中小学教师专业发展丛书

ZHONGXIAOXUE JIAOSHI ZHUANYE FAZHAN CONGSHU

福建省中学名师教学问题研究

FUJIANSHENG ZHONGXUE MINGSHI JIAOXUE WENTI YANJIU

主　编　郭春芳

副主编　林　藩

厦门大学出版社 XIAMEN UNIVERSITY PRESS　国家一级出版社　全国百佳图书出版单位

中小学教师专业发展丛书

ZHONGXIAOXUE JIAOSHI ZHUANYE FAZHAN CONGSHU

福建省中学名师教学问题研究

FUJIANSHENG ZHONGXUE MINGSHI JIAOXUE WENTI YANJIU

主　编　郭春芳

副主编　林　藩

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS
国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

福建省中学名师教学问题研究 / 郭春芳主编. —厦门 ：厦门大学出版社，2016.10
(中小学教师专业发展丛书)
ISBN 978-7-5615-6216-1

Ⅰ. ①福… Ⅱ. ①郭… Ⅲ. ①中学-教学研究 Ⅳ. ①G632.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 224492 号

出 版 人 蒋东明
责任编辑 郑 丹
封面设计 李嘉彬
责任印制 许克华

出版发行 厦门大学出版社
社 址 厦门市软件园二期望海路 39 号
邮政编码 361008
总 编 办 0592-2182177 0592-2181406(传真)
营销中心 0592-2184458 0592-2181365
网 址 http://www.xmupress.com
邮 箱 xmupress@126.com
印 刷 厦门市金玺彩印有限公司

开本 787mm×1092mm 1/16
印张 16.25
插页 2
字数 386 千字
版次 2016 年 10 月第 1 版
印次 2016 年 10 月第 1 次印刷
定价 47.00 元

厦门大学出版社
微信二维码

厦门大学出版社
微博二维码

内容简介

教学问题是教师在教学过程中遇到的问题。要想解决这些问题，它需要教师对教学中存在的问题，甚至是习以为常的教育现象刨根问底，透过表面寻找原因，进行研究与反思，寻求突破。在整个教学系统中教学问题呈现流动、发展、变化的状态，教师如何根据具体教学实际做出应变，对遇到的问题做出方法调整与改进，值得深入探讨。福建省中学名师们运用自身的教学智慧对教育理论、教材教法、教学资源开发等领域出现的教学问题进行研究分析，并对问题的解决进行了有益的尝试，值得学习与借鉴。

序

2008年，福建省人民政府颁发了《关于进一步加强中小学教师队伍建设的意见》，明确提出大力加强福建教育学院建设，进一步强化学院的培训、教研功能以及在全省中小学教师继续教育工作中的引领带动作用，将福建教育学院建设成为全省中小学教师省级培训的主要基地和中小学教师继续教育的政策研究咨询和业务指导中心。根据省政府的指示精神，福建教育学院确立了"为基础教育改革发展服务，为提升中小学教师队伍素质服务，为海峡西岸经济区建设服务"的办学宗旨，明确了进一步发挥"五个作用"(省级基础教育培训"主基地"作用、基础教育科研"主阵地"作用、基础教育资源"主渠道"作用、基础教育服务"主力军"作用、中小学教师继续教育咨询指导的"主功能"作用)，着力培育和打造"六个支柱品牌"(培训品牌、基础教育智库品牌、网上福建教育学院品牌、基础教育专项服务品牌、校园文化品牌、函授教育品牌)，建设让政府放心、学员满意、教职员工幸福的一流省级教育学院的奋斗目标。

几年来，福建教育学院紧紧围绕发展目标，着力加强内涵建设，以提升培训质量为着力点，以凝练培训特色为突破口，以培训模式改革创新为动力，深入贯彻落实《教育部关于深化中小学教师培训模式改革，全面提升培训质量的指导意见》精神，大力推进培训工作规范化科学化和培训内容主题化系统化，大力推进培训质量工程建设，培训质量稳步提升，服务基础教育改革发展和中小学教师专业成长的能力进一步增强。

