PID 理论仿真分析	86
4.3.2 LQR 控制器的设计	90
4.4 课后思考	94

参考文献	94
------------	----

第二篇 测控系统设计与实现

第 5 章 温度控制系统的设计	95
5.1 设计要求	95
5.2 任务分析	96
5.3 电路设计	96
5.3.1 硬件总体框图	96
5.3.2 单片机电路	97
5.3.3 人机 I/O 模块	99
5.3.4 测温电路	101
5.3.5 加热启停电路	102
5.3.6 电源电路	104
5.4 电路仿真	104
5.5 电路制作	107
5.6 软件设计	107
5.6.1 主程序	108
5.6.2 按键子程序	109
5.6.3 测温子程序	112
5.6.4 显示子程序	117
5.6.5 温度控制子程序	118
5.7 系统调试	120
5.7.1 硬件调试	120
5.7.2 软件调试	121
5.8 课后思考	124
参考文献	124
第 6 章 基于激光传感器的自主循迹智能车设计	125
6.1 设计要求	125
6.2 任务分析	126
6.3 机械设计	126
6.3.1 传感器布局	127
6.3.2 舵机的安装	129
6.3.3 编码器的安装	130
6.4 硬件设计	131

6.4.1 单片机最小系统	131
6.4.2 供电电路	132
6.4.3 路径信息采集电路	133
6.4.4 电机驱动电路	135
6.4.5 车速检测模块	136
6.4.6 舵机控制模块	138
6.4.7 电路制作	140
6.5 软件设计	146
6.5.1 初始化子程序	146
6.5.2 路径识别子程序	149
6.5.3 路径处理子程序	150
6.5.4 舵机控制子程序	153
6.5.5 速度控制子程序	155
6.6 课后思考	157
参考文献	157
第7章 基于摄像头传感器的自主循迹智能车设计	158
7.1 设计要求	158
7.2 任务分析	158
7.3 机械设计	158
7.3.1 摄像头传感器的基本知识	158
7.3.2 摄像头传感器的安装	161
7.4 硬件设计	162
7.4.1 单片机最小系统	162
7.4.2 供电电路	163
7.4.3 路径信息采集电路	163
7.4.4 电路制作	166
7.5 软件设计	168
7.5.1 初始化子程序	168
7.5.2 图像采集子程序	170
7.5.3 图像处理子程序	173
7.6 课后思考	176
参考文献	176

第一篇 控制系统建模与仿真

本篇选取若干控制系统,对其进行建模,而后采用常见的控制方法进行仿真与验证,实现系统的平衡控制。

第 1 章 直线一级倒立摆控制系统

1.1 倒立摆的基本组成

直线一级倒立摆控制系统包含倒立摆本体、电控箱及由运动控制卡和普通 PC 机组成的控制平台三大部分。直线倒立摆本体由基座、交流伺服电机、导轨、皮带、滑杆、摆杆、角解码器、限位开关等组成。其中伺服电机是控制系统的执行机构,在运动过程中通过导轨驱动小车在滑杆上来回运动,保持摆杆平衡;电机编码器和角解码器属于测量组件,运动控制卡和伺服驱动器用于反馈小车和摆杆的位置(线位移和角位移)。直线一级倒立摆示意图如图 1-1 所示。

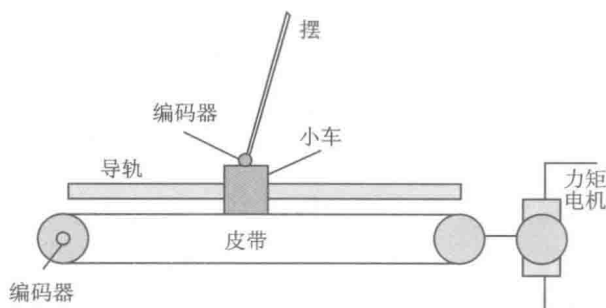


图 1-1 直线一级倒立摆示意图

直线一级倒立摆控制系统硬件框图如图 1-2 所示,光电码盘 I 由伺服电机自带,可以根据该码盘的反馈通过换算获得小车的位移,小车的速度信号可以通过差分得到。摆杆的角度由光电码盘测量出来并直接反馈到控制卡,角度的变化率信号可以通过差分得到。计算机从运动控制卡中实时读取数据,确定控制决策(电机的输出

