



2018

清華
新考研

全国硕士研究生招生考试 管理类专业学位联考

综合能力真题分类精解 数学分册

全国工程专业学位研究生教育指导委员会 组编
全国工程管理专业学位研究生教育指导委员会

管理类联考综合能力（科目代码199）报考类别包括：

工程管理硕士（MEM）

图书情报硕士（MLIS）

工商管理硕士（MBA）

旅游管理硕士（MTA）

公共管理硕士（MPA）

审计硕士（Maud）

会计硕士（MPAcc）

清华大学出版社



2019

全国硕士研究生招生考试 管理类专业学位联考

综合能力真题分类精解 数学分册

陈默 编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书将自2009年以来“综合能力考试”中的数学能力测试试题按照知识点的分布进行分类讲解,分成算术、代数、几何、数据分析共4章.各章安排若干节,在各节中,依次对“问题求解”和“条件充分性判断”这两类试题进行解析,对于每道题目,先指出其考查的知识点,然后给出具体的解析过程.

本书可供准备参加管理类综合能力联考(包括工程管理硕士、工商管理硕士、公共管理硕士、会计硕士、图书情报硕士、旅游管理硕士、审计硕士)的考生备考复习时使用.

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

2018 全国硕士研究生招生考试管理类专业学位联考综合能力真题分类精解. 数学分册/陈默编. —北京:清华大学出版社, 2017

ISBN 978-7-302-47756-3

I. ①2… II. ①陈… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 166903 号

责任编辑:刘 颖

封面设计:傅瑞学

责任校对:王淑云

责任印制:沈 露

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京密云胶印厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:6.25

字 数:148 千字

版 次:2017 年 7 月第 1 版

印 次:2017 年 7 月第 1 次印刷

定 价:20.00 元

产品编号:075344-01

“**管理类联考**”是指管理类专业学位硕士研究生入学统一考试。管理类联考是在 MBA 联考的基础上发展起来的,从 2011 年起统称为管理类专业学位联考。截至目前,管理类专业学位教育招生包含 7 个专业学位,分别是:工程管理硕士(MEM)、工商管理硕士(MBA)、公共管理硕士(MPA)、会计硕士(MPAcc)、图书情报硕士(MLIS)、旅游管理硕士(MTA)和审计硕士(Maud)。

管理类联考考试科目包括“管理类联考综合能力”(数学、逻辑推理、写作三大部分,满分为 200 分)与考研“英语二”(满分为 100 分)两科,总计 300 分。其中,管理类联考综合能力分值分布为:数学 75 分(包括问题求解 15 题、条件充分性判断 10 题,每题 3 分),逻辑推理 60 分(30 题,每题 2 分),写作 65 分(包括论证有效性分析 1 题 30 分、论说文 1 题 35 分)。

清华大学出版社是国内出版各类考研辅导用书的权威出版机构,2003 年,我们出版了由全国工程硕士专业学位研究生教育指导委员会组织编写的“全国工程硕士专业学位研究生入学资格考试考前辅导教程”丛书。从 2016 年起,我们开始正式出版由全国工程专业学位研究生教育指导委员会、全国工程管理专业学位研究生教育指导委员会组织编写的“全国硕士研究生招生考试管理类专业学位联考”丛书,包括《综合能力考前辅导教程——数学分册》《综合能力考前辅导教程——逻辑分册》《综合能力考前辅导教程——写作分册》《英语考前辅导教程》共 4 册。同时,特别邀请教程系列的作者编写了《综合能力真题分类精解——数学分册》《综合能力真题分类精解——逻辑分册》用于临考前进行实战模拟测试。目的是帮助参加管理类联考的 MEM、MBA、MPA、MPAcc、MLIS、MTA 和 Maud 考生更好地复习备考。

经过多年的积累和提高,清华版考研辅导用书以其权威性、严谨性、全面性和实用性,给广大考生复习和备考提供了方便,赢得了广大考生的欢迎和信赖。

欢迎广大读者选用本系列图书,祝大家考试成功!

