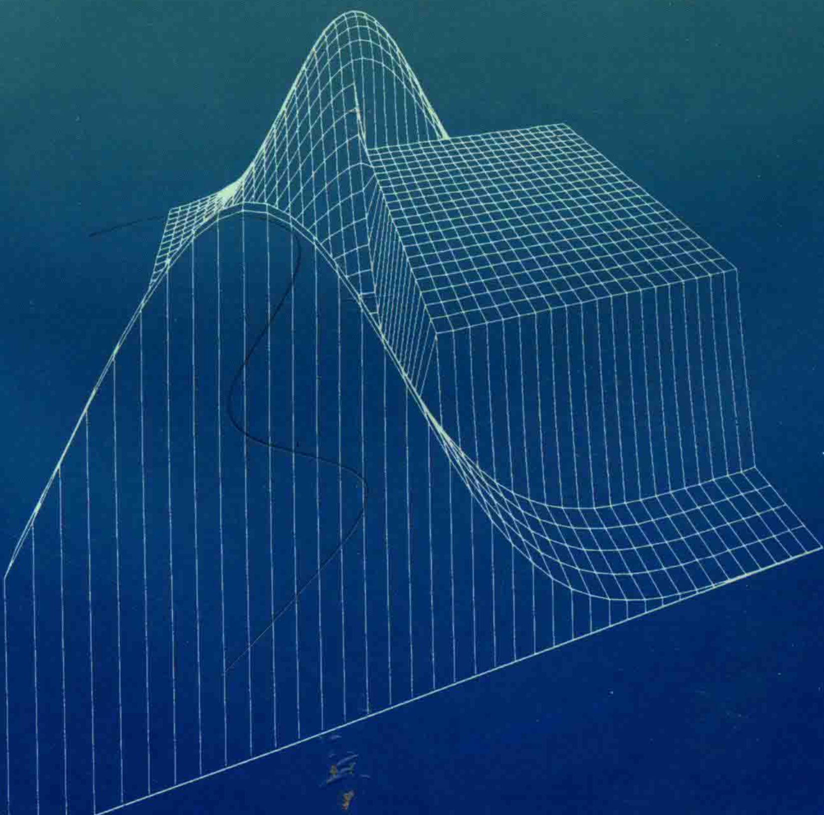
高等职业教育新形态一体化教材

# 高等数学实用教程

主编 **许艾珍**



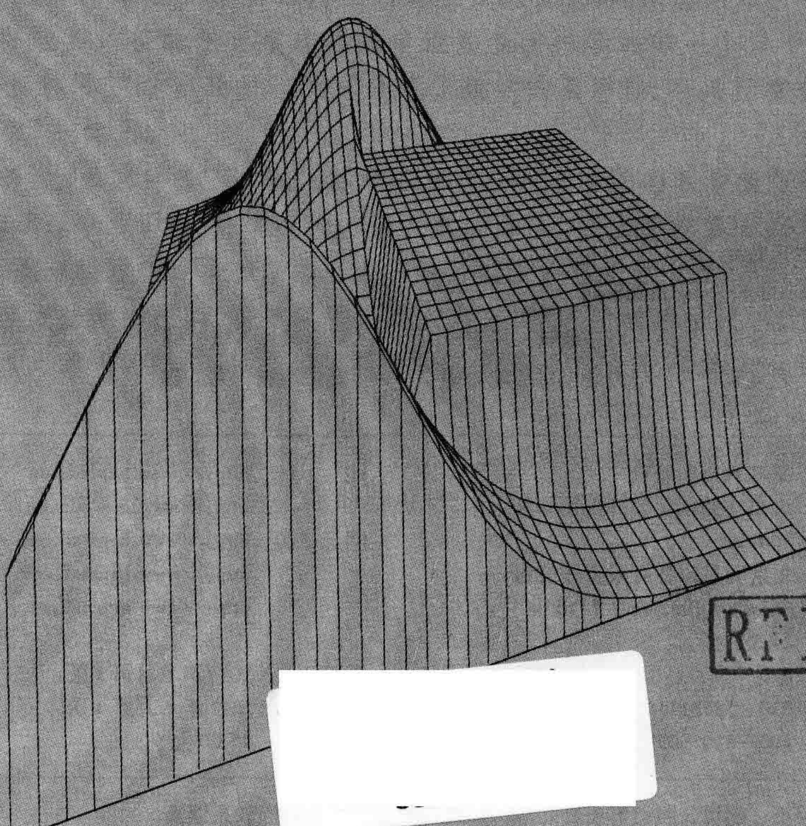
高等教育出版社

资源索引表

高等职业教育新形态一体化教材

# 高等数学实用教程

主　编　许艾珍
副主编　黄莉萍
参　编　陈杏莉　余黎　李明　徐杰　吴小艳





高等教育出版社·北京

内容提要

本书共 10 章，分别介绍了函数、极限与连续性，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分及其应用，常微分方程，空间解析几何，多元函数微积分，无穷级数和 MATLAB 基础及其应用等内容。附录给出了常用积分表。书中的重要知识点配有讲解视频，读者可通过扫书中二维码的方式及时获取。