力矩),并发送给运动控制卡,运动控制卡经过 DSP 内部的控制算法实现该控制决策,产生相应的控制量,使电机转动,带动小车运动,保持摆杆平衡。

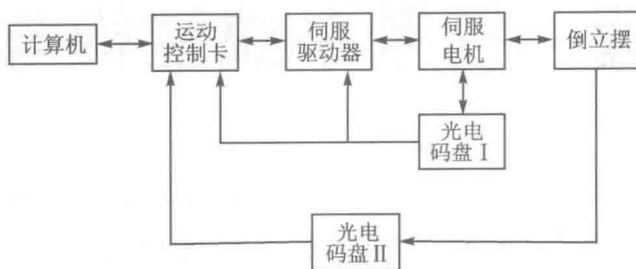


图 1-2 直线一级倒立摆控制系统的框图

小车摆杆部分是一个典型的多变量强耦合非线性被控对象,其不稳定状态表现为振荡发散或突然倒下,控制的目的是保持摆杆在竖直位置的平衡。

1.2 倒立摆系统的建模

倒立摆系统本身是自不稳定系统,无法通过测量频率特性的方法获取数学模型,因

此实验建模存在一定的困难。但是忽略一些次要的因素后,它就是一个典型的机电一体化系统,即机械部分遵守牛顿运动定律,电子部分遵守电磁基本定律。为了简单起见,在建模时忽略系统中诸如空气阻力、安装伺服电机而产生的静摩擦力、系统连接处的松弛程度、摆杆连接处质量分布不均匀等因素。建模时,将小车抽象为质点,摆杆抽象为匀质刚体,摆杆绕转轴转动,如图 1-3 所示。下面采用牛顿力学方法建立直线一级倒立摆系统的

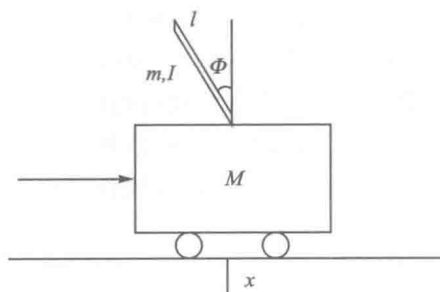


图 1-3 直线一级倒立摆物理模型

的数学模型。

系统中的物理量做如表 1-1 所列的假设。

表 1-1 系统物理参数

符 号	代表含义	实际值
m_c	小车质量	2.16 kg
m_p	摆杆质量	0.32 kg
f	小车摩擦系数	$0.22 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
l	摆杆转动轴心到杆质心的长度	0.20 m

续表 1-1

符 号	代表含义	实际值
I	摆杆惯量	$0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
F	加在小车上的力	
x	小车位置	
ϕ	摆杆与垂直向上方向的夹角	
θ	摆杆与垂直向下方向的夹角 (摆杆初始位置为竖直向下)	

根据图 1-4 分析小车水平方向受力,得到以下方程:

