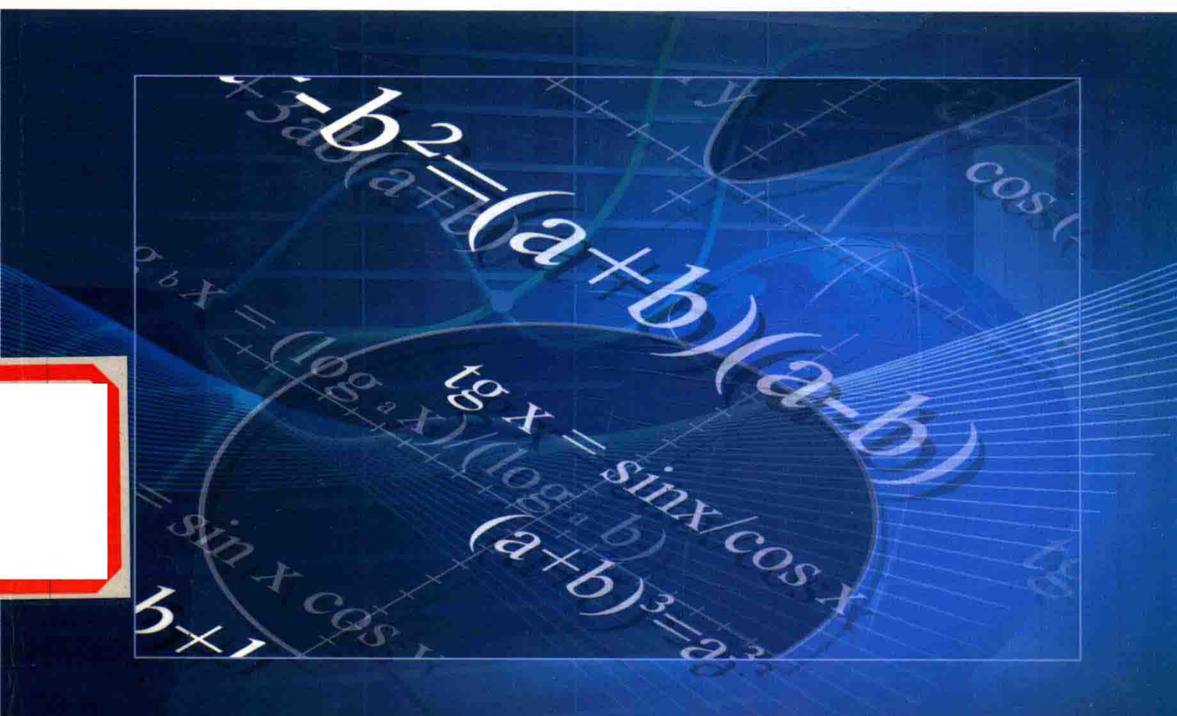
普通高等教育“十二五”规划教材［公共必修课系列］

经济应用数学学习指导及习题解答

◆ 屈思敏 主编



中国工信出版集团
電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

普通高等教育"十二五"规划教材·公共必修课系列

经济应用数学

学习指导及习题解答

屈思敏 主 编

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书与《经济应用数学》教材配套使用，主要内容包括函数、极限与连续、导数、导数的应用、不定积分、定积分、二元函数微积分学以及综合模拟试题。本书前 7 章围绕《经济应用数学》主教材组织内容，由学习指导、例题解析、自测题组成，其中包括教材内容剖析、基本要求以及大量的例题和习题等。综合模拟试题共有 6 套。书中所有的自测题和综合模拟试题都附有参考答案，这样有助于读者学习和参考。

本书可作为高等职业院校财经类各专业学生的教学用书，也可作为其他专业读者的学习参考书。

图书在版编目（CIP）数据

经济应用数学学习指导及习题解答 / 屈思敏主编. —北京：电子工业出版社，2016.8
普通高等教育“十二五”规划教材. 公共必修课系列

ISBN 978-7-121-29649-9

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①屈… Ⅲ. ①经济数学－高等学校－题解 Ⅳ. ①F224.0-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 187488 号

策划编辑：薛华强
责任编辑：郝黎明
印　　刷：三河市鑫金马印装有限公司
装　　订：三河市鑫金马印装有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：720×1 000　1/16　印张：8.75　字数：224 千字
版　　次：2016 年 8 月第 1 版
印　　次：2016 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：23.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254569，xuehq@phei.com.cn。