本书结构合理、语言简洁、详略得当，既可作为高等院校高等数学课程教材，也可作为读者学习高等数学的参考用书。

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学实用教程/许艾珍主编.--北京：高等教育出版社，2017.6

ISB N978-7-04-047746-7

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①许…　Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材　Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 109016 号

高等数学实用教程

Gaodeng Shuxue Shiyong Jiaocheng

策划编辑　马玉珍　　责任编辑　马玉珍　　封面设计　张　楠　　版式设计　马　云

插图绘制　尹文军　　责任校对　刘丽娴　　责任印制　尤　静

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 网　址 | http://www.hep.edu.cn |
| 社　址 | 北京市西城区德外大街 4 号 | | http://www.hep.com.cn |
| 邮政编码 | 100120 | 网上订购 | http://www.hepmall.com.cn |
| 印　刷 | 北京明月印务有限责任公司 | | http://www.hepmall.com |
| 开　本 | 787mm×1092mm　1/16 | | http://www.hepmall.cn |
| 印　张 | 21.5 | | |
| 字　数 | 470 千字 | 版　次 | 2017 年 6 月第 1 版 |
| 购书热线 | 010-58581118 | 印　次 | 2017 年 6 月第 1 次印刷 |
| 咨询电话 | 400-810-0598 | 定　价 | 45.00 元 |

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换



物 料 号　47746-00

# 序

高职高专教育是我国一种新的教育类型，它培养的是高素质技术技能人才，因而它的人才培养模式、教学体系、课程设置以及课程内容必然与本科院校有着本质的区别，与之相应的教材内容建设也势必需要具备高职高专自身特色。

数学学科一直被称为是“科学的皇后”，它的系统性、逻辑性、严密性和抽象性都让高职学生望而生畏，而本书在内容的深度和广度上遵循“以应用为目的，够用为度”的原则，特别是将大量的专业实例引进了课堂，将数学建模的思想有机地渗透进了课堂，充分地体现了高职院校需求的实践性、开放性和职业性。

本书最大的特色在于实现了课程内容的“三化”，即内容选取现代化、组织方式模块化、课程功能综合化，突破了传统课程“重知识、轻能力，重模仿、轻思维，重记忆、轻应用”的局限，发挥课程内容在知识、技能、能力、思想方法和实际应用方面的综合性功能，从而提高学生的数学素养和实践能力。

本书突破了教材的传统格局，力求用主题或项目统领整体，采用问题引领的方式引出教学内容，并较好地将数学建模的思想渗透到教学内容的每一个章节，做到了“承前启后”“适度够用”“学以致用”，充分体现了数学的应用性，有助于在教学过程中实现“教、学、做”一体化。

本着“百花齐放，百家争鸣”的原则，苏州工业职业技术学院的数学教师团队敢于实践，勇于探索，通过专业调研，在专家大力支持和指导下，与上海睿泰企业管理集团有限公司共同开发与编写了这本书。本书力求做到以服务专业为宗旨、以培养能力为重点、以掌握思想方法为主线、以实际应用为切入点、以信息技术为手段、以文化渗透为亮点、以课程资源建设为抓手，最终实现以全面提升高职学生数学素养为目的的教学目标。

在本书即将出版之际，我为此书作序，希望今后高职高专出现更多更好的数学精品教材，为高职高专的数学教学做出更大的贡献。

2016年6月1日

# 编者的话

目前,随着高职高专院校的快速发展和新型专业的不断出现,以及不同专业对数学要求的差异,高等数学课程改革也要随之及时做出相应的调整。本书就是按照新形势下高职高专的改革精神,针对高职高专学生学习、考核特点,结合地方和学院的特色而编写的。本教材具有以下特点:

1. 依据教育部制定的《高职高专高等数学课程教学基本要求》编写,力求突出实用性,坚持理论够用为度的原则,在尽可能保持数学学科特点的基础上,注意到高职高专教育的特殊性,淡化了理论性,对一些定理只给出了简单的说明,强化了针对性和实用性。