历年的考研真题完全反映了考研命题的指导思想、基本原则和出题趋势,是教育部考试中心一届又一届命题组专家们精挑细选出的极具典型性和代表性的题目.历年来,管理类专业学位联考数学部分的知识点没有太大的变化,而且各部分考查的重点、难点也比较稳定,在以往考试中会反复考查.通过反复研究真题,考生可以从中发现规律,归纳出考查的重点、难点及知识点组合方式,准确把脉定位自己的薄弱环节,进一步明确复习方向.

全国硕士研究生招生考试管理类专业学位联考数学部分的试卷结构自2009年以来没有变动,全卷共25题,其中前15题是问题求解、后10题是条件充分性判断.书中的真题是自2009年以来的题目,每年25道题,共225道题.对于这些题目,按照知识点或者说考点分为算术、代数、几何、数据分析4章.各章安排若干节,在各节中,依次对“问题求解”和“条件充分性判断”这两类试题进行解析,对于每道题目,先指出其考查的知识点,然后给出具体的解析过程.对于纳入各节的“问题求解”题目和“条件充分性判断”题目,按照题目所考的年份的先后依次排列,并给出了在所考年份中的具体题号.

数学能力测试的每道试题大多是多个知识点结合的题目,这就给题目的分类带来一定的困难:

一道题目中涉及多个知识点,分到哪个知识点好些?

在本书中是按照如下的两个原则来分类的:

一是以知识结构中各知识点出现的先后次序为基准,按照题目中用到的最后的知识点来分类;

二是以知识点在试题中的重要程度或难易程度为基准,按照题目中用到的最重要或最难的知识点来分类.

按前一种基准分类的试题占绝大部分.

阅读本书时,应先自己动手做题,再将自己的结果与书中的解法相比较,从中发现自己的不足之处.我们建议考生把本书的全部试题做2~3遍,通过反复练习,把不明白的地方真正弄明白,达到看到类似的题目就能想到解题思路的地步,才可以在最后的考试中做到胸有成竹.另外,还建议考生从平时就要加强对解题速度的训练.

作者

2017年5月

CONTENTS

目 录

2018全国硕士研究生招生考试管理类专硕学位联考

第1章 算术	1
1.1 实数及其运算	1
1.2 比和比例	9
1.3 绝对值	11
1.4 典型应用问题	15
第2章 代数	25
2.1 整式与分式	25
2.2 集合与函数	28
2.3 代数方程	32
2.4 不等式	36
2.5 数列	40
第3章 几何	50
3.1 平面图形	50
3.2 空间几何体	60
3.3 平面直线与圆	64
第4章 数据分析	73
4.1 排列与组合	73
4.2 数据描述	77
4.3 随机事件的概率	80

第1章

算 术

1.1 实数及其运算

一、数的概念、性质

(一) 问题求解^①

1. (2010,3) 三名小孩中有一名学龄前儿童(年龄不足6岁),他们的年龄都是质数(素数),且依次相差6岁.他们的年龄之和为

- (A) 21 (B) 27 (C) 33 (D) 39 (E) 51

答 C.

分析 本题考查了质数的概念.

设三名小孩的年龄从小到大依次为 $a, a+6, a+12 (a < 6)$.

因为 a 是质数,所以 a 的可能取值只能是 2, 3, 5. 又因为 $a+6, a+12$ 都是质数,所以 a 的值只能是 5, 于是三名小孩的年龄之和为

$$a + (a + 6) + (a + 12) = 3a + 18 = 33.$$

故正确选项为 C.

2. (2014,10) 若几个质数(素数)的乘积为 770, 则它们的和为

- (A) 85 (B) 84 (C) 28 (D) 26 (E) 25

答 E.

分析 本题考查了质数的概念及整数分解成质因数乘积的方法.

将 770 分解为质数的乘积得

$$770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11,$$

所以这几个质数的和为 $2+5+7+11=25$.

故正确选项为 E.

^① 问题求解是单项选择题,题目要求在所给的 A, B, C, D, E 五个选项中,选出唯一正确的选项,并在答题卡上将所选项的字母涂黑.

此处的说明适用于全书中出现的问题求解题型,在后文中将不再重复说明.

3. (2015,3) 设 m, n 是小于 20 的质数, 满足条件 $|m-n|=2$ 的 $\{m, n\}$ 共有

- (A) 2 组 (B) 3 组 (C) 4 组 (D) 5 组 (E) 6 组

答 C

分析 本题考查了质数和绝对值的概念.