前　言

“经济应用数学”是高等职业院校财经类各专业必修的数学基础课程，在这门数学课程的学习过程中，总会遇到一些问题，比如，概念的理解、内容重点和难点的把握、定理结论及计算方法的掌握等，为此，我们按照“经济应用数学”课程的教学要求，编写了这本《经济应用数学学习指导及习题解答》学习用书。

本书围绕《经济应用数学》教材组织内容，每章由学习指导、例题解析、自测题三个模块构成，以帮助读者系统学习各章内容，全面把握各章及整个教材的知识结构、重点和难点，以及相关的计算方法。各章学习指导由内容结构、基本要求、内容剖析及思考题组成，包括本章的基本概念、重要定理结论和计算方法；例题解析包括本章的典型例题分析与解答，以帮助读者有效掌握相关计算方法；自测题设计的练习题主要帮助读者自我检查对各章知识理论、计算方法的理解程度及掌握情况。本书后面还提供了6套综合模拟试题，用来帮助读者检查自己对整个教材知识的掌握程度。

本书由屈思敏担任主编，韦秋凤、韦敏志、丁立旺参与编写。

由于编者水平有限，书中错误疏漏之处在所难免，望广大读者和同行专家批评指正。

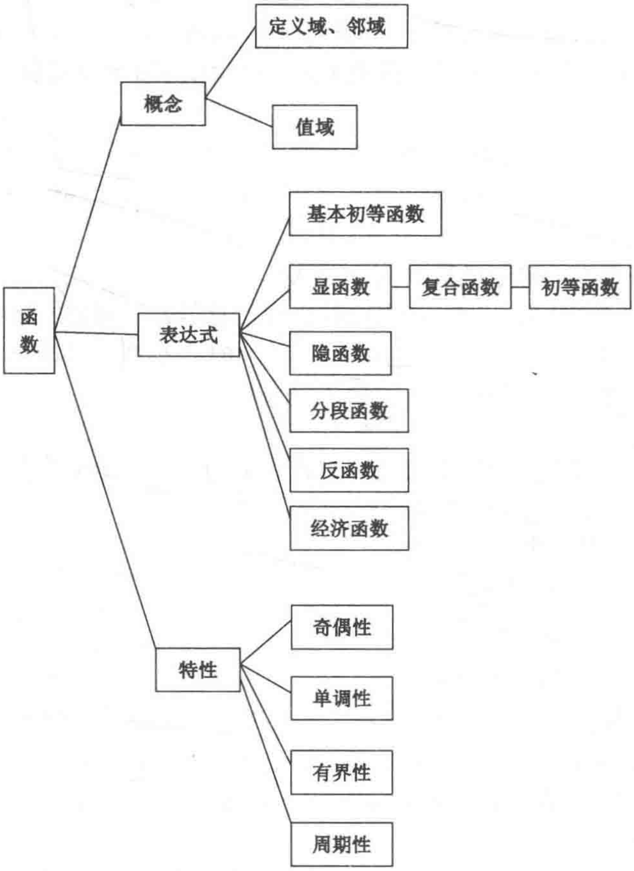
编　者

目　录

第一章　函数

一、学习指导

（一）内容结构



（二）基本要求

1．理解函数的概念，知道确定函数的两个要素：定义域、对应关系，能够根据这两个要素判别两个函数的异同．熟练计算函数的定义域和函数值．

2．掌握函数的各种表达式，能够写出普通函数的反函数．

3．熟练掌握六类基本初等函数的特性、图形．

4．了解函数的周期性、奇偶性、单调性和有界性，会判断函数的奇偶性．

5．了解复合函数、初等函数的概念，会分析复合函数的复合过程，能把一个复合函数分解成若干个简单函数．

6．能够建立简单的函数关系式，了解一些简单的经济函数．

重点：函数概念，基本初等函数．

难点：建立函数关系．

（三）内容剖析

1．基本概念

（1）函数

设 D 为一个非空实数集，如果对于 D 中的每一个确定的实数 x，按照某种对应规则 f，总存在唯一的实数 y 与之对应，则称 y 是 x 的函数，记为 $y=f(x)$．

x 称为自变量，y 称为因变量．函数 $y=f(x)$ 反映了 x 和 y 遵循一定的变化规律而相互依赖的关系．

称非空实数集 A 为函数的定义域．函数的定义域常用区间表示，常见的区间有有限区间：(a,b)、$[a,b]$、$[a,b)$、$(a,b]$，无限区间：$(a,+\infty)$、$[a,+\infty)$、$(-\infty,b)$、$(-\infty,b]$、$(-\infty,+\infty)$ 等．