2. 本教材的每章都有本章导引,每节都有本节导引,对于每节前的导引,尽可能从实际问题和实际背景入手,做到从问题引入,到概念、理论讲解,再到问题解决,即遵循实际—理论—实际的教学过程。

3. 为了满足广大学生后继学习和发展的需要,本教材在内容上增设了选学板块(一般用 * 号标示),使教学内容更具系统性。根据高职院校不同专业对数学需求的不同,精选了内容,可供不同的专业群模块化选择,增强了数学为专业服务的针对性和实用性。

4. 数学建模是培养和锻炼学生解决实际问题最有效的途径。目前,各高职院校对数学建模较之以前有所重视,但有待普及。为此本教材在相关章节后面,根据教材的重点内容和主要思想方法,安排了数学建模专题,让数学建模走进课堂,引导学生开展研究性学习,突出数学的应用性、拓展性和研究性,让学生深切感受数学的价值和魅力,明白数学不仅是思维,而且是工具,也是一种技能。

5. 鉴于计算机的广泛应用以及数学软件的日臻完善,为了提高学生使用计算机解决数学问题的意识和能力,本教材介绍了 MATLAB 软件的使用方法,在相关章节后面增设了数学实验教学环节,使学生不仅会手算,还会用计算机计算与绘图。

6. 本教材附录介绍了三位著名数学家的贡献,通过对一些科学家生平和经历的了解,让学生了解数学知识的学习不仅仅局限于书中的理论学习,激发学生对数学的热爱。

7. 本书中涉及的数学词汇我们都给出了英文注释,帮助学生从源头上理解有关

的概念，也有助于学生（未来的高级技术工人）读懂英文作业指导书和说明书。

为了帮助学生更好地理解书中知识，我们在一些相关知识的介绍中增加了微课视频资料，同学们可以扫描书中的二维码，随时随地进入课堂学习。

本书由苏州工业职业技术学院的许艾珍担任主编，黄莉萍任副主编，参加编写的还有陈杏莉、余黎、李明、徐杰、吴小艳，由许艾珍、黄莉萍修改、通稿、定稿。

本书在编写过程中，苏州市职业大学的翁世有教授，苏州工业园区服务外包职业学院的陆伟峰老师，常州工程职业技术学院的万里亚老师等提出了许多宝贵的意见和建议，本书的出版也得到了苏州工业职业技术学院领导的关心和大力支持，编者在此一并深表谢意！

热忱欢迎各位读者提出批评和建议。

编　者

2016年6月于苏州

# 目录

# 第 1 章　函数、极限与连续性

本章导引 •••

函数是数学中的一种对应关系，是从非空集合 $A$ 到实数集 $B$ 的对应. 简单地说，甲随乙变，甲就是乙的函数；极限是在某种变化状态下对变量变化最终趋势的描述，它既是一个重要概念，也是研究微积分学的重要工具和思想方法；连续性是许多常见函数的一种共同属性，连续函数是微积分研究的主要对象. 因此，作为本章主要内容的函数、极限与连续性是学习微积分的理论基础，也是学习微积分必须通过的一道门槛. 读者在学习这些知识的同时，应注意提升抽象能力、逻辑推理能力和周密思考的能力，这对学好高等数学十分重要.

## 1.1　初等函数回顾

本节导引 •••

已知一个有盖的圆柱形铁桶容积为 $V$，试建立圆柱形铁桶的表面积 $S$ 与底面半径 $r$ 之间的函数关系式.

### 1.1.1　函数的概念

函数的概念

江苏农牧科技职业学院—顾敏

**定义 1.1.1**　设 $x$ 和 $y$ 是两个变量( variable)，$D$ 是一个给定的数集，如果对于每个数 $x \in D$，变量 $y$ 按照确定的法则总有唯一的数值与其对应，则称 $y$ 是 $x$ 的函数( function)，记作 $y=f(x)$.

数集 $D$ 称为函数 $f(x)$ 的定义域，$x$ 称为**自变量**，$y$ 称为**因变量**. 当 $x$ 取数值 $x_0 \in D$ 时，对应的 $y$ 的数值称为函数在 $x_0$ 处的函数值，记作 $f(x_0)$，当 $x$ 取遍 $D$ 内的各个数值时，对应的函数值全体组成的数集 $R=\{y \mid y=f(x), x \in D\}$ 称为函数 $f(x)$ 的**值域**.