$$m_c \ddot{x} = F - F_n - N \quad (1-1)$$

式中: F 为小车所受外力; F_n 为小车水平方向阻力,且 $F_n = f \dot{x}$; N 为小车与摆杆相互作用力的水平方向受力。

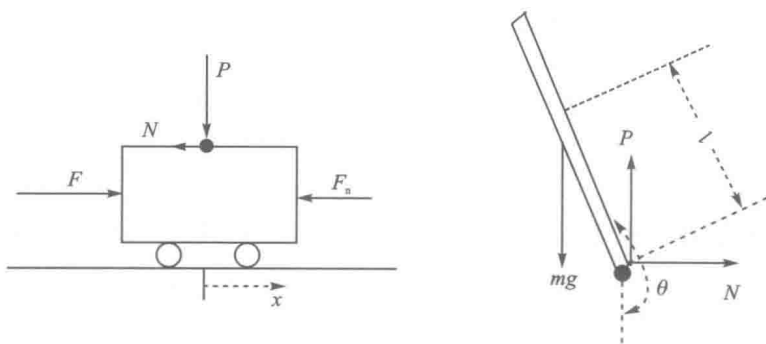


图 1-4 小车及摆杆受力分析图

分析摆杆水平方向受力,得

$$N = m_p \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta)$$

对上式求导有

$$N = m_p \ddot{x} + m_p l \ddot{\theta} \cos \theta - m_p l \dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (1-2)$$

将式(1-2)代入式(1-1)中,得到系统的第一个运动方程:

$$(m_c + m_p) \ddot{x} + f \dot{x} + m_p l \ddot{\theta} \cos \theta - m_p l \dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (1-3)$$

分析摆杆垂直方向的合力,可以得到

$$P - m_p g = m_p \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta)$$

式中: P 为小车对摆杆竖直方向的作用力。同理,将微分展开后有

$$P - mg = -ml \ddot{\theta} \sin \theta - ml \dot{\theta}^2 \cos \theta \quad (1-4)$$

摆杆同时还要满足力矩平衡方程:

$$-Pl\sin\theta - Nl\cos\theta = I\ddot{\theta} \quad (1-5)$$

联立式(1-4)和式(1-5),约去 P 和 N ,得到系统的第二个运动方程:

$$(I + m_p l^2) \ddot{\theta} + m_p g l \sin\theta = -m_p l \ddot{x} \cos\theta \quad (1-6)$$

根据上述变量的假设, ϕ 是摆杆与垂直向上方向间的夹角, θ 是摆杆与垂直向下方向间的夹角,有 $\theta = \pi + \phi$ 。而在实际调试中, ϕ 为小量偏角,即可以将其当作无穷小量,从而实现线性化。于是在 ϕ 为小量的前提下,有 $\cos\theta = -1$, $\sin\theta = -\phi$, $(\dot{\theta})^2 = 0$ 。

另外,经过线性化后,用控制量 u 来代替被控对象的外力 F ,则式(1-3)和式(1-6)两个方程如下:

$$\left. \begin{aligned} (I + m_p l^2) \ddot{\phi} - m_p g l \phi &= m_p l \ddot{x} \\ (m_c + m_p) \ddot{x} + f \dot{x} - m_p l \ddot{\phi} &= u \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

对式(1-7)进行零初始条件下的拉普拉斯变换,得到

$$\left. \begin{aligned} (I + m_p l^2) \Phi(s) s^2 - m_p g l \Phi(s) &= m_p l X(s) s^2 \\ (m_c + m_p) X(s) s^2 + f X(s) s - m_p l \Phi(s) s^2 &= U(s) \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

当输出为角度 ϕ 时,求解式(1-8)中的第一个方程,可得

$$\frac{\Phi(s)}{X(s)} = \frac{m_p l s^2}{(I + m_p l^2) s^2 - m_p g l} \quad (1-9)$$

又由于小车位移和加速度之间存在关系式 $a = \ddot{x}$, 因此式(1-9)也可写作

$$\frac{\Phi(s)}{\text{Acc}(s)} = \frac{m_p l}{(I + m_p l^2) s^2 - m_p g l} \quad (1-10)$$

将式(1-9)代入式(1-8)的第二个方程,整理得到

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{m_p l s^2}{[(m_c + m_p)(I + m_p l^2) - (m_p l)^2] s^4 + f(I + m_p l^2) s^3 - (m_c + m_p) m_p g l s^2 - f m_p g l s}$$

