



《律吕新书》校点



吕畅◎著



中央编译出版社
Central Compilation & Translation Press

本书由人文在线出版基金资助出版



《律吕新书》校点



吕畅◎著



中央编译出版社
Central Compilation & Translation Press

图书在版编目 (CIP) 数据

《律吕新书》校点 / 吕畅著. -- 北京 : 中央编译出版社, 2017.6
ISBN 978-7-5117-3270-5

- I . ①律…
II . ①吕…
III . ①律吕—中国—古代
IV . ① J612.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 027561 号

《律吕新书》校点

出版人 : 葛海彦

出版统筹 : 贾宇琰

责任编辑 : 曲建文

执行编辑 : 程 彤

责任印制 : 尹 璿

出版发行 : 中央编译出版社

地 址 : 北京西城区车公庄大街乙 5 号鸿儒大厦 B 座 (100044)

电 话 : (010) 52612345 (总编室) (010) 52612370 (编辑室)

(010) 52612316 (发行部) (010) 52612346 (馆配部)

传 真 : (010) 66515838

经 销 : 全国新华书店

印 刷 : 北京天正元印务有限公司

开 本 : 710 毫米 × 1000 毫米 1/16

字 数 : 190 千字

印 张 : 13.25

版 次 : 2017 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

定 价 : 42.00 元

网 址 : www.cctphome.com 邮 箱 : cctp@cctphome.com

新浪微博 : @ 中央编译出版社 微 信 : 中央编译出版社 (ID : cctphome)

淘宝店铺 : 中央编译出版社直销店 (<http://shop108367160.taobao.com>) (010) 55626985

本社常年法律顾问 : 北京市吴栾赵阎律师事务所律师 闫军 梁勤

凡有印装质量问题, 本社负责调换, 电话 : (010) 55626985

序

《律吕新书》作为南宋乐律学家蔡元定唯一完整传世的乐律学著作，其命运不可谓不传奇。虽然这本书刚一出世，就被理学家们视为圭臬，但是它的广为世人所知，实际上已是明代的事情。由宋而元，由元而明，一百多年就这样过去了。

永乐十三年（1415年），这部十分艰涩的小书有幸被收入《性理大全》，声名大噪。受此影响，《律吕新书》在朝鲜和日本也备受推崇，成为唐代《乐书要录》之后，东亚汉字文化圈影响最大的乐律学专著之一。明清两代，理学大彰，中国、朝鲜（李朝）、日本三国都有大量以《律吕新书》为研究对象的著述。可以说，这本小书的第一次命运转折是因为理学。

然而，到了近代，情况急转直下，虽然自王光祈先生《中国音乐史》开始，中国学界对这本书的部分内容（特别是十八律的结构问题）有过一些专题性的研究，但是针对《律吕新书》的系统性整理工作却长期陷于停滞。坦白地说，时至今日，这本书在我国，甚至东亚地区，连一个较为认真的点校本都没有出版过。为什么我国音乐学家对于蔡元定残存于《宋史·乐志》的《燕乐》备加重视，而对《律吕新书》视而不见呢？以我的浅薄，无法洞悉其中的原因。但是，我所看到的很明显的事实，是随着音乐学在我国的不断发展，《律吕新书》越来越受冷落。或许，这本小书的第二次命运转折是因为音乐学。

那么，我为什么要研究《律吕新书》呢？

我与蔡元定倒是有些缘分。2005年，我考入上海音乐学院，师从陈应时先生研习乐律学。陈先生在第一次课后安排我去读的就是《宋史·乐志》里面节录的蔡元定《燕乐》一书。从此，我对蔡元定的文风有了第一个印

象，那就是晦涩难懂。《燕乐》不过留下了几段话，已然让人头痛。《律吕新书》不但是更为枯燥的律学，而且毕竟是一本书。我不过是个六根未净的俗人，对这块硬骨头提不起半点兴趣。