在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的. 而在数学中，有时

抽去函数的实际意义,单纯地讨论用算式表达的函数,此时函数的定义域是使得算式有意义的一切实数组成的数集,这种定义域称为函数的**自然定义域**. 常见的函数的定义域有如下原则:

(1) 对于分式函数,分母不能为零,如 $y=\dfrac{x-1}{x+1}, x\neq -1$;

(2) 偶次根号下的变量不能小于零,如 $y=\sqrt{x-1}, x\geqslant 1$;

(3) 对于对数函数 $y=\log_a x$,规定:底数 $a>0, a\neq 1$,真数 $x>0$;

(4) 对于正切函数 $y=\tan x$,规定:$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}, k\in \mathbf{Z}$;

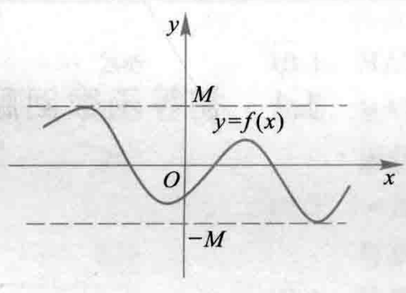
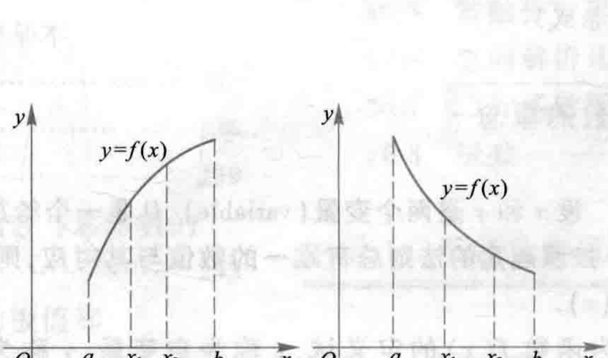
(5) 对于余切函数 $y=\cot x$,规定:$x\neq k\pi, k\in \mathbf{Z}$;

(6) 对于反正弦函数 $y=\arcsin x$ 和反余弦函数 $y=\arccos x$,规定:$-1\leqslant x\leqslant 1$.

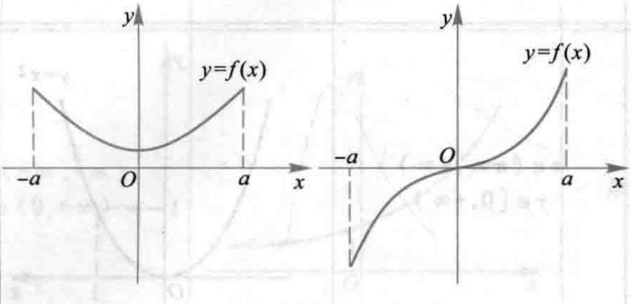
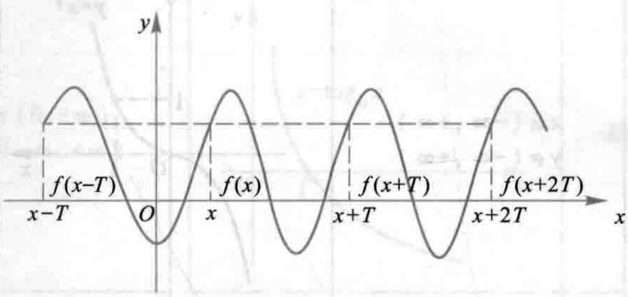
### 1.1.2 函数的几种特性

函数的特性包括有界性、单调性、奇偶性和周期性. 下面将这四种特性的定义、图形和几何意义列入表 1-1 中.

表 1-1

| 特性 | 定义 | 图形 | 几何意义 |
|---|---|---|---|
| 有界性 | 若有正数 $M$ 存在,使函数 $f(x)$ 在区间 $D$ 上恒有 $\lvert f(x)\rvert \leqslant M$,则称 $f(x)$ 在区间 $D$ 上是有界函数;否则,$f(x)$ 在区间 $D$ 上是无界函数 |  | 有界函数的图形夹在两条平行线之间 |
| 单调性 | 若对于区间 $D$ 内任意两点 $x_1$ 及 $x_2$,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称 $f(x)$ 在 $I$ 上单调增加,区间 $D$ 称为单调增区间;若当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称 $f(x)$ 在 $D$ 上单调减少,区间 $D$ 称为单调减区间,单调增区间或单调减区间统称为单调区间 | <br>(a) (b) | 单调增加函数图形沿 $x$ 轴正向上升;单调减少函数图形沿 $x$ 轴正向下降 |