定义域和对应规则是确定函数的两个要素．

也就是说，不管自变量、因变量采用什么样的符号，只要定义域和对应规则相同，就是同一函数．例如，$y=\sin x$、$x=\sin y$、$z=\sin t$ 表示同一个函数．

函数的表示法有三种：解析法、图形法、表格法．

（2）分段函数

在定义域内的不同范围中用不同的解析式表示的函数，称为分段函数．

包含有绝对值的函数是分段函数．

（3）基本初等函数，共有六大类：

常数函数　$y=c$　（c 为常数）

幂函数　$y=x^a$　（a 为常量）

指数函数　$y=a^x$　（$a>0, a\neq 1$）

对数函数　$y=\log_a x$　（$a>0, a\neq 1$），常见的对数是自然对数 $y=\ln x$．

三角函数　$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$

反三角函数　$y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$

（4）复合函数

若 $y=f(u)$，而 $u=\varphi(x)$，且函数 $\varphi(x)$ 的值域与函数 $f(u)$ 的定义域的交集非空，则 y 通过 u 也是自变量 x 的函数．我们称 y 是 x 的复合函数，记为 $y=f[\varphi(x)]$．

其中 u 称为中间变量．

（5）初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算以及有限次复合运算所构成的，并且用一个解析式表示的函数称为初等函数．

显然，分段函数不是初等函数．

（6）显函数和隐函数

函数的因变量是用自变量表达式表示出来的函数 $y=f(x)$，这种函数关系称为显函数.

x 与 y 的函数关系由方程 $F(x,y)=0$ 确定，这种函数关系称为隐函数.

（7）反函数

函数 $y=f(x)$，$x\in D$，如果 x 与 y 是一一对应的，且当 $x\in D$ 时，$y\in W$，则存在一个定义在 W 上的函数 $x=f^{-1}(y)$，称之为函数 $y=f(x)$ 的反函数，也可记为 $y=f^{-1}(x)$，$x\in W$.

$y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 互为反函数，它们关于直线 $y=x$ 对称.

2. 重要定理性质和计算方法

（1）函数的几种特性

函数的奇偶性

偶函数：在定义域内，恒有 $f(-x)=f(x)$.

偶函数图象关于 y 轴对称.

奇函数：在定义域内，恒有 $f(-x)=-f(x)$.

奇函数图象关于原点对称.

函数的单调性

设 I 为函数 $y=f(x)$ 定义域内的一个区间.

如果对于区间 I 内的任意两点 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上单调增加；

如果对于区间 I 内的任意两点 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则函数 $y=f(x)$ 在 I 上单调减少.

单调函数一定存在反函数，且它们具有相同的增减性.

函数的周期性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，若存在一个正数 $T\neq 0$，使得对于任意 $x\in D$，必有 $x\pm T\in D$，且使 $f(x\pm T)=f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，T 为函数 $f(x)$ 的周期.

注意，周期函数的周期通常指的是它的最小正周期.

函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果存在一个正数 M，使得对于任意 $x\in I$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则 $f(x)$ 在 I 上有界，$f(x)$ 是 I 上的有界函数；否则，$f(x)$ 是 I 上的无界函数.

（2）复合函数的分解

掌握复合函数的分解有利于认识函数的结构，以便解决复杂函数的极限、导数等问题.

$y=f[g(\varphi(x))]$：$y=f(u)$，$u=g(v)$，$v=\varphi(x)$.

由于初等函数是由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合步骤而成的，所以任何一个初等函数都可以分解成基本初等函数的四则运算或复合运算.

（3）求函数的定义域

若含有分式，则分母不能为零.

若含有偶次根式，则偶次根号下的式子不能为负.

若含有对数，则真数必须大于零.