化为首一型得到

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{m_p l}{q} s^2}{s^4 + \frac{f(I + m_p l^2)}{q} s^3 - \frac{(m_c + m_p) m_p g l}{q} s^2 - \frac{f m_p g l}{q} s} \quad (1-11)$$

式中: $q = (I m_c + I m_p + m_c m_p l^2)$ 。

设系统状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}u \end{cases}$$

选择系统的状态变量为 $[x, \dot{x}, \phi, \dot{\phi}]^T$, 对式(1-7)列写状态空间方程有

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \dot{x} \\ \ddot{x} &= \frac{-(I + m_p l^2)f}{q} \dot{x} + \frac{m_p^2 g l^2}{q} \dot{\phi} + \frac{(I + m_p l^2)}{q} u \\ \dot{\phi} &= \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} &= \frac{-m_p l f}{q} \dot{x} + \frac{m_p g l (m_c + m_p)}{q} \dot{\phi} + \frac{m_p l}{q} u \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

整理式(1-12),得到系统状态空间方程为

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I + m_p l^2)f}{q} & \frac{m_p^2 g l^2}{q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-m_p l b}{q} & \frac{m_p g l (m_c + m_p)}{q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I + m_p l^2}{q} \\ 0 \\ \frac{m_p l}{q} \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} x \\ \phi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

上述便是以外界作用力为输入的系统状态空间模型。

假设摆杆质量均匀,根据匀质摆杆的转动惯量公式有 $I = \frac{1}{3} m_p l^2$,代入式(1-7),化简得到

$$\ddot{\phi} = \frac{3g}{4l} \phi + \frac{3}{4l} \dot{x} \quad (1-14)$$

针对式(1-14),再次选择系统状态变量 $[x, \dot{x}, \phi, \dot{\phi}]^T$,并以小车加速度为输入,即 $u' = \ddot{x}$,则有下列以小车加速度作为输入的系统状态方程:

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3g}{4l} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{3}{4l} \end{bmatrix} u' \\ y = \begin{bmatrix} x \\ \phi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u' \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

将表1-1中的参数值代入上述系统模型,可以得到实际的系统模型。代入式(1-9),得到摆杆角度和小车位移的传递函数:

$$\frac{\Phi(s)}{X(s)} = \frac{0.064s^2}{0.0228s^2 - 0.6272} \quad (1-16)$$

则摆杆角度和小车加速度的传递函数为

$$\frac{\Phi(s)}{\ddot{x}} = \frac{0.064}{0.0228s^2 - 0.6272} \quad (1-17)$$

代入式(1-11),得到摆杆角度和小车所受外界作用力的传递函数为

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{0.064s}{0.052448s^3 + 0.005016s^2 - 1.555456s - 0.137984} \quad (1-18)$$

代入式(1-15),得到小车加速度作为输入的系统状态方程:

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 36.75 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 3.75 \end{bmatrix} u' \\ y = \begin{bmatrix} x \\ \phi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u' \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

1.3 直线一级倒立摆系统的定性分析

在得到系统的数学模型之后,为进一步了解系统性质,需要对系统的特性进行分析。竖直向上位置是直线一级倒立摆系统的不稳定平衡点,可以设计稳定控制器来使直线一级倒立摆系统稳定在这个点。既然需要设计控制器稳定系统,那么就要考虑系统是否可控。在对系统进行定性分析时,一般要用到线性控制理论中的稳定性、可控性和可观性判据。

1.3.1 系统的稳定性分析

若控制系统在初始条件下和扰动作用下,其瞬态响应随时间的推移而逐渐衰减并趋于原点(原平衡工作点),则称该系统是稳定的。反之,如果控制系统受到扰动作用后,其瞬态响应随时间的推移而发散,输出呈持续振荡过程,或者输出无限制地偏离平衡状态,则称该系统是不稳定的。