续表

| 特性 | 定义 | 图形 | 几何意义 |
|---|---|---|---|
| 奇偶性 | 设 $D$ 是关于原点对称的区间,若对于任意 $x\in D$,都有 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为偶函数;若 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为奇函数 |   (a) (b) | 偶函数的图形关于 $y$ 轴对称,奇函数的图形关于坐标原点对称 |
| 周期性 | 若存在不为零的数 $T$,使得对于任意 $x\in D$,有 $x+T\in D$,且 $f(x+T)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为周期函数. 通常所说的周期函数的周期是指它的最小正周期 |   | 周期函数的图形在函数定义域内的每个周期有相同的形状 |

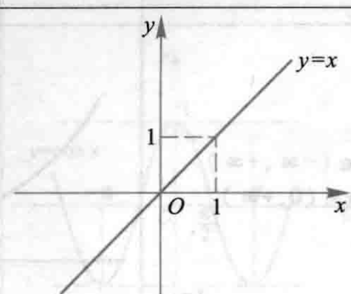
### 1.1.3 初等函数

1. 基本初等函数

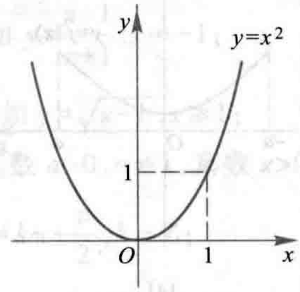
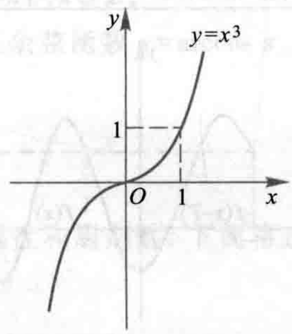
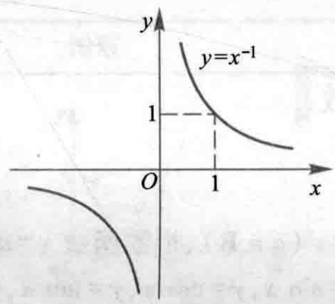
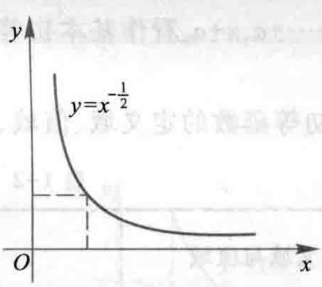
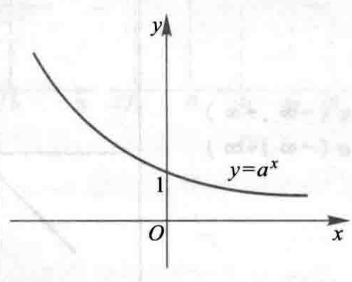
我们把幂函数 $y=x^a(a\in\mathbf{R})$、指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq1)$、对数函数 $y=\log_a x\ (a>0,a\neq1)$、三角函数 $y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x, y=\cot x$ 和反三角函数 $y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x, y=\operatorname{arccot} x$ 统称为**基本初等函数**. 为了方便,很多时候也把多项式函数 $y=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ 看作基本初等函数. 这些函数是我们今后研究其他各种函数的基础.

一些常用的基本初等函数的定义域、值域、图形和特性如表 1-2 所示.

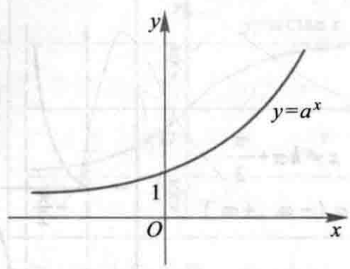
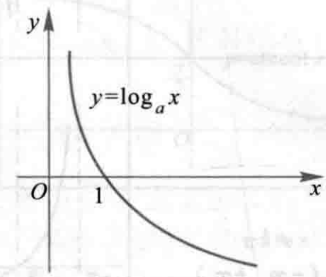
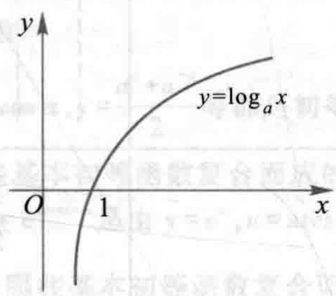
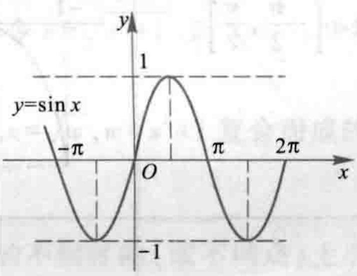
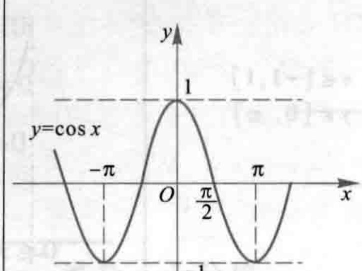
表 1-2

| 函数类型 | 函数 | 定义域与值域 | 图形 | 特性 |
|---|---|---|---|---|
| 幂函数 | $y=x$ | $x\in(-\infty,+\infty)$<br>$y\in(-\infty,+\infty)$ |   | 奇函数<br>单调增加 |