一晃三年，到2008年，我与《律吕新书》不得不发生直接接触。我的硕士论文以清代朴学家凌廷堪所著《燕乐考原》为研究对象。这本书中有一节把《律吕新书》中提出的一个奇怪的理论“起调毕曲”，批判得一无是处。凌氏在清末学界颇有影响力，《燕乐考原》又被收入民国时期商务印书馆的“国学基本丛书”，读者甚众。顺藤摸瓜一路扫去，我发现不少学者通过对《燕乐考原》的探讨，发表了对蔡元定《律吕新书》“起调毕曲”理论的不同看法，可是所有这些学者中并没有一个是完全肯定蔡元定的。我当时也没有什么新的突破，只在论文中附和钱仁康先生《宫调辨歧》中的观点，也认为蔡氏的观点有一定道理，但是说得过于绝对化了，有以偏概全的毛病。我对这个问题的研究也就此搁置。

如此又过了两年，我在研读《律吕精义》时，惊讶地发现朱载堉在这个问题上竟然是支持蔡元定的，而且说出这样的话：“先儒惟朱熹最知乐，其次则蔡元定，所论皆有理。”这个发现促使我回头找出《律吕新书》认真加以精读。读过之后，不禁为自己的“想当然”而感到深深惭愧。由此，我写了研究《律吕新书》的第一篇论文《蔡元定“起调毕曲”理论新解》。这篇文章在2012年召开的东亚乐律学会第七次国际学术会议上发表时，得到黄大同教授和南湘淑教授的肯定。

那么，既然以我的愚鲁，读完《律吕新书》之后，都可以清楚地明白蔡元定的道理，前贤何以不曾发现呢？原因可能很多，但是没有一个好的点校本肯定是其中之一。

因此，我下定决心继续与《律吕新书》纠缠。计划是首先读懂，进而在此基础上完成一个校点本，然后对部分能力所及的相关专题进行研究。于是形成本书。校点的依据在书中已有专述，下面对在专题写作中的三个想法进行说明。

第一个想法，避开对蔡元定的生平、学术体系、学术成就的介绍，将

所有目光集中于《律吕新书》本身。我知道这种做法背叛了“知人论世”的传统，并且不太符合一般点校本的编写模式。

在沪期间，我曾经有幸随黄允箴老师学习。有一次课上，她对我们说：“写东西不要什么都从猴子变人说起，直接讲你要说的话、你的研究。”黄先生的教诲，我时刻记在心头。现在的情况是前贤关于蔡元定这个人的研究已经非常丰富，身处信息时代的读者得到这些成果易如反掌，而我并没有能力在这些领域有所创见。所以，如果我再从“猴子变人”说起，实在是耽误读者的时间。

第二个想法是下琐碎功夫，对《律吕新书》律学理论中的运算公式和运算数据逐一解读与核实。

《律吕新书》最不好理解的就是它的律学运算。因为蔡元定并未细述他的运算公式，而是直接列出运算结果。只有反复推算，发现运算原理后，才能全面理解书中的律学理论。在我所收集的这本书的各个版本中，包含大量的数据错误。例如，常常出现这样的情况：按考察出来的数理逻辑算到某一律时，出现数据错误，而后面一律的数据又是正确的。律学运算环环相扣，一步算错，后面的数据不可能正确。这说明先前的版本并未真正地校勘过这本书。

十年前我刚到上海的时候，有一次去导师陈应时先生家里请教一个关于琴律方面的问题，陈先生拿出他打谱的《侧商调·古怨》为我讲解。只见厚厚的一沓纸上用铅笔工整地抄录着减字谱和五线谱，每一个谱字下面都有先生用算出的音分值和弦长比，看得我目瞪口呆。多年来，我一直被陈先生的这种精神所感染。所以，我在这本书的附录中不但探究了《律吕新书》中所有的计算公式，校对每一个计算数据，而且还标明了每一步的运算过程，以便读者参考。