正切符号下的式子不能等于 $k\pi+\frac{\pi}{2}$；余切符号下的式子不能等于 $k\pi$（$k=0,\pm1,\pm2,\cdots$）；反正弦、反余弦符号下的式子的绝对值不能大于 1.

若函数式含有多种运算或若干项，应先按各种运算的要求或按各项分别确定各自的变化范围，再取公共交集.

分段函数的定义域是各段自变量取值范围的并集.

具有实际背景的函数表达式的定义域还要考虑自变量的实际意义.

（4）求函数值

（5）判别函数的奇偶性

（6）求反函数

（7）复合函数的构成与分解

（四）思考题

1．简答题

（1）单调函数是否一定无界？为什么？

（2）是否任何函数在定义域内都具有奇偶性？

2．选择题

（1）下列各对函数中，相同的是（　　）.

A．$f(x)=(\sqrt{x})^2, g(x)=x$　　B．$f(x)=\ln x^2, g(x)=2\ln x$

C．$f(x)=e^x, g(t)=e^t$　　D．$f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}, g(x)=x-1$

（2）设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，则函数 $f(x)+f(-x)$ 的图形关于（　　）对称.

A．$y=x$　　B．x 轴　　C．y 轴　　D．坐标原点

（3）设函数 $f(x)$ 的定义域是全体实数，则函数 $F(x)=f(x)\cdot f(-x)$ 是（　　）.

A．单调减函数　　B．有界函数　　C．偶函数　　D．周期函数

（4）设 $y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 的定义域为（　　）.

A．$[-1,1]$　　B．$[-1,1)$　　C．$(-1,1)$　　D．$(0,1]$

（5）设 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$，则 $f(-2)=$（　　）.

A．-1　　B．0　　C．1　　D．不存在

3．填空题

（1）设 $f(x-1)=x^2-2x$，则 $f(x+1)=$__________.

（2）函数 $y=\dfrac{1}{\ln(x-2)}+\sqrt{4-x}$ 的定义域是___________.

（3）设 $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$，则 $f^{-1}(\dfrac{1}{2})=$_________.

（4）设 $f(x)=\begin{cases}2, & |x|\leqslant 2\\ 1, & |x|>2\end{cases}$，则 $f[f(x)]=$________.

（5）设 $f(x)$ 是以 4 为周期的奇函数，且 $f(-1)=2$，则 $f(5)=$_____.

思考题参考答案

1．（1）单调函数不一定无界．例如，$f(x)=\arctan x$ 在定义域内单调增加，而 $|f(x)|=|\arctan x|<\dfrac{\pi}{2}$，即函数 $f(x)=\arctan x$ 有界．又如，函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调减少，但在 $(0,+\infty)$ 内无界．

（2）不一定．例如，$f(x)=\sin x$ 是奇函数，而 $f(x)=\sin x+2$ 是非奇非偶函数．

但是，定义在对称区间 $[-a,a]$ 上的任何一个函数 $f(x)$ 都能表示成一个奇函数与一个偶函数的和，事实上，令 $f_1(x)=\dfrac{1}{2}[f(x)+f(-x)]$，$f_2(x)=\dfrac{1}{2}[f(x)-f(-x)]$，则 $f_1(x)$ 为偶函数，$f_2(x)$ 为奇函数，并且有 $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$．

2．（1）C．因为 C 中的函数定义域相等，且对应关系相同，所以选项 C 正确．而选项 A，B，D 中的每对函数的定义域都不同．

（2）C．设 $F(x)=f(x)+f(-x)$，则对任意 x 有

$$F(-x)=f(-x)+f(x)=F(x)$$

即 $F(x)$ 是偶函数，因而，图形关于 y 轴对称，选项 C 正确．

（3）C．对任意 x 有 $F(-x)=f(-x)\cdot f(-(-x))=f(-x)\cdot f(x)=f(x)\cdot f(-x)=F(x)$，即 $F(x)$ 是偶函数，故选项 C 正确．

（4）C．因为要使函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 有意义，须 $x^2-1\geqslant 0$ 且 $x^2\neq 1$，即 $x\in(-1,1)$．