小于 20 的质数有: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

在上述数字中, 因为只有 2 是偶数, 所以由 $|m-n|=2$ 可知 m, n 都不能取 2.

易知 m, n 中较小的那个数可以取 3, 5, 11, 17, 所以满足条件的 $\{m, n\}$ 共有 4 组.

故正确选项为 C.

4. (2017,7) 在 1~100 之间, 能被 9 整除的整数的平均值是

- (A) 27 (B) 36 (C) 45 (D) 54 (E) 63

答 D.

分析 本题考查了整除与平均值的概念、整数的运算.

在 1~100 之间, 能被 9 整除的数为 $9k (k \in \mathbf{Z}, 1 \leq k \leq 11)$, 共 11 个, 它们的平均值为

$$\frac{9(1+2+3+\cdots+11)}{11} = \frac{9 \times 11 \times \frac{1+11}{2}}{11} = 54.$$

故正确选项为 D.

5. (2017,10) 某公司用 1 万元购买了价格分别是 1750 元和 950 元的甲、乙两种办公设备, 则购买的甲、乙办公设备的件数分别为

- (A) 3, 5 (B) 5, 3 (C) 4, 4 (D) 2, 6 (E) 6, 2

答 A.

分析 本题是简单应用问题, 考查了整数的性质.

设购买的甲、乙办公设备的件数分别为 x, y . 由题设可知

$$1750x + 950y = 10000,$$

化简得 $35x + 19y = 200$, 于是 $19y = 200 - 35x$.

因为 $200 - 35x$ 是 5 的倍数, 而 19 是质数, 所以 y 是 5 的倍数.

故正确选项为 A.

注 本题也可以用代入验证法求解.

(二) 条件充分性判断^①

1. (2010,17) 有偶数位来宾.

(1) 聚会时所有来宾都被安排坐在一张圆桌周围, 且每位来宾与其邻座性别不同.

① 条件充分性判断由题干中的结论和所给的条件(1)与(2)构成, 题目要求在 A, B, C, D, E 五个选项中, 选出正确的选项, 并在答题卡上将所选项的字母涂黑. A, B, C, D, E 五个选项如下:

A. 条件(1)充分, 但条件(2)不充分;

B. 条件(2)充分, 但条件(1)不充分;

C. 条件(1)和(2)单独都不充分, 但条件(1)和(2)联合起来充分;

D. 条件(1)充分, 条件(2)也充分;

E. 条件(1)和(2)单独都不充分, 条件(1)和(2)联合起来也不充分.

注意 如果条件 P 成立就能推出结论 Q 成立, 则称条件 P 是结论 Q 的充分条件. 例如: 选项 A 的意思是如果条件(1)成立, 则题干中的结论也成立, 但如果条件(2)成立, 则不能保证题干中的结论成立; 选项 C 的意思是如果条件(1)成立, 不能保证题干中的结论成立, 如果条件(2)成立, 也不能保证题干中的结论成立, 但如果条件(1)与(2)同时成立, 则能保证题干中的结论成立.

此处的说明适用于全书中出现的条件充分性判断题型, 在后文中将不再重复说明.

(2) 聚会时男宾人数是女宾人数的两倍.

答 A.

分析 本题考查了偶数的概念.

如果(1)成立,则围绕圆桌正好男宾、女宾相隔而坐,男宾与女宾人数相同,所以来宾人数是2的倍数.故(1)是充分的.

如果(2)成立,设有男宾6人,女宾3人,可见(2)不充分.

综上可知,正确选项为A.

2. (2012,19)已知 m, n 是正整数.则 m 是偶数.

(1) $3m+2n$ 是偶数.

(2) $3m^2+2n^2$ 是偶数.

答 D.

分析 本题考查了偶数的概念和运算性质.

如果(1)成立,则 $(3m+2n)-2n=3m$ 是偶数,所以 m 是偶数.(1)是充分的.

如果(2)成立,则 $(3m^2+2n^2)-2n^2=3m^2$ 是偶数,从而 m^2 是偶数,所以 m 是偶数.故(2)也是充分的.

综上可知,正确选项为D.