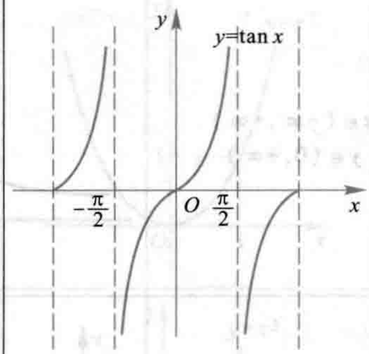
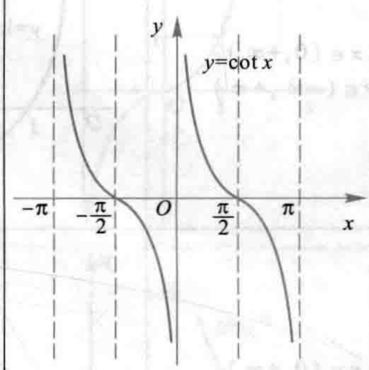
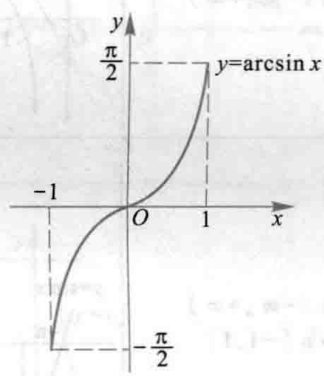
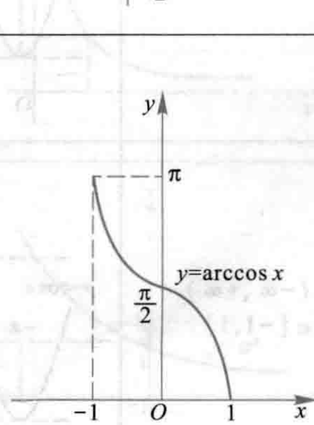
续表

| 函数类型 | 函数 | 定义域与值域 | 图形 | 特性 |
|---|---|---|---|---|
| 幂函数 | $y=x^2$ | $x\in(-\infty,+\infty)$<br>$y\in[0,+\infty)$ |  | 偶函数，在$(-\infty,0)$内单调减少，在$(0,+\infty)$内单调增加 |
| | $y=x^3$ | $x\in(-\infty,+\infty)$<br>$y\in(-\infty,+\infty)$ |  | 奇函数<br>单调增加 |
| | $y=x^{-1}$ | $x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$<br>$y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ |  | 奇函数<br>单调减少 |
| | $y=x^{-\frac{1}{2}}$ | $x\in(0,+\infty)$<br>$y\in(0,+\infty)$ |  | 单调减少 |
| 指数函数 | $y=a^x$<br>$(0<a<1)$ | $x\in(-\infty,+\infty)$<br>$y\in(0,+\infty)$ |  | 单调减少 |

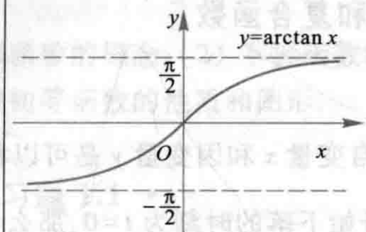
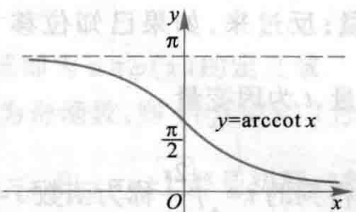
续表

| 函数类型 | 函数 | 定义域与值域 | 图形 | 特性 |
|---|---|---|---|---|
| 指数函数 | $y=a^x$ $(a>1)$ | $x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$ |   | 单调增加 |
| 对数函数 | $y=\log_a x$ $(0<a<1)$ | $x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$ |   | 单调减少 |
| | $y=\log_a x$ $(a>1)$ | $x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$ |   | 单调增加 |
| 三角函数 | $y=\sin x$ | $x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$ |   | 奇函数，周期 $2\pi$，有界，在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$ |
| | $y=\cos x$ | $x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$ |   | 偶函数，周期 $2\pi$，有界，在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少，在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$ |