（5）A．因为 $x=-2<0$，所以，$f(-2)=-1$．

3．（1）x^2+2x

设 $x-1=t$，则 $x=t+1$，得 $f(t)=(t+1)^2-2(t+1)=t^2-1$

因此，$f(x+1)=(x+1)^2-1-x^2+2x$．

（2）$(2,3)\cup(3,4]$．对函数的第一项，要求 $x-2>0$ 且 $\ln(x-2)\neq 0$，即 $x>2$ 且 $x\neq 3$；对函数的第二项，要求 $4-x\geqslant 0$，即 $x\leqslant 4$，取公共部分，得函数定义域为 $(2,3)\cup(3,4]$．

（3）3．设 $f^{-1}(\dfrac{1}{2})=l$，则 $f(l)=\dfrac{1}{2}$，即 $\dfrac{l-1}{l+1}=\dfrac{1}{2}$，$l=3$．

（4）2．因为 $f[f(x)]=\begin{cases}2, & |f(x)|\leqslant 2\\ 1, & |f(x)|>2\end{cases}$，而由条件知 $|f(x)|\leqslant 2$，所以 $f[f(x)]=2$．

（5）-2．因为 $f(5)=f(1+4)=f(1)=-f(-1)=-2$．

二、例题解析

【例 1】求 $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{\ln(1+x)}$ 的定义域.

【分析】要使 $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{\ln(1+x)}$ 有意义，必须同时满足 $1-x\geqslant 0$，$\ln(1+x)\neq 0$，$1+x>0$．

解　要使函数有意义，必须 $\begin{cases}1-x\geqslant 0\\ \ln(1+x)\neq 0\\ 1+x>0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x\leqslant 1\\ x\neq 0\\ x>-1\end{cases}$,因而,所求函数的定义域是 $(-1,0)\cup(0,1]$．

【例 2】若函数 $f(x+1)=\sin 2x$，求 $f(1),f(e^x)$．

【分析】由 $f[g(x)]$,先求出 $f(x)$．

解　令 $x+1=t$，则 $x=t-1$

将 $x=t-1$ 代入 $f(x+1)=\sin 2x$ 中，即有 $f(t)=\sin 2(t-1)$，所以

$f(1)=\sin 2(1-1)=0$

$f(e^x)=\sin 2(e^x-1)$．

【例 3】设 $f(x)=\dfrac{1}{x}$，求 $f[f(2)]$，$f\{f[f(x)]\}$．

【分析】$f[f(x)]$ 中的 $f(x)$ 相当于 $f(x)$ 中的自变量 x．

解　因为 $f[f(x)]=\dfrac{1}{f(x)}=x$，因而，$f[f(2)]=2$，$f\{f[f(x)]\}=f(x)=\dfrac{1}{x}$．

【例 4】求函数 $y=\begin{cases}x^2, & -2\leqslant x\leqslant 0\\ x^2-4, & 0<x<2\end{cases}$ 的定义域和反函数.

【分析】分段函数的定义域就是各段函数表达式取值范围的并集，分段函数的反函数也是分段函数.

解　定义域为 $[-2,0]\cup(0,2)$，即 $[-2,2)$．

因为当 $-2\leqslant x\leqslant 0$ 时，$y=x^2$，$x=-\sqrt{y}$，$0\leqslant y\leqslant 4$

当 $0<x<2$ 时，$y=x^2-4$，$x=\sqrt{y+4}$，$-4<y<0$

因此，所求反函数为 $y=\begin{cases}-\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 4\\ \sqrt{x+4}, & -4<x<0\end{cases}$．

【例 5】已知 $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ 与 $g(x)$ 关于直线 $y=x$ 对称，求 $g(x)$．

【分析】关于直线 $y=x$ 对称的函数就是 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$．

解　因为 $f^{-1}(x)$ 与 $f(x)$ 关于直线 $y=x$ 对称，因而，$g(x)$ 就是 $f(x)$ 的反函数.

由 $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$，解得 $x=\dfrac{1+y}{2-y}$

因而 $g(x)=\dfrac{1+x}{2-x}$.

【例 6】 判断下列函数的奇偶性?

（1）$f(x)=e^{-x^2}$　　（2）$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$

（3）$f(x)=x-\cos x$　　（4）$f(x)=x\sin x^2$

【分析】 偶函数在定义域内满足 $f(-x)=f(x)$，奇函数在定义域内满足 $f(-x)=-f(x)$.