一是加强培训制度建设，推进培训的规范化。围绕"办学员满意的培训"这一目标，学院不断加强培训制度建设，先后建立健全了培训需求调研分析制度、培训方案论证审核制度、培训质量评价分析制度、培训项目监控评估制度、培训工作年度报告制度和培训教师下校实践制度等，有效提高了培训的针对性、实效性，推进培训工作规范化、培训管理精细化，以制度规范确保高质量培训的有序开展。

二是优化培训课程设置，提高培训的实效性。培训课程是确保培训质量的重要基础。学院坚持"满足需求、解决问题、引领发展、与时俱进"的课程设置基本要求，按照"注重实践取向、针对问题解决、突出能力提升、服务专业发展"原则，通过政策学习、专家咨询、基层访谈、问卷调查等多种形式深度开展培训课程设置的调研分析，正确处理学员需求和发展需求的关系、共性需求和个性需求的关系，做好培训主题的凝练，推进培训课程主题化、培训内容系统化，确保培训课程设置的系统性和科学性，使培训内容更加突出项目特色和学科特色，

更加符合学员发展的要求。

三是推进培训模式改革创新，激发教师参训动力。本着“全新的教学方式从教师培训开始”的理念，以学院承担的3个教育部教师队伍建设示范项目、2个福建省培训改革示范项目和本院确定的15个中小学教师培训模式改革示范项目为抓手，大力推进培训模式改革创新。在培训实践中积极探索基于“教学现场”的课例模式、问题导入研讨析疑模式、小组合作学习模式、工作坊式教师培训模式、基于自主网络平台的培训模式和训后混合式跟踪模式等培训模式，以现场诊断和案例教学的方式解决实际问题，以跟岗培训和情境体验的方式改进教学行为，以行动研究和反思实践的方式提升教育经验，强化培训过程学员的互动参与，增强培训吸引力、感染力和实效性，有效提升了培训质量。

四是推进研训一体，以高水平研究支撑高质量培训。以服务基础教育改革发展为目标，以基础教育领域的应用研究为重点，根据新时期基础教育改革发展的重点任务和教师培训工作的新情况、新问题，注重引导老师深入开展基础教育改革政策研究、中小学学科教学方法和教学模式研究、培训模式改革研究、基础教育专题研究、培训课程体系建设研究等，将问题课题化、课题成果化、成果课程化。鼓励广大教师把基础教育科研论文写进中小学课堂，把科研成果体现在促进福建省基础教育改革发展上，体现在培训课堂上。积极推进研训一体、以研促训，真正做到了研究工作与培训工作的融合，培训工作与服务中小学教师专业发展的融合，培训课堂与中小学课堂的融合，既提升了培训专业化水平，也使培训更接地气，更符合中小学教师的发展需求，促进了培训质量的提升。

五是加强培训管理，促进培训质量的提升。学院大力推进培训质量工程建设，从需求分析、项目遴选、主题确定、课程优化、团队组建、过程监控、评估反馈等各个环节制定了全面提升培训质量的实施意见，进一步加强对培训工作的组织管理。制定了《中小学教师集中培训质量标准》和《中小学教师远程培训质量标准》，对集中培训和远程培训设定了比较系统科学的质量检测指标体系，为培训组织者提供了质量目标，为培训管理者提供了评估的依据。建立了培训项目负责人、学科研修部、培训管理处三道质量管理防线，加大对培训过程的巡查和视导力度，形成层层把关的质量监控格局。研制开发了“福建省中小学教师继续教育管理系统”，应用于培训项目目的管理和监测，用信息化手段推进培训管理的科学化，实现了中小学教师继续教育的数据化管理。加强对培训项目的监测与评估，以查摆问题为导向，以案例分析为主要形式，定期召开培训质量分析会，及时进行培训质量总结分析，研究改进培训工作，不断提高培训科学化水平，提升培训质量。根据教育部的监测评估结果，我院承担的“国培计划”所有培训项目的质量和“国培计划”项目的管理绩效连续几年都稳定地位居全国前列。