3. (2013,16) $p=mq+1$ 为质数.

(1) m 为正整数, q 为质数.

(2) m, q 均为质数.

答 E.

分析 本题考查了质数的概念和运算性质.

如果(1)成立,取 $m=4, q=2$,则 $p=9$ 不是质数.故(1)不充分.

如果(2)成立,取 $m=q=3$,则 $p=10$ 不是质数.故(2)也不充分.

如果(1)与(2)都成立,相当于(2)成立,仍然不充分.

综上可知,正确选项为E.

4. (2016,18)利用长度为 a 和 b 的两种管材能连接成长度为37的管道.(单位:米)

(1) $a=3, b=5$.

(2) $a=4, b=6$.

答 A.

分析 本题考查了整数的运算.

设连接管道分别用长度为 a 和 b 的两种管材 x, y 根.

如果(1)成立,考虑方程 $3x+5y=37$ 的非负整数解,易见 $1 \leq y \leq 7$,经验证, $x=9, y=2$ 是一组解,也就是说,可用9根长度为3的管材和2根长度为5的管材连接成长度为37的管道.故(1)是充分的.

如果(2)成立,考虑方程 $4x+6y=37$ 的非负整数解,易见 $4x+6y$ 是偶数,所以方程 $4x+6y=37$ 必无整数解,也就是说,无法用长度为4的管材和长度为6的管材连接成长度为37的管道.故(2)是不充分的.

综上可知,正确选项为A.

5. (2017,24)某机构向12位教师征题,共征集到5种题型的试题52道.则能确定供题

教师的人数.

(1) 每位供题教师提供的试题数相同.

(2) 每位供题教师提供的题型不超过 2 种.

答 C.

分析 本题考查了整数的质因数分解.

易见(1)与(2)单独都不充分.

如果(1)与(2)同时成立,据(1),因为 $52=2 \times 2 \times 13$,而教师总数为 $12 < 13$,所以每位教师供题数为 13 或 26,供题教师有 4 人或 2 人;再由(2)可知供题教师人数大于 2,否则将至少有一位教师提供的题型数超过 2 种.所以供题教师人数为 4 人.故(1)与(2)联合起来是充分的.

综上所述,正确选项为 C.

二、实数的运算

(一) 问题求解

1. (2009,1) 一家商店为回收资金,把甲、乙两件商品以 480 元一件卖出,已知甲商品赚了 20%,乙商品亏了 20%,则商品盈亏结果为

(A) 不亏不赚

(B) 亏了 50 元

(C) 赚了 50 元

(D) 赚了 40 元

(E) 亏了 40 元

答 E.

分析 本题考查了百分比的概念与运算.

设甲、乙商品的成本分别为 a 元和 b 元.由题意可知

$$\frac{480 - a}{a} = 20\%, \quad \frac{b - 480}{b} = 20\%,$$

解得 $a=400, b=600$.

可知甲商品赚了 80 元,乙商品亏了 120 元,所以共亏 40 元.

故正确选项为 E.

2. (2010,2) 某商品的成本为 240 元.若按该商品标价的八折出售,利润率是 15%,则该商品的标价为

(A) 276 元

(B) 331 元

(C) 345 元

(D) 360 元

(E) 400 元

答 C.

分析 本题考查了百分比的问题.

设标价为 a 元,则按 $0.8a$ 元出售时,利润率为 $\frac{0.8a - 240}{240}$,由题意可知

$$\frac{0.8a - 240}{240} = 15\%.$$

解得 $a=345$.

故正确选项为 C.

3. (2011,5) 2007 年,某市的全年研究与试验发展(R&D)经费支出 300 亿元,比 2006 年增长 20%,该市的 GDP 为 10000 亿元,比 2006 年增长 10%. 2006 年,该市的 R&D 经费支出占当年 GDP 的

(A) 1.75% (B) 2%

(C) 2.5% (D) 2.75%

(E) 3%

答 D.

分析 本题考查了比例与百分数.

分别设 2006 年该市的 R&D 经费支出与 GDP 为 a, c 亿元,则 2007 年该市的 R&D 经费支出与 GDP 分别为 $1.2a, 1.1c$ 亿元. 已知 $1.2a=300, 1.1c=10000$, 所以

$$\frac{a}{c} = \frac{300 \times 1.1}{1.2 \times 10000} = \frac{33}{1200} = \frac{11}{400} = 2.75\%.$$

故正确选项为 D.