解 （1）$f(-x)=e^{-(-x)^2}=e^{-x^2}=f(x)$，所以，$f(x)=e^{-x^2}$ 是偶函数.

（2）$f(-x)=\ln(-x+\sqrt{(-x)^2+1})=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)=\ln\dfrac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}=\ln\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$

$$=-\ln(\sqrt{x^2+1}+x)=-f(x)$$

因此，函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 是奇函数.

（3）$f(-x)=-x-\cos(-x)=-x-\cos x$，因而函数 $f(x)=x-\cos x$ 是非奇非偶函数.

（4）$f(-x)=-x\sin(-x)^2=-x\sin x^2=-f(x)$，因而函数 $f(x)=x\sin x^2$ 是奇函数.

【例 7】 将下列函数分解成简单函数.

（1）$y=e^{\sqrt{\sin x}}$　　（2）$y=\ln\cos\sqrt{x^3-1}$

（3）$y=\sqrt[3]{1+2^x}$　　（4）$y=\ln^2\arcsin(x^3+e^{-x})$

【分析】 把复合函数分解成简单函数，首先要搞清楚它们的复合关系，然后再把它们拆成由基本初等函数及其四则运算组成的简单函数.

解 （1）$y=e^{\sqrt{\sin x}}$ 可分解为 $y=e^u$，$u=\sqrt{v}$，$v=\sin x$，即 $y=e^{\sqrt{\sin x}}$ 由 $y=e^u$，$u=\sqrt{v}$，$v=\sin x$ 复合而成.

（2）$y=\ln\cos\sqrt{x^3-1}$ 可分解为 $y=\ln u$，$u=\cos v$，$v=\sqrt{t}$，$t=x^3-1$.

（3）$y=\sqrt[3]{1+2^x}$ 可分解为 $y=u^{\frac{1}{3}}$，$u=1+2^x$.

（4）$y=\ln^2\arcsin(x^3+e^{-x})$ 可分解为由 $y=u^2$，$u=\ln v$，$v=\arcsin t$，$t=x^3+e^{-x}$ 复合而成.

三、自测题

自测题一

1．选择题（18 分，每题 3 分）

（1）下列函数中为偶函数的是（　　）.

A．$3^{-x^2}\cos x$　　B．$x^2\sin x^2+1$　　C．$\dfrac{x}{|x|}$　　D．$x^3+\cos x$

（2）已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，则下列函数中必为偶函数的是（　　）.

A. $y=f(-x)-f(x)$　　B. $y=f(x)f(x)$

C. $y=|f(x)|$　　D. $y=f(x)+f(-x)$

（3）函数 $y=\ln(x+1)$ 在区间（　　）内有界.

A. $(-1,+\infty)$　　B. $(2,5)$　　C. $(-1,2)$　　D. $(2,+\infty)$

（4）函数 $y=|\cos x|-2$ 的周期是（　　）.

A. 4π　　B. 2π　　C. π　　D. $\frac{\pi}{2}$

（5）下列函数中为复合函数的是（　　）.

A. $y=\sqrt{-4+\sin x}$　　B. $y=\sqrt{-e^{x^2}}$

C. $y=5^x$　　D. $y=e^{-\sqrt{1+\sin x}}$

（6）函数 $y=2\sin 3x$ 的反函数为（　　）.

A. $y=\arcsin\frac{3}{2}$　　B. $y=\frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{2}$　　C. $y=3\arcsin 2x$　　D. $y=\frac{1}{2}\arcsin 3x$

2. 填空题（15 分，每题 3 分）

（1）$f(x)$ 与它的反函数 $f^{-1}(x)$ 关于_____对称.

（2）初等函数是由__________经过有限次四则运算或复合运算所构成的.

（3）设 $f(x)=\frac{1}{1-x}$，则 $f(f(x))=$__________.

（4）已知函数 $y=\begin{cases}\frac{1}{x}, & x>2\\ \frac{1}{3-x}, & -1\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$，则其定义域是____________.

（5）函数 $y=1+2^x$ 的反函数是___________.

3. 计算题（40 分，每题 8 分）

（1）若 $\varphi(x)=x^3-1$，求 $\varphi(x^2)$ 和 $[\varphi(x)]^2$.

（2）求函数 $y=\frac{2x}{x^3-3x^2+2x}$ 的定义域.