第三个想法是尽量不做价值评判，只是对《律吕新书》做一个较为纯粹的解读。也就是说，我所关心的只是《律吕新书》中到底讲了些什么。

我不同意总是拿所谓的“历史局限性”来说事的做法。既然古往今来人人都活在历史之中，那么人人都有“历史局限性”。既然人人都有“历

史局限性”，那么“历史局限性”就不是问题。站在今日之学术发展高度，以今日之学术观念批评古人的人，真的不见得就比古人高明。不信的话，你试着把自己还原到古人的生存环境，你想想看你会做何选择，你能做些什么？

从历史中汲取智慧，感受先人的品格，比起否定或肯定一个人、一本书、一件事，更有意义。蔡元定的人格与风格在《律吕新书》中已然展现，无需再做枝蔓。他是个十足的理想主义者，也是个脚踏实地的实干家，兼有顶真的态度和洒脱的自信。这是一种南宋文人特有的风骨，是一种深层次的魅力，难以言说，但是每一个读罢《律吕新书》的人自然会有所感受。

这次的点校本，虽然尽力做到“认真”，但是限于才浅学疏，问题必定不少。写作的过程中，每每感到我的水准和蔡元定相差实在过大。我的不自量力，简直如陈丹青先生所说是“在有才能的人面前证明自己没有才能”。希望读者不吝赐教，也希望《律吕新书》将来能有更好的点校本。

吕畅

2016年9月写于四川音乐学院

目 录

《朱子成书·性理大全》卷二十二	1
上卷 律吕本原	5
黄钟第一	5
黄钟之实第二	10
黄钟生十一律第三	12
十二律之实第四	14
变律第五	16
律生五声图第六	18
变声第七	19
八十四声图第八	21
六十调图第九	23
候气第十	27
审度第十一	29
嘉量第十二	30
谨权衡第十三	31
下卷 律吕证辨	32
造律第一	32
律长短围径之数第二	35
黄钟之实第三	42
三分损益上下相生第四	45
和声第五	48

五声小大之次第六	54
变宫、变徵第七	56
六十调第八	58
候气第九	61
度量权衡第十	63
附录一 概说《律吕新书》	79
第一节 《律吕新书》的作者、成书年代与版本流变	79
第二节 校点说明	85
附录二 《律吕新书》中的律学运算	92
第一节 《律吕新书》中的黄钟律管尺制数据算法	92
第二节 《律吕新书》中的三分损益十二律整数弦长求法	101
第三节 《律吕新书》中的三种小分算法	112
小结 《律吕新书》在律学运算上的特点与贡献	126
附录三 《律吕新书》十八律理论研究	128
第一节 《律吕新书》蔡元定十八律的数理结构及其特点	128
第二节 十八律在宫调体系中的应用	138
第三节 《律吕新书》十八律五题	159
附录四 《律吕新书》中的“起调毕曲”理论	173
第一节 前人对“起调毕曲”理论的研究及争议	174
第二节 “起调毕曲”理论所据文献辨析	180
第三节 “起调毕曲”理论新解	182
第四节 《律吕精义》对“起调毕曲”理论的发展	190
小结 “起调毕曲”理论的实质	193
附录五 《乐学轨范》所载朝鲜世宗朝随月用律雅乐谱	194
参考文献	198
后 记	203

《朱子成书·性理大全》卷二十二

朱子曰：“蔡神与，名发，博学强记，高简廓落。不能与世俗相俯仰，因去游四方，闻见益广，遂于易象、天文、地理三式之说，无所不通，而皆能定其得失。杜门扫轨，专以读书教子为事。元定^①生十年，即教使读《西铭》，稍长则示以程氏《语录》、邵氏《经世》、张氏《正蒙》。而语之曰，‘此孔孟正脉也’。季通承厥志，学行之余，尤邃律历。讨论定著，遂成一家之言。使千古之误，旷然一新。而溯其源流，皆有成法，是亦足以显其亲于无穷矣。”