4. (2012,1) 某商品的定价为 200 元,受金融危机的影响,连续两次降价 20% 后的售价为

(A) 114 元 (B) 120 元

(C) 128 元 (D) 144 元

(E) 160 元

答 C.

分析 本题考查了比与百分数.

第一次降价 20% 后,售价为 $200 \times 80\% = 160$ 元;第二次再降价 20% 后,售价为 $160 \times 80\% = 128$ 元.

故正确选项为 C.

5. (2015,13) 某新兴产业在 2005 年末至 2009 年末产值的年平均增长率为 q ,在 2009 年末至 2013 年末产值的年平均增长率比前四年下降了 40%,2013 年的产值约为 2005 年产值的 $14.46(\approx 1.95^4)$ 倍,则 q 的值约为

(A) 30% (B) 35%

(C) 40% (D) 45%

(E) 50%

答 E.

分析 本题考查了百分比的运算.

已知在 2005 年末至 2009 年末产值的年平均增长率为 q ,所以 2009 年的产值为 2005 年产值的 $(1+q)^4$ 倍. 由题设可知,在 2009 年末至 2013 年末产值的年平均增长率为 $0.6q$,所以 2013 年的产值为 2009 年产值 $(1+0.6q)^4$ 倍,是 2005 年产值的 $(1+0.6q)^4(1+q)^4$ 倍.

由题设可知 $(1+0.6q)^4(1+q)^4 \approx 1.95^4$, 即 $(1+q)(1+0.6q) \approx 1.95$, 解得 $q=0.5$.

故正确选项为 E.

注 本题最后也可利用代入选项验证的方法得到 $q=0.5$.

6. (2017,1)某品牌的电冰箱连续两次降价 10% 后的售价是降价前的

- (A) 80% (B) 81%
(C) 82% (D) 83%
(E) 85%

答 B.

分析 本题考查了百分比的概念和运算.

设冰箱原售价为 a , 第一次降价 10% 后, 冰箱售价为 $0.9a$; 第二次再降价 10% 后, 冰箱售价为 $0.9 \times 0.9a = 0.81a$, 为降价前的 81%.

故正确选项为 B.

7. (2017,2) 张老师到一所中学进行招生咨询, 上午接受了 45 名同学的咨询, 其中的 9 位同学下午又咨询了张老师, 占张老师下午咨询学生的 10%. 一天中向张老师咨询的学生人数为

- (A) 81 (B) 90
(C) 115 (D) 126
(E) 135

答 D.

分析 本题考查了百分比的概念和运算.

由题设可知, 张老师下午接待咨询学生的人数为 $9 \div 10\% = 90$, 所以这一天中向张老师咨询的学生人数为 $45 + 90 - 9 = 126$.

故正确选项为 D.

(二) 条件充分性判断

1. (2009,17) A 企业的职工人数今年比前年增加了 30%.

- (1) A 企业的职工人数去年比前年减少了 20%.
(2) A 企业的职工人数今年比去年增加了 50%.

答 E.

分析 本题考查了增加与减少的百分比.

易见(1)与(2)单独都不是充分的.

设 A 企业前年、去年、今年的职工人数分别为 a, b, c .

如果(1)与(2)同时成立, 则

$$\frac{a-b}{a} = 20\%, \quad \frac{c-b}{b} = 50\%,$$

解得 $b = 0.8a, c = 1.5b$, 从而 $c = 1.2a$, 即 A 企业的职工人数今年比前年增加了 20%.

所以, (1)与(2)联合起来也不充分.

综上可知, 正确选项为 E.

2. (2010,18) 售出一件甲商品比售出一件乙商品利润要高.

- (1) 售出 5 件甲商品、4 件乙商品共获利 50 元.
(2) 售出 4 件甲商品、5 件乙商品共获利 47 元.

答 C.

分析 本题考查了实数的简单运算.

易见(1)与(2)单独都不是充分的.