（3）设函数 $\varphi(x)=\begin{cases}e^x, & -1<x\leqslant 0\\ \frac{1}{x-2}, & 0<x<1\\ \cos x, & 1\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$，求 $\varphi(-\pi)$，$\varphi(0)$，$\varphi(2)$.

（4）若函数 $f(x)=2\sin x-2\cos x$，求 $f(\frac{\pi}{2}+2n\pi)$（其中 n 为整数）.

（5）求函数 $y=\sin\frac{x-1}{x+1}$ 的反函数.

4．综合题（27 分，每题 9 分）

（1）已知需求函数 $Q_p=\dfrac{100}{3}-\dfrac{2}{3}P$，供给函数 $Q_s=-20+10P$，计算市场均衡价格 $\overline{P}$.

（2）某工厂生产 Q 吨产品时的总成本为 $C(Q)=\dfrac{1}{3}Q^3-7Q^2+111Q+40$ (万元)，且产销平衡，总收入为 $R(Q)=100Q-Q^2$（万元），求利润函数.

（3）某化肥厂生产某产品 1000 吨，每吨定价为 130 元，销售量在 700 吨以内时，按原价出售，超过 700 吨时，超过部分需打 9 折出售. 试将销售总收益与总销售量的函数关系用数学表达式表示.

自测题二

1．选择题（18 分，每题 3 分）

（1）下列函数中既是奇函数，又在其定义域上是单调增函数的是（ ）.

A．2^x　　B．x^3　　C．$\ln x$　　D．$\sin x$

（2）已知 $f(x)$、$g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义且不恒为零，若 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，则 $f(x)+g(x)$ 是（ ）.

A．奇函数　　B．偶函数　　C．既奇又偶函数　　D．非奇非偶函数

（3）对于定义域是 R 的任意奇函数 $f(x)$ 都有（ ）.

A．$f(x)-f(-x)>0 \quad x\in R$　　B．$f(x)-f(-x)\leqslant 0 \quad x\in R$

C．$f(x)f(-x)>0 \quad x\in R$　　D．$f(x)f(-x)\leqslant 0 \quad x\in R$

（4）函数 $y=\sin^4 x$ 的周期是（ ）.

A．4π　　B．2π　　C．π　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

（5）已知 $f(x)$ 的定义域是 $[-1,2]$，则 $F(x)=f(2+x)+f(2x)$ 的定义域是（ ）.

A．$[-3,0]$　　B．$[-3,1]$　　C．$[-\dfrac{1}{2},1]$　　D．$[-\dfrac{1}{2},0]$

（6）函数 $f(x)=\dfrac{(e^x-1)}{(e^x+1)}\sin x$ 是（ ）.

A．奇函数　　B．偶函数

C．非奇非偶函数　　D．单调函数

2．填空题（15 分，每题 3 分）

（1）若 $f(x)$ 是奇函数，$f(x)$ 在 $x=0$ 处有定义，则 $f(0)=$______.

（2）已知 $f(x)$ 是偶函数，且 $f(1)=-1$，则 $f(-1)=$______.

（3）函数 $y=\sqrt{x^2-1}\ \ (x\leqslant -1)$ 的反函数是________.

（4）函数 $y=\sqrt{3-x}+\arccos\dfrac{x-2}{3}$ 的定义域是________.

（5）函数 $y=1-\ln(x+2)$ 的反函数是____________.

3．计算题（40 分，每题 8 分）

（1）若 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|,|x|<1\\0,|x|\geqslant 1\end{cases}$，求 $\varphi(\pi)$ 和 $\varphi(-\dfrac{\pi}{4})$．

（2）求函数 $y=\sin x+\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ 的定义域．

（3）设函数 $\varphi(x)=\begin{cases}-1, & 0\leqslant x<2\\0, & x=2\\1, & 2<x\leqslant 4\end{cases}$，求 $\varphi(-3)$，$\varphi(0)$，$\varphi(2)$，$\varphi(3)$．