续表

| 函数类型 | 函数 | 定义域与值域 | 图形 | 特性 |
|---|---|---|---|---|
| 三角函数 | $y=\tan x$ | $x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$<br>$y\in(-\infty,+\infty)$ |  | 奇函数，周期 $\pi$，在 $\left(k\pi-\dfrac{\pi}{2},k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加（$k\in\mathbf{Z}$） |
| | $y=\cot x$ | $x\neq k\pi$<br>$y\in(-\infty,+\infty)$ |  | 奇函数，周期 $\pi$，在 $(k\pi,\ k\pi+\pi)$ 单调减少（$k\in\mathbf{Z}$） |
| 反三角函数 | $y=\arcsin x$ | $x\in[-1,1]$<br>$y\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ |  | 奇函数，单调增加，有界 |
| | $y=\arccos x$ | $x\in[-1,1]$<br>$y\in[0,\ \pi]$ |  | 单调减少，有界 |

续表

| 函数类型 | 函数 | 定义域与值域 | 图形 | 特性 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 反三角函数 | $y=\arctan x$ | $x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ |   | 奇函数,单调增加,有界 |
| | $y=\operatorname{arccot} x$ | $x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\ \pi)$ |   | 单调减少,有界 |

2. 初等函数

由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次的函数复合所构成的、并能用一个式子表示的函数,称为**初等函数**.

例如,$y=\sin^2 x$,$y=\sqrt{\cot\dfrac{x}{2}}$,$y=\ln\cos x$,$y=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$等都是初等函数.

**例 1.1.1** 函数 $y=\mathrm{e}^{\arcsin x}$是由哪些基本初等函数复合而成的?

**解** 令 $u=\arcsin x$,则 $y=\mathrm{e}^u$,故 $y=\mathrm{e}^{\arcsin x}$是由 $y=\mathrm{e}^u$,$u=\arcsin x$ 复合而成的.

**例 1.1.2** 函数 $y=\tan\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$是由哪些基本初等函数复合而成的?

**解** 令 $u=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$,则 $y=\tan u$;再令 $v=\sqrt{x^2+1}$,则 $u=\dfrac{1}{v}$;再令 $w=x^2+1$,则 $v=\sqrt{w}$;故 $y=\tan\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$是由 $y=\tan u$,$u=\dfrac{1}{v}$,$v=\sqrt{w}$,$w=x^2+1$ 复合而成的.

初等函数

江苏农牧科技职业学院—顾敏

3. 分段函数

若函数 $y=f(x)$在它的定义域内的不同区间(或不同点)上有不相同的表达式,则称它为**分段函数**.例如符号函数

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$$

就是一个分段函数,如图 1-1 所示.

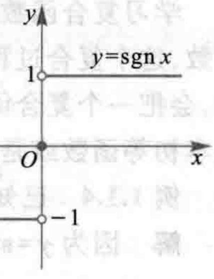


图 1-1

再如函数 $f(x)=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$ 也是一个分段

函数.

**注意**:分段函数一般不是初等函数.

### 1.1.4 反函数和复合函数

1. 反函数

在实际问题中,自变量 $x$ 和因变量 $y$ 是可以相互转化的. 例如,设物体下落的时间为 $t$,位移为 $s$,假定开始下落的时刻为 $t=0$,那么 $s$ 与 $t$ 之间的关系为:$s=\frac{1}{2}gt^2$. 这时,$t$ 为自变量,$s$ 为因变量;反过来,如果已知位移 $s$ 求下落时间 $t$,那么式子将变为 $t=\sqrt{\frac{2s}{g}}$,这时,$s$ 为自变量,$t$ 为因变量.

从函数 $s=\frac{1}{2}gt^2$ 得到的 $t=\sqrt{\frac{2s}{g}}$ 称为函数 $s=\frac{1}{2}gt^2$ 的反函数. 反函数的定义如下:

**定义 1.1.2** **设 $y=f(x)$ 为定义在 $D$ 上的函数,其值域为 $A$,若对于数集 $A$ 上的每个数,数集 $D$ 中都有唯一确定的一个数 $x$ 使 $f(x)=y$,即 $x$ 为变量 $y$ 的函数,这个函数称为函数 $y=f(x)$ 的反函数,记为 $x=f^{-1}(y)$,其定义域为 $A$,值域为 $D$.**

由于习惯上总是将 $x$ 作为自变量,$y$ 作为函数,故 $y=f(x)$ 的反函数记为 $y=f^{-1}(x)$,函数 $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