如果(1)与(2)同时成立,设甲、乙商品每件利润分别为 a, b (元),则得

$$5a + 4b = 50, \quad 4a + 5b = 47.$$

两式相减,得 $a - b = 3$,即售出一件甲商品比售出一件乙商品利润要高.

所以(1)与(2)联合起来是充分的.

综上所述,正确选项为 C.

3. (2010,20)甲企业今年人均成本是去年的 60%.

(1) 甲企业今年总成本比去年减少 25%,员工人数增加 25%.

(2) 甲企业今年总成本比去年减少 28%,员工人数增加 20%.

答 D.

分析 本题考查了增加与减少的百分比.

设甲企业去年总成本为 a ,员工人数为 b ;今年总成本为 a_1 ,员工人数为 b_1 .

如果(1)成立,则

$$\frac{a - a_1}{a} = 25\%, \quad \frac{b_1 - b}{b} = 25\%,$$

解得 $a_1 = 0.75a, b_1 = 1.25b$.

所以今年的人均成本为 $\frac{a_1}{b_1} = \frac{0.75a}{1.25b} = \frac{a}{b} \times 60\%$,是去年人均成本 $\frac{a}{b}$ 的 60%.故(1)是充分的.

如果(2)成立,则

$$\frac{a - a_1}{a} = 28\%, \quad \frac{b_1 - b}{b} = 20\%,$$

解得 $a_1 = 0.72a, b_1 = 1.2b$.

所以今年的人均成本为 $\frac{a_1}{b_1} = \frac{0.72a}{1.2b} = \frac{a}{b} \times 60\%$,是去年人均成本 $\frac{a}{b}$ 的 60%.故(2)也是充分的.

综上所述,正确选项为 D.

4. (2010,21)该股票涨了.

(1) 某股票连续三天涨 10%后,又连续三天跌 10%.

(2) 某股票连续三天跌 10%后,又连续三天涨 10%.

答 E.

分析 本题考查了增加与减少的百分比.

设原股值为 a .

如果(1)成立,则涨一天后股值为 $a_1 = 1.1a$;涨两天后股值为 $a_2 = 1.1a_1 = (1.1)^2a$;涨三天后股值为 $a_3 = 1.1a_2 = (1.1)^3a$.接着跌一天后股值为 $a_4 = 0.9a_3 = 0.9 \times (1.1)^3a$;跌两天后股值为 $a_5 = 0.9a_4 = (0.9)^2 \times (1.1)^3a$;跌三天后股值为 $a_6 = 0.9a_5 = (0.9)^3 \times (1.1)^3a$.

因为 $(0.9)^3 \times (1.1)^3 = (0.99)^3 < 1$,所以该股票跌了.故(1)不充分.

如果(2)成立,则跌一天后股值为 $a_1 = 0.9a$;跌两天后股值为 $a_2 = 0.9a_1 = (0.9)^2a$;跌三天后股值为 $a_3 = 0.9a_2 = (0.9)^3a$.接着涨一天后股值为 $a_4 = 1.1a_3 = 1.1 \times (0.9)^3a$;涨两天后股值为 $a_5 = 1.1a_4 = (1.1)^2 \times (0.9)^3a$;涨三天后股值为 $a_6 = 1.1a_5 = (1.1)^3 \times (0.9)^3a$.

因为 $(1.1)^3 \times (0.9)^3 = (0.99)^3 < 1$, 所以该股票跌了, 故(2)也不充分.

易见(1)与(2)不可能同时成立.

综上可知, 正确选项为 E.

5. (2010, 22) 某班有 50 名学生, 其中女生 26 名. 已知在某次选拔测试中, 有 27 名学生未通过, 则有 9 名男生通过.

(1) 在通过的学生中, 女生比男生多 5 人.

(2) 在男生中, 未通过的人数比通过的人数多 6 人.

答 D.

分析 本题考查了正整数的简单运算.

已知该班有 26 名女生、24 名男生, 这次测验有 23 人通过, 27 人未通过.

如果(1)成立, 假设男生通过的人数为 x , 则 $x + (x + 5) = 23$, 即 $x = 9$. 故(1)是充分的.

如果(2)成立, 假设男生通过的人数为 x , 则 $x + 6 = 24 - x$, 即 $x = 9$. 故(2)也是充分的.