六是创新培训手段，以先进的平台支持培训。适应信息技术条件下教师专业发展和培训手段创新的要求，学院积极打造先进的技术平台支持培训工作的创新发展，按照“操作简便、功能完善、资源丰富、运行安全”的要求，建成了福建基础教育网、福建省中小学教师远程研修平台、福建省名师网上授课(教研)活动平台；按照“平台的先进性、资源的优质性、机制的创新性和影响的广泛性”和“平台统一、标准统一、资源规划统一”的要求，建设了福建省中小学教师优质资源中心，实现了优质资源的共建共享；建成了福建省中小学教师网络研修社区，为广大老师学习和开展教研活动提供了个人空间和丰富的学习资源。这些平台的建成

和使用，突破了培训的时空限制，实现了集中培训与网络研修的“两翼齐飞”，也为信息化背景下的培训模式创新提供了无限可能，注入了新鲜的活力，推动了培训工作的科学发展。

几年来，学院始终把教师队伍建设作为提升办学内涵、办学员满意培训的关键来抓，推动教师队伍素质整体提升，为学院培训主业的健康发展提供了人才保障。广大老师按照“努力做智慧型的培训师、做筑梦人的铺路石、做学员满意的好培训”的要求，克服转型过程中的种种困难，潜心研究培训工作、研究中小学教师专业发展、研究基础教育改革发展、研究中小学教育教学，积极探索和实践着从专门到专业、从专业到专家的成长道路，形成了一批高质量的研究成果。这些研究成果立足于服务基础教育、服务中小学教师、服务培训工作，重点关注了基础教育改革发展的热点问题、中小学教育教学的难点问题和培训工作的关键问题。这些研究成果，体现了理念的先进性、内容的科学性和方法的创新性，既是老师们对培训教学成就的总结提升，是老师们系统思考、深入研究的智慧结晶，也是福建教育学院在教师培训事业发展过程中取得的重要成果。

推广、宣传老师们的研究成果，目的在于更好地服务基础教育的改革发展、服务中小学教师的专业成长、服务培训主业的科学发展，同时也是强化福建教育学院“在全省中小学教师继续教育工作中的引领带动作用”功能的一个重要方面。为此，我们决定组织出版“中小学教师专业发展丛书”，将学院老师关于基础教育改革发展、中小学教师专业成长、中小学教育教学以及培训教学与管理等方面的研究成果整理汇集，力争使丛书成为中小学教师专业发展和教师培训专业领域的学术思想库和研究资源库，以供省内外同行和广大教育工作者研讨交流。