根据李雅普诺夫稳定性判据第一法, n 阶线性时不变连续系统 $\dot{x} = Ax + Bu$ 的平衡状 $x_e = 0$ 渐近稳定的充分必要条件是矩阵 A 的所有特征值均具有负实部,它的基本思路是通过系统状态方程的解来判断系统的稳定性。

直线一级倒立摆系统的特征方程为 $\det(\lambda I - A) = 0$,用 MATLAB 程序计算,主

程序如下：

```
clear;
A=[0 1 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 1;
0 0 36.75 0];
B=[0 1 0 3.75]';
C=[1 0 0 0;
0 1 0 0];
D=[0 0]';
[num,den]=ss2tf(A,B,C,D);
p=roots(den)
n=size(p);n1=n(1);
flag1=0;flag2=0;
for i=1:n1
s1=p(i,1);s2=real(p(i,1));
if real(p(i,1))>0
flag1=flag1+1;
elseif abs(real(p(i,1))-0)<eps
flag2=flag2+1;
end
end
if flag1>0 disp('系统不稳定')
elseif flag2>0 disp('系统临界稳定')
else disp('系统稳定')
end
```

得到系统的特征根为 $p=[0 \quad 0 \quad 6.0622 \quad -6.0622]$ 。系统有两个特征根在原点,有一个特征根在复频域的右半平面上,有一个特征根在复频域的左半平面上,因此直线一级倒立摆系统是不稳定的。

1.3.2 系统的可控性分析

对于线性连续定常系统 $\dot{x}=Ax+Bu$,如果存在一个分段连续的输入 $u(t)$,能在有限的时间区间 $[t_0, t_f]$ 内,使系统由某一初始状态 $x(t_0)$ 转移到指定的任意终端 $x(t_f)$,则称此系统是可控的。若系统的所有状态都是可控的,则称此系统是状态完全可控的。

对于连续时间系统 $\begin{cases} \dot{x}=Ax+Bu \\ y=Cx+Du \end{cases}$,其状态完全可控的条件为:当且仅当向量组

$[B, AB, \dots, A^{n-1}B]$ 是线性无关的,或 $n \times n$ 维矩阵 $[B, AB, \dots, A^{n-1}B]$ 的秩为 n 。

应用以上原理对系统进行可控性分析,在 MATLAB 中计算程序为

```
clear;
A=[0 1 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 1;
0 0 36.75 0];
B=[0 1 0 3.75]';
C=[1 0 0 0;
0 1 0 0];
D=[0 0]';
pc=[B*A*B*A^2*B*A^3*B];
rank(pc)
```

可以得到 $\text{ans}=4$ 。系统的状态完全可控性矩阵的秩等于系统的状态变量维数，所以系统可控。

1.3.3 系统的可观性分析

如果对于任意给定的输入 u ，在有限的时间 $t_f > t_0$ ，使得根据 $[t_0, t_f]$ 期间的输出 $y(t)$ 能唯一地确定系统在初始时刻的状态 $x(t_0)$ ，则称 $x(t_0)$ 是可观的。若系统的每一个状态都是可观的，则称系统是完全可观的。

对于线性连续系统方程 $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$ ，系统状态完全可观的充分必要条件为：可观判别阵 $[C, CA, \dots, CA^{n-1}]^T$ 的秩为 n 。

对系统进行可观性分析，在 MATLAB 中的计算程序为

```
clear;
A=[0 1 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 1;
0 0 36.75 0];
B=[0 1 0 3.75]';
C=[1 0 0 0;
0 1 0 0];
D=[0 0]';
qo=[C*C*A*C*A^2*C*A^3]';
rank(qo)
```

可以得到 $\text{ans}=2$ 。

1.3.4 系统的阶跃响应分析

根据系统的状态方程，对其进行阶跃响应分析，在 MATLAB 中的计算程序为

```
clear;
A=[0 1 0 0;
0 0 0 0;
```