综上可知, 正确选项为 D.

6. (2011, 17) 在一次英语考试中, 某班的及格率为 80%.

(1) 男生及格率为 70%, 女生及格率为 90%.

(2) 男生的平均分与女生的平均分相等.

答 E.

分析 本题考查了百分数与平均数.

易见(1)与(2)单独都不是充分的.

如果(1)与(2)同时成立, 设男生人数为 20, 其中 14 人及格, 都为 70 分, 6 人不及格, 都为 50 分; 女生人数为 10, 其中 9 人及格, 都为 65 分, 1 人不及格, 为 55 分. 则男女生平均分都为 64 分, 该班的及格率为 $\frac{23}{30} \neq 80\%$. 所以(1)与(2)联合起来也不充分.

综上可知, 正确选项为 E.

7. (2012, 22) 已知三种水果的平均价格为 10 元/kg. 则每种水果的价格均不超过 18 元/kg.

(1) 三种水果中价格最低的为 6 元/kg.

(2) 购买重量分别是 1kg、1kg 和 2kg 的三种水果共用了 46 元.

答 D.

分析 本题考查了平均数与实数的简单运算.

如果(1)成立, 则三种水果中价格最低的为 6 元/kg, 另两种水果的价格之和为 24 元/kg, 如果其中有价格超过 18 元/kg 的水果, 则三种水果中最低价格不可能是 6 元/kg, 所以(1)是充分的.

如果(2)成立, 因为购买三种水果各 1kg 要花 30 元, 所以重量为 2kg 的水果的价格为 16 元/kg, 另两种水果的价格之和为 14 元/kg, 两种水果的价格都不可能超过 18 元/kg. 故(2)也是充分的.

综上可知, 正确选项为 D.

1.2 比和比例

(一) 问题求解

1. (2009, 2) 某国参加北京奥运会的男女运动员的比例原为 $19:12$, 由于先增加若干名女运动员, 使男女运动员的比例变为 $20:13$, 后又增加了若干名男运动员, 于是男女运动员比例最终变为 $30:19$. 如果后增加的男运动员比先增加的女运动员多 3 人, 则最后运动员的总人数为

(A) 686

(B) 637

(C) 700

(D) 661

(E) 600

答 B.

分析 本题是关于比例的简单应用题.

设最初男、女运动员人数分别为 $19a$ 和 $12a$; 增加女运动员后, 男、女运动员人数分别为 $20b$ 和 $13b$; 再增加男运动员后, 男、女运动员人数分别为 $30c$ 和 $19c$.

先增加女运动员后, 男运动员人数不变, 即 $19a = 20b$, 所以 $a = \frac{20}{19}b$, 增加的女运动员人数为 $13b - 12a$.

再增加男运动员后, 女运动员人数不变, 即 $13b = 19c$, 所以 $c = \frac{13}{19}b$, 再增加的男运动员人数为 $30c - 20b$.

由题意可知

$$(30c - 20b) - (13b - 12a) = 3,$$

整理得 $30c - 33b + 12a = 3$.

将 $a = \frac{20}{19}b, c = \frac{13}{19}b$ 代入上式, 并求解得 $b = 19, a = 20, c = 13$.

最后运动员的总人数为 $49c = 49 \times 13 = 637$.

故正确选项为 B.

2. (2010, 1) 电影开演时观众中女士与男士人数之比为 $5:4$, 开演后无观众入场. 放映一小时后, 女士的 20% 、男士的 15% 离场, 则此时在场的女士与男士人数之比为

(A) $4:5$ (B) $1:1$ (C) $5:4$ (D) $20:17$ (E) $85:64$

答 D.

分析 本题考查了百分比及比与比例的问题.

设开演时女士、男士人数分别为 $5a, 4a$, 则一小时后在场的男士、女士人数分别为

$$5a \times 80\% = 4a, \quad 4a \times 85\% = 3.4a,$$

所以此时在场的女士与男士人数之比为 $\frac{4a}{3.4a} = \frac{20}{17}$.

故正确选项为 D.