**例 1.1.3** 求函数 $y=4x-1$ 的反函数.

**解** 由 $y=4x-1$,可解得 $x=\frac{y+1}{4}$. 交换 $x$ 和 $y$ 的次序,得 $y=\frac{1}{4}(x+1)$. 即 $y=\frac{1}{4}(x+1)$ 为 $y=4x-1$ 的反函数.

2. 复合函数

**定义 1.1.3** **设 $y$ 是 $u$ 的函数 $y=f(u)$,而 $u$ 又是 $x$ 的函数 $u=\varphi(x)$,且 $\varphi(x)$ 的值域与 $y=f(u)$ 的定义域的交集非空,那么,$y$ 通过中间变量 $u$ 的联系成为 $x$ 的函数,我们把这个函数称为是由函数 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数,记作 $y=f[\varphi(x)]$.**

必须指出,不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的. 如,$\ln u$,$u=-1-x^2$ 就不能复合成一个复合函数,因为 $u=-1-x^2$ 的值域为 $(-\infty,-1]$,与 $y=\ln u$ 的定义域 $(0,+\infty)$ 的交集为空集,因此不能复合.

学习复合函数有两方面要求:一方面,会把几个作为中间变量的函数复合成一个函数,这个复合过程实际上是把中间变量依次代入、并确定其定义域的过程;另一方面,会把一个复合函数“拆成”(分解)为几个较简单的函数,这些较简单的函数往往是基本初等函数或是基本初等函数与常数的四则运算所得到的函数.

**例 1.1.4** 已知 $y=\sin u$,$u=x^2$,试把 $y$ 表示为 $x$ 的函数.

**解** 因为 $y=\sin u$,而 $u=x^2$,$u$ 是中间变量,所以 $y=\sin u=\sin x^2$.

**例 1.1.5** 设 $y=u^2$,$u=\tan v$,$v=\frac{x}{2}$,试把 $y$ 表示为 $x$ 的函数.

**解** 不难看出,$u,v$ 分别是中间变量,故 $y=u^2=\tan^2 v=\tan^2\dfrac{x}{2}$.

从例 1.1.5 可以看出,复合函数的中间变量可以不限于一个.

**【小结】**

通过本节的学习,读者应(1)理解函数的概念;(2)掌握函数的几种特性;(3)掌握反函数和复合函数的概念;(4)掌握初等函数的性质和图形.

## 习题 1.1

1. 判断下列说法是否正确?

(1) 复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 的定义域即为 $u=\varphi(x)$ 的定义域.

(2) 若 $y=f(u)$ 为偶函数,$u=u(x)$ 为奇函数,则 $y=f[u(x)]$ 为偶函数.

(3) 设 $f(x)=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ x+1, & x<0\end{cases}$,由于 $y=x$ 和 $y=x+1$ 都是初等函数,所以 $f(x)$ 是初等函数.

(4) 设 $y=\arcsin u, u=x^2+2$,这两个函数可以复合成一个函数 $y=\arcsin(x^2+2)$.

2. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\dfrac{x+2}{1+\sqrt{3x-x^2}}$;  (2) $y=\lg(5-x)+\arcsin\dfrac{x-1}{6}$;

(3) $y=\ln(\ln x)$;  (4) $y=\begin{cases}2x, & -1\leqslant x<0\\ 1+x, & x>0\end{cases}$;

(5) $y=f(x-1)+f(x+1)$,已知 $f(u)$ 的定义域为 $(0,3)$.

3. 求下列函数的函数值.

(1) 设 $f(x)=\arcsin(\lg x)$,求 $f\left(\dfrac{1}{10}\right)$, $f(1)$, $f(10)$;

(2) 设 $f(x)=\begin{cases}2x+3, & x\leqslant 0,\\ 2^x, & x>0,\end{cases}$,求 $f(-2)$, $f(0)$, $f[f(-1)]$;

(3) 设 $f(x)=2x-1$,求 $f(a^2)$, $f[f(a)]$, $[f(a)]^2$.

4. 确定下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=x^4-2x^2-3$;  (2) $f(x)=\dfrac{x^8\sin x}{1+x^2}$;

(3) $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$;  (4) $f(x)=\log_2(x+\sqrt{x^2+1})$.

5. 把下列各题中的 $y$ 表示为 $x$ 的函数.

(1) $y=\sqrt{u}$, $u=x^2+1$;  (2) $y=\ln u$, $u=3^v$, $v=\sin x$.

6. 将下列函数分解为基本初等函数.

(1) $y=\sqrt{3x-1}$;  (2) $y=(1+\lg x)^5$;

(3) $y=\sqrt{\sin\sqrt{x}}$;  (4) $y=e^{\cot x^2}$;

扫一扫,看答案