福建教育学院副院长、教授　**郭春芳**
2015年8月

目录

一 理论研究

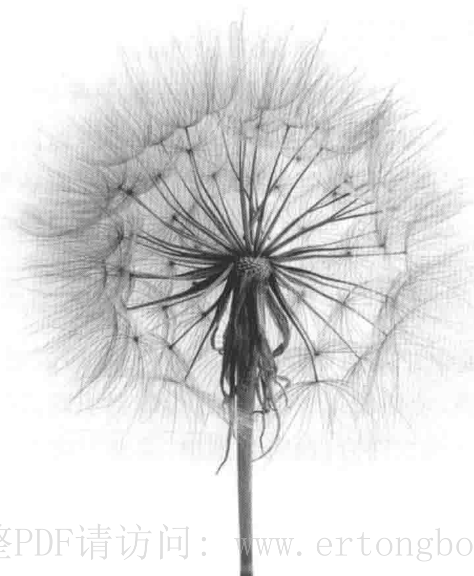
二 教法探微

三　课堂问诊

四 资源开发

一

理论研究



导 言

在教育教学中，理论指导作用是不可忽视的，教师自身的理论素养及实践能力都会直接影响理论对教学的指导作用。教学理论不应该伫立在云端，而应通过教师这一转换器，切实地融入实践教学。陈中峰老师将认知学派的“知识划分”理论运用于数学教学中，将知识划分为陈述性知识、程序性知识和策略性知识，并根据不同类别的知识特征实施不同的教学方法，为教学提供依据。江泽老师和许如意老师用思辨的观点论述了必然与或然思想，强调在“偶然”中寻找“必然”，然后再用“必然”的规律去解决“偶然”问题，体现了必然与或然思想辩证统一、不可割裂的数学思想。现代教育的迅猛发展对教师提出了越来越高的要求，新课程的实施更需要教师专业化成长，罗文明老师由此提出了“三水论”，强调教师的知识储备、终身学习及教育方法，真正体现了以生为本的教育理念，以符合培养人的教育规律。陶行知先生的“生活教育”思想对当前新课程改革理论与实践有着借鉴意义，张群林老师将“生活教育”理论运用于综合实践活动课程的实施和开展中，注重综合实践活动的整体性，以学生主体活动为中心实施综合实践活动，尊重学生个性，关注学生的亲身体验，因材施教，培养学生的创新能力。黄长红老师对“先学后教”相关教育问题的反思与探讨，体现了一位教师的独立思考与批判精神。理论体现无论多么的完善与严密，都必须通过实践“接地气”，如此方有指导意义。实践中不断总结理论，形成理论又运用实践，指导实践，如此循环提升方具有真正的意义与价值。如何践行理论，突破理论一直是教育者们不断追求与探索的目标。

认知学派“知识划分”理论给数学教学的启示

福建省普通教育教学研究室 陈中峰

认知心理学把知识划分为陈述性知识、程序性知识和策略性知识。那么，这三类知识指的是什么？它们在数学学科又是如何表征的？它对我们的数学教学究竟有哪些启示？

一、陈述性知识、程序性知识和策略性知识在数学学科的表征

1. 陈述性知识及其在数学学科的表征

所谓陈述性知识，是指个人具有有意识的提取线索而能直接陈述的知识，主要以命题和图式两种形式为表征，前者用于表征小的意义单元，后者用于表征较大的有组织的信息组合。它是用来描述世界，回答“世界是什么”的知识。数学学科的定义、定理、法则等都属于这类知识，如三边相等的三角形是等边三角形；平面内与两个定点 F_1，F_2 的距离之和等于常数（大于 $|F_1F_2|$）的点的轨迹叫椭圆；如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 $y=|x|$ 与 $y=x^2$，都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫偶函数等。

2. 程序性知识及其在数学学科的表征

所谓程序性知识，是指个人没有有意识地提取线索，只能借助某种作业形式间接推论其存在的知识，是一种技能型知识，它是一套办事的操作步骤，主要以产生式来表征，是关于“怎么做”的知识。它是数学学科中的技能性知识，如根据解一元一次方程的步骤解一元一次方程，根据“斜二测”画法规则画一个水平放置的平面图形的直观图，利用“向量法”求二面角等。

3. 策略性知识及其在数学学科的表征

所谓策略性知识，是指学习者在学习情境中对任务的认识、对学习方法的选择和对学习过程的调控，它是由学习方法、学习调控和元认知等要素构成的监控系统，其实质也是一套关于“如何学习、如何思维”（How to study / How to think）的知识，是调节自己的注意、记忆、思维的知识。它控制着人的学习、记忆和思维活动。让学生“学会学习、学会创造”的核心就是策略性知识。它是如何运用陈述性知识和程序性知识的技能，是控制自己的学习与认知过程的知识。就数学学习而言，根据题设信息和解题策略合理地调用相关知识解决数学问题就是策略性知识的一种体现。

二、陈述性知识、程序性知识、策略性知识的内在联系与区别

虽然陈述性知识、程序性知识、策略性知识是对知识的一个划分，它们确实代表了三类不同的知识，但从陈述性知识、程序性知识、策略性知识的概念，我们不难发现它们之间也并非完全独立、截然分开的，而是相互联系、相互渗透的，它们之间也存在着有机的内在联系。

第一，陈述性知识是“是什么”的知识，以命题及其命题网络来表征；程序性知识是“怎样做”的技能性知识，以产生式来表征；策略性知识是一种知识运用的知识，与技能相比，它是在概念和规则掌握的基础上，将概念和规则合理地运用于与原先的学习和练习相似或不同的情景中去的知识，这种运用是一种对内调控的技能，是个人调控自己的认识活动以提高认知操作水平的能力，它也是以产生式来表征的。