（4）判断 $f(x)=\sqrt{x^2-1}$ 在 $[1,+\infty)$ 上的增减性．

（5）求函数 $y=\sqrt{\cos x}$ 的反函数．

4．综合题（27 分，每题 9 分）

（1）某工厂生产某产品，固定成本为 2000 元，每生产一单位的产品，成本增加 5 元，产品的售价为 120 元，且产销平衡，求利润函数．

（2）已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$，求 $f(x)$ 和 $f(x^2)$．

（3）已知 $y=u^2,u=\sqrt[3]{x-1},x=\sin t$，将 y 表示为的 t 函数．

自测题参考答案

自测题一

1．（1）A；（2）D；（3）B；（4）C；（5）D；（6）B．

2．（1）$y=x$；（2）基本初等函数；（3）$\dfrac{x-1}{x}$；（4）$(-1,+\infty)$；（5）$f(x)=\log_2(x-1)$．

3．（1）x^6-1，$(x^3-1)^2$；（2）$(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$；（3）$e^{-\pi}$, 1, $\cos 2$；（4）2；（5）$y=\dfrac{1+\arcsin x}{1-\arcsin x}$．

4．（1）$\overline{P}=\dfrac{16}{5}$；（2）$L(Q)=-\dfrac{1}{3}Q^3+6Q^2-11Q-40$；

（3）$R(Q)=\begin{cases}130Q & 0\leqslant Q\leqslant 700\\9100+117Q & 700<Q\leqslant 1000\end{cases}$．

自测题二

1．（1）B；（2）D；（3）D；（4）C；（5）D；（6）B．

2．（1）0；（2）-1；（3）$y=-\sqrt{x+1}$；（4）$[-1,3]$；（5）$y=e^{1-x}-2$．

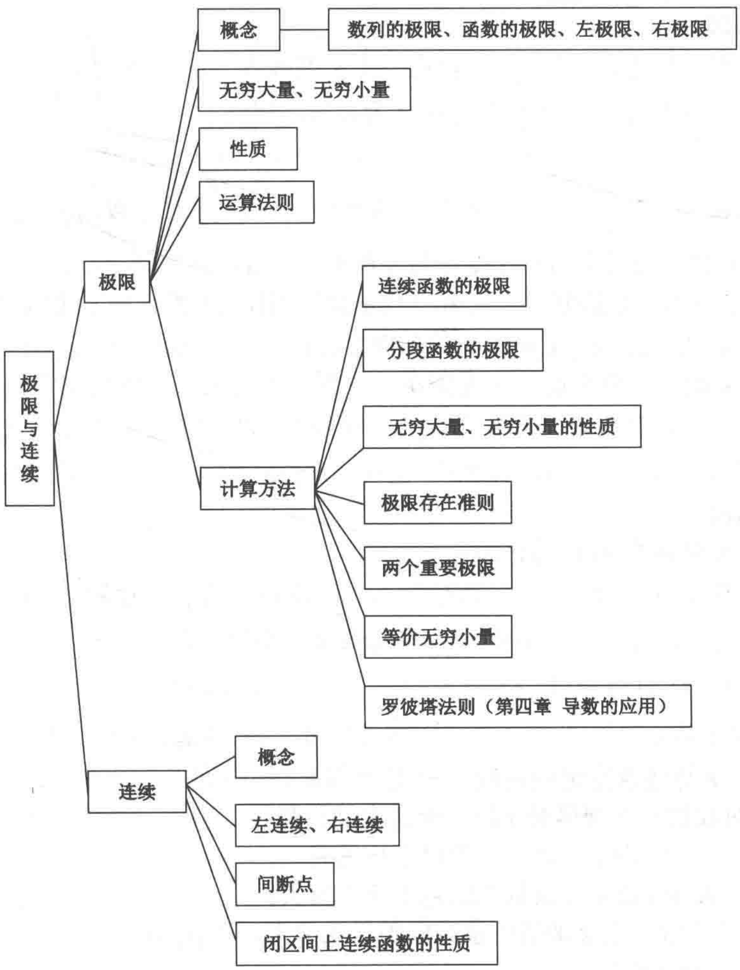
3．（1）0，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；（2）$[-1,1)$；（3）-1，-1，0，1；（4）增函数；（5）$y=\arccos x^2$．

4．（1）$L(Q)=115Q-2000$；（2）$f(x)=x^2-1,f(x^2)=x^4-1$；（3）$y=\sqrt[3]{(\sin t-1)^2}$．

第二章 极限与连续

一、学习指导

（一）内容结构



（二）基本要求

1．理解数列极限、函数极限的概念，了解函数的左、右极限．