刘文简公燠，撰《西山墓表》曰：“先生天资高，闻道早，于书无所不读，与事无所不讲。明阴阳消长之运，达古今盛衰之理。上稽天时，下考人事。朱文公尝曰：‘人读易书难，季通读难书易。’又曰：‘造化微妙，惟深于理者识之，吾与季通言而未尝厌也。’”

西山真氏^②曰：“先生尝特召，坚辞不起。世谓之‘聘君’。‘聘君’以师事朱文公，而文公顾曰‘季通，吾老友也’。凡与天道之妙，他弟子不得闻者，必以语季通焉。异篇奥传，微词邃旨，先令讨论，而后亲折衷之。先生于经无不通，常语三子曰：“渊，汝宜绍吾《易学》；沉，汝宜演吾《皇极数》；而《春秋》，则以属知方焉。”

知方出后，虞氏云：“按庆元丙辰沈继祖奏：‘朱某收招四方无行义之

① 此处底本为“元定”，《四库全书》本、故宫内府本均作“季通”，皆指“蔡元定”也。

② 西山真氏指南宋理学家真德秀。

徒，以益其党伍。其徒蔡某佐之为妖，遂编置道州，明年卒。’朱子祭文云：‘窃闻亡友西山先生蔡君季通葬，哭而送之曰‘呜呼！季通而至此耶！精诣之识，卓绝之才，不可屈之志，不可穷之辩，不复可得而见矣！天之生是人也，果何为耶？并游之好，同志之乐已矣！’师之于弟子，称谓如此，前古所无，是犹东坡称子游‘先生’，皆宇宙风致，传颂千载者也。嘉定庚午，始追赠初秩云。”^①“又按，蔡氏祖子孙于斯文可知也，而盛时远引，三世一辙。”

朱子云：“蔡神与所以教其子者，不于利禄，而开之以圣贤之学。其志识高远，而非世人所及。”西山先生辞聘不起，九峰先生三十岁即弃举子业，一以圣贤为师。九峰之子抗，始擢进士第，理宗宝祐参政。然其所立，不无乡长之惭云。^②

序

古乐之亡，久矣。然秦汉之间，去周末远，其器与声，犹有存者。故其道虽不行于当世，而其为法，犹未有异论也。逮于东汉之末，以接西晋之初，则已浸多说矣。魏、周、齐、隋、唐五季，论者愈多，而法愈不定。爰及我朝，功成治定，理宜有作。建隆皇祐元丰之间，盖亦三致意焉。而和、胡、阮、李、范、马、刘、杨^③诸贤之议，终不能以相一也。而况于崇宣^④之季，奸谀之会，黥涅之余^⑤，而能有以语夫天地之和哉？丁未南狩，今

① 此段内容唯《朱子成书》本独有，其余版本未见。

② “然其所立，不无乡长之惭云”一句，其余版本未见。“惭”字在原文中做“慙”字，二者在古文中音、义相通，为便于阅读，此处更为“惭”字。

③ 指北宋和现、胡媛、阮逸、李照、范镇、司马光、刘几、杨杰诸人。

④ “崇宣”并非一个年号，而是北宋末年徽宗皇帝的两个年号：崇宁、宣和，这里应当是说徽宗主政时期。

⑤ 朱载堉《律学新说·审度篇第一之下》云：“朱子序《律吕新书》有云‘崇宣之际，奸谀之会，黥涅之余，其能有以语夫天地之和哉’，盖指蔡京、魏汉津所为大晟乐也。”