第二，陈述性知识是一种静态的知识，它的激活是输入信息的再现；而程序性知识是一种动态的知识，它的激活是信息的变形和操作；策略性知识也是一种动态的知识，它的激活是信息合理提取和科学应用。

第三，陈述性知识激活的速度比较慢，是一个有意的过程，需要学习者对有关事实进行再认或再现；而程序性知识激活的速度很快，是一种自动化了的信息变形的活动；策略性知识激活的速度介于以上两者之间，它需要一个分析辨别的过程。

在很多认知活动中，三类知识是结合在一起的。在学习过程中，最初都以陈述性知识的形式来习得，只是在大量练习之后程序性知识才具有了自动化的特点，而策略性知识则是在熟练掌握陈述性知识、程序性知识的基础上形成的，它涉及的概念和规则一般都带有很高的概括性，在应用时有很大的灵活性，必须随对象和目的的变化而变化。因此，要使这样的规则支配自身的认知行为，提高自身认知活动的效率，不可能经过短时期的训练与教学就能收到广泛的迁移效果，而必须经过一个长期的、反复练习与应用的过程。当然，学习者所掌握的策略性知识、程序性知识也会促进新的陈述性知识的学习。

三、认知学派“知识划分”理论给数学教学的启示

从以上的分析，我们发现陈述性知识、程序性知识和策略性知识在数学学科都有其相应的表征，对学生的数学学习而言，这三类知识的获得和应用过程虽不尽相同，但却存在着一定的联系。这些知识对我们的数学教学有什么启示呢？

1. 正确引导理解记忆，牢固掌握陈述性知识

陈述性知识，是用来描述世界，回答“世界是什么”问题的知识，主要以命题及其命题网络来表征。因此，学习陈述性知识的心理过程主要是记忆，其获得是指新知识进入原有的命题网络，与原有知识形成联系。这就要求我们在进行定义、定理、法则等陈述性知识的教学时，不但要根据学情合理创设问题情境让学生很好地理解新知产生的必要性及来龙去脉，知道知识产生的背景，准确理解知识的内涵和外延，明白知识应用的条件，还要帮助他们及时地把新知合理地纳入原有的认知结构，让知识形成一个层次分明、分类清晰的网络结构，使得某信息与其他相关信息之间建立起紧密的联系，将信息保存于网络结构中，以便在解决问题时进行知识互换并提供检索路线。如学生比较熟悉的判断函数单调性的方法有定义法、图像法、直接法、复合函数法，但学了导数后，因为所学内容比较丰富，导数法判断单调性作为导数众多应用中的一个，学生往往不能立即归到判断单调性的方法结构中去。教学时，就应及时地引导学生将原认知结构激活，把这种新方法纳入其中，并明确其适用的一般情景。再如刚刚学过了立体几何，判断线线垂直的方法结构中学生最熟悉的是以下知识：异面直线成的角为 90°、线面垂直、面面垂直的性质定理，而平面几何的相关内容虽然重要却因学过的时间较长而逐渐淡忘，作为线线垂直判定的完整的认知结构，

还需要引导学生将它们及时激活并补充进来，以便在需要时毫不费力地提取使用，如全等或相似三角形、等腰三角形底边上的中线、勾股定理的逆定理（由数量确定垂直关系）等。

2. 合理实施技能训练，准确把握程序性知识

程序性知识是一种技能型知识，它是一套办事的操作步骤，主要以产生式来表征，是关于“怎么做”的知识。因此，学习程序性知识的心理过程是先习得相关知识的陈述性形式，新知识进入原有的命题网络，与原有知识形成联系，然后，在这个基础上经过各种变式练习，使贮存于命题网络中的陈述性知识转化为以产生式系统表征和贮存的程序性知识，并在必要时依据线索被提取出来，解决“如何做”的问题。这告诉我们，在数学教学中，进行有关法则等策略性知识的教学不能单纯地停留在让学生准确理解法则的内容上，要在学生掌握法则内容的基础上，引导学生合理地利用法则进行解题实践，训练、巩固应有的技能。如进行“有理数四则运算”教学，仅仅让学生掌握有理数的四则运算法则是远远不够的，重要的是让学生会根据法则进行有理数的运算，培养运算技能。这种技能，不经过适当的解题实践是无法形成的。再如，利用三垂线定理画二面角的平面角，从操作程序上看，很简单，不外乎三步：第一步，从构成二面角的一个面内的一个点引棱的垂线；第二步，从该点引对面的垂线；第三步，该点与两个垂足就连成一个直角三角形，那个顶点在棱上的角就是二面角的平面角了。如果学生仅仅掌握这些，没有进行必要的解题训练，当这个二面角为常规位置时，学生或许还能解决，但当给出的二面角不是以常规位置出现时，如图形以横的、斜的或倒的形式放置时，学生就不知所措了。