3. (2014,4) 某公司投资一个项目. 已知上半年完成了预算的 $\frac{1}{3}$, 下半年完成了剩余部分的 $\frac{2}{3}$, 此时还有 8 千万元投资未完成, 则该项目的预算为

- (A) 3 亿元 (B) 3.6 亿元
(C) 3.9 亿元 (D) 4.5 亿元
(E) 5.1 亿元

答 B.

分析 本题考查了比例运算.

由题设可知, 上半年完成了预算的 $\frac{1}{3}$, 下半年完成了预算的 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$, 余下的 8 千万元占预算的 $1 - \frac{1}{3} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$, 所以项目预算为 $0.8 \div \frac{2}{9} = 3.6$ 亿元.

故正确选项为 B.

4. (2015,1) 若实数 a, b, c 满足 $a : b : c = 1 : 2 : 5$, 且 $a + b + c = 24$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 =$

- (A) 30 (B) 90
(C) 120 (D) 240
(E) 270

答 E

分析 本题考查了比例与实数的运算.

由 $a : b : c = 1 : 2 : 5$ 可得 $b = 2a, c = 5a$, 代入 $a + b + c = 24$ 得 $8a = 24$, 所以

$$a = 3, b = 6, c = 15,$$

于是 $a^2 + b^2 + c^2 = 9 + 36 + 225 = 270$.

故正确选项为 E.

5. (2016,1) 某家庭在一年的总支出中, 子女教育支出与生活资料支出的比为 $3 : 8$, 文化娱乐支出与子女教育支出的比为 $1 : 2$. 已知文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5% , 则生活资料支出占家庭总支出的

- (A) 40% (B) 42%
(C) 48% (D) 56%
(E) 64%

答 D.

分析 本题考查了比与百分数的运算.

已知文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5% , 而且文化娱乐支出与子女教育支出的比为 $1 : 2$, 由此可知子女教育支出占家庭总支出的 $10.5\% \times 2 = 21\%$.

再根据子女教育支出与生活资料支出的比为 $3 : 8$, 可得生活资料支出占家庭总支出的 $21\% \times \frac{8}{3} = 56\%$.

故正确选项为 D.

(二) 条件充分性判断

1. (2015,18) 已知 p, q 为非零实数. 则能确定 $\frac{p}{q(p-1)}$ 的值.

$$(1) p+q=1.$$

$$(2) \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$

答 B.

分析 本题是简单运算题,考查了比的概念与简单代数式的运算.

如果(1)成立,则 $\frac{p}{q(p-1)} = -\frac{p}{(1-p)^2}$ 在 $p \neq 0$ 时的值不能确定,所以(1)不充分.

如果(2)成立,则 $\frac{p}{q(p-1)} = \frac{\frac{1}{q}}{1-\frac{1}{p}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{p-1}{p}} = 1$, 所以(2)充分.

综上可知,正确选项为 B.

2. (2016,16) 已知某公司男员工的平均年龄和女员工的平均年龄,则能确定该公司员工的平均年龄.

(1) 已知该公司的员工人数.

(2) 已知该公司男、女员工的人数之比.

答 B.

分析 本题是简单运算题,考查了比的概念与平均值的计算.

设该公司男员工的平均年龄和女员工的平均年龄分别为 a, b .

如果(1)成立,不妨设该公司只有 3 名员工.若是 1 名男员工与 2 名女员工,则公司员工的平均年龄为 $\frac{a+2b}{3}$;若是 2 名男员工与 1 名女员工,则公司员工的平均年龄为 $\frac{2a+b}{3}$. 所以(1)不充分.

如果(2)成立,设该公司男、女员工的人数之比为 $m:n$,再设该公司员工总人数为 x ,则公司员工的平均年龄为

$$\frac{\frac{m}{m+n}x \cdot a + \frac{n}{m+n}x \cdot b}{x} = \frac{ma + nb}{m+n}.$$

所以(2)充分.

综上可知,正确答案为 B.

1.3 绝对值

(一) 问题求解

1. (2009,6) 方程 $|x-|2x+1||=4$ 的根是

(A) $x=-5$ 或 $x=1$

(B) $x=5$ 或 $x=-1$

(C) $x=3$ 或 $x=-\frac{5}{3}$

(D) $x=-3$ 或 $x=\frac{5}{3}$

(E) 不存在

答 C.

分析 本题考查了方程根的概念和绝对值的运算.