3. 科学安排解题实践，有效提高应用知识策略

策略性知识是一种知识运用的知识，它是在概念和规则掌握的基础上，将概念和规则合理地运用于与原先的学习和练习相似或不同的情景中去的知识，这种运用是一种对内调控的技能，是个人调控自己的认识活动以提高认知操作水平的能力，它也是以产生式来表征的。策略性知识习得的过程与程序性知识习得的过程相似，都是经过陈述性知识阶段、策略练习阶段和策略自觉运用阶段。这就告诉我们，一方面，学生精确地掌握好基本概念、基本原理，并使之高度概括化、结构化，是促进知识迁移和能力发展的最重要的条件；另一方面，知识和方法的学习仅仅是能力和素质形成的一种条件，而人的能力和素质只能在一定的实践活动中形成和发展，为使学生透彻地理解和运用新概念、新方法去解决新问题，形成相应的能力和素质，必须通过一定的练习作业。因此教学中一定要根据教材内容适时地选编适量的具有思考价值的能揭示教材内涵的练习题，引导学生全方位、多角度地进行应用知识和策略解决问题的实践，培养、训练学生应用知识分析、解决问题的能力。

例 1 求证：$\dfrac{\cos x}{1-\sin x}=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$

分析一　从“化同”的角度，根据“同型”策略，有如下解决方法。

证法 1（局部化同——分子化同）：

由 $\cos x\neq 0$，知 $\sin x\neq -1$，所以 $1+\sin x\neq 0$，于是

$$\text{左边}=\frac{\cos x(1+\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=\frac{\cos x(1+\sin x)}{1-\sin^2 x}=\frac{\cos x(1+\sin x)}{\cos^2 x}=\frac{1+\sin x}{\cos x}=\text{右边},$$

所以原式成立。

证法 2(局部化同——分母化同):

$$左边=\frac{\cos x\cdot\cos x}{(1-\sin x)\cos x}=\frac{\cos^2 x}{(1-\sin x)\cos x}=\frac{1-\sin^2 x}{(1-\sin x)\cos x}=\frac{1+\sin x}{\cos x}=右边,$$

所以原式成立。

证法 3(整体化同——分子、分母同时化同):

$$左边=\frac{\cos x(1+\sin x)\cdot\cos x}{(1-\sin x)(1+\sin x)\cdot\cos x}=\frac{1+\sin x}{\cos x}\cdot\frac{\cos x\cdot\cos x}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=\frac{1+\sin x}{\cos x}=右边,$$

所以原式成立。

证法 4(整体化同——左右两边都化为$\frac{x}{2}$的三角函数):

$$\frac{\cos x}{1-\sin x}=\frac{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}{1-\cos(\frac{\pi}{2}-x)}=\frac{2\sin(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})}{2\sin^2(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})}=\frac{\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})}{\sin(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})},$$

$$\frac{1+\sin x}{\cos x}=\frac{1+\cos(\frac{\pi}{2}-x)}{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}=\frac{2\cos^2(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})}{2\sin(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})}=\frac{\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})}{\sin(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})},$$

所以左边=右边,原式成立。

分析二　从“化简”的角度,根据“就简”策略,有如下解决方法:由于左右两边都比较简单,不好发现化简的方法,所以对欲求证的式子进行变形,化为求证:$\frac{\cos x}{1-\sin x}-\frac{1+\sin x}{\cos x}=0$,从新的求证式的左边入手化简。

证法 5(先等价变形,再化简):

$$左边-右边=\frac{\cos x}{1-\sin x}-\frac{1+\sin x}{\cos x}=\frac{\cos^2 x-(1+\sin x)(1-\sin x)}{(1-\sin x)\cos x}=\frac{\cos^2 x-(1-\sin^2 x)}{(1-\sin x)\cos x}$$
$$=0,$$

所以左边=右边,原式成立。

分析三　从“分析与综合”的角度,根据“执果寻因”策略,有如下解决方法:要证$\frac{\cos x}{1-\sin x}=\frac{1+\sin x}{\cos x}$,只要证$(1-\sin x)(1+\sin x)=\cos x\cos x$,即$1-\sin^2 x=\cos^2 x$,这是显然成立的。从而有如下解法。

证法 6(分析与综合):

因为$(1-\sin x)(1+\sin x)=1-\sin^2 x=\cos^2 x=\cos x\cos x$,且$1-\sin x\neq0$,$\cos x\neq0$,所以$\frac{\cos x}{1-\sin x}=\frac{1+\sin x}{\cos x}$,即原式成立。

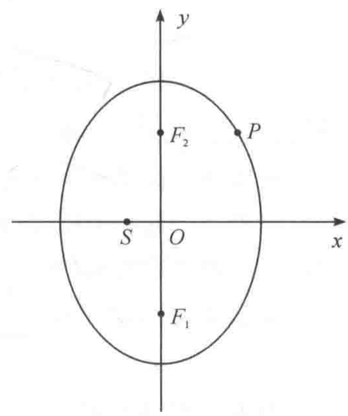
这里我们看到,策略的不同,解决方法就不一样。教学中,根据学生实际适时地引导学生进行“一题多解”训练,不但有利于提高学生应用知识分析、解决问题的策略水平,也有利提高学生分析问题解决问题的能力。此外,一些较复杂的问题,使用不同的策略,解决问题

的繁简将有较大差别，甚至影响问题解决。

例 2 以 $F_1(0,-1)$，$F_2(0,1)$为焦点的椭圆 C 过点 $P(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$。

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过点 $S(-\frac{1}{3},0)$的动直线 l 交椭圆 C 于 A、B 两点，试问：在坐标平面上是否存在一个定点 T，使得无论 l 如何转动，以 AB 为直径的圆恒过点 T？若存在，求出点 T 的坐标；若不存在，请说明理由。



分析一 特例策略：从椭圆的定义出发解决（Ⅰ），从特殊与一般关系的策略解决（Ⅱ）。

解法 1：（Ⅰ）设椭圆方程为$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$，由已知 $c=1$，

又 $2a=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+2^2}+\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+0^2}=2\sqrt{2}$，

所以 $a=\sqrt{2}$，$b^2=a^2-c^2=1$，椭圆 C 的方程是 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$。

（Ⅱ）若直线 l 与 x 轴重合，则以 AB 为直径的圆是 $x^2+y^2=1$，

若直线 l 垂直于 x 轴，则以 AB 为直径的圆是$(x+\frac{1}{3})^2+y^2=\frac{16}{9}$，

由$\begin{cases}x^2+y^2=1,\\(x+\frac{1}{3})^2+y^2=\frac{16}{9},\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=0。\end{cases}$即两圆相切于点$(1,0)$。

因此所求的点 T 如果存在，只能是$(1,0)$。

事实上，点 $T(1,0)$就是所求的点.证明如下：

当直线 l 垂直于 x 轴时，以 AB 为直径的圆过点 $T(1,0)$。

若直线 l 不垂直于 x 轴，可设直线 l：$y=k(x+\frac{1}{3})$。

由$\begin{cases}y=k(x+\frac{1}{3}),\\x^2+\frac{y^2}{2}=1。\end{cases}$即$(k^2+2)x^2+\frac{2}{3}k^2x+\frac{1}{9}k^2-2=0$。

记点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{-\frac{2}{3}k^2}{k^2+2},\\x_1x_2=\dfrac{\frac{1}{9}k^2-2}{k^2+2}。\end{cases}$