六十年，神人之愤，犹有未摅^①。是固不皇于古礼文之事。然学士大夫，因仍简陋，逐无复以钟律为意者，则已甚矣。

吾友建阳蔡君元定季通，当此之时，乃独心好其说，而力求之，旁搜远取，巨细不捐。积之累年，乃若冥契。著书两卷，凡若干言。予尝得而读之，爱其明白而渊深，缜密而通畅，不为牵合傅会之谈。而横斜曲直，如珠之不出于盘。其言虽多出于近世之未讲，而实无一字不本于古人已试之成法。盖若黄钟围径之数，则汉斛之积分可考。寸以九分为法，则淮南、太史、小司马之说可推。五声二变之数，变律半声之例，则杜氏之《通典》具焉。变宫、变徵之不得为调，则孔氏之《礼疏》因亦可见。至于先求声气之元，而因律以生尺，则尤所谓卓然者，而亦班班杂见于两汉之制。蔡邕之说，与夫《国朝会要》，以及程子、张子之言顾，读者不深考其间，虽或有得于此，而又不能无失于彼。是以晦蚀分拏^②，无复定论，大抵不拘牵于习熟见闻之近，即肆其胸臆，妄为穿穴^③而无所据依。季通乃能奋其独见，超然远览，爬梳剔抉，参互考寻，用其半生之力，以至于一旦豁然，而融会贯通焉。斯亦可谓勤矣。及其著论，则又能推原本根，比次条理，撮取机要，阐究精微，不为浮词滥说以汨乱于其间，亦庶几乎得书之体者。

予谓国家行且平定中原，以开中天之运，必将审音协律，以谐神人。当是之时，受昭典颁之臣，能得此书而奏之，则东京郊庙之乐，将不待公孙述之瞽师而后备；而参摹四分之书，亦无待乎后世之子云而后知好之矣。抑季通之为此书，词约理明，初非难读，而读之者往往未及终篇，辄^④已^⑤欠伸思睡，固无由了其归趣。独以予之顽钝不敏，乃能熟复数过，而仅得其指意之仿佛。季通于是亦许予为能知己志者，故属予以序引，而予不得辞焉。季通更欲均调，被之管弦，别为乐书，以究其业。而又以其余力，

① “摅”字为“抒发”之意。

② 通“拏”。

③ “穴”字原文字形更似“宀”，现根据文意并参考故宫内府本、《四库全书》本改之。

④ “辄”字原文为“輒”。

⑤ “已”字原文为“巳”，现根据文意修改。

发挥武侯六十四陈之图，绪正邵氏《皇极经世》^①之历，以大备乎一家之言，其用意亦健矣！予虽老病，当^②及见之，则亦岂非千古之一快也哉。

淳熙丁未正月朔旦^③新安朱熹序

朱子曰：“季通律书法度甚精，近世诸儒皆莫能及。”又曰：“季通律书分明是好，却不是臆说，自有按据。”又曰：“季通理会乐律，大段有心力，看得许多书。”

按：《律吕书》盖朱、蔡师弟子相与成之者。朱子与西山书云：“但用古书、古语，或注疏，而已意附其下方，甚简约而极周尽，学者一览可得梗^④概。其他推说之泛滥，旁正之异同，不尽载也。”^⑤

然则，门弟子一二难疑，后之精于数学者一二注疏，附焉。若陈旸《乐书》、吴忠上《律历志》解钟律辨疑之属，悉未附云。^⑥

① 《皇极经世》原文误写作《皇极经氏》。

② “当”字原文写作“黨”，即“党”字之繁体。现根据文意改之。

③ 公元1187年正月初一。

④ “梗”字底本原文字形更近于“便”，此处据文意及并参考故宫内府本、《四库全书》本改之。

⑤ 原文见于《景印文渊阁四库全书·集部·八三·别集类》，台湾商务印书馆1986年版，第10页。“但用古书、古语，或注疏，而已意附其下”，《晦庵集》中做“但用古书、古本语，或注疏，而以已意附其下”。

⑥ 此段只见于底本。

上卷 律吕本原

黄钟第一

(以《汉志》^①斛铭文定。)

长九寸，空围九分，积八百一十分。

按：天地之数始于一，终于十。其一、三、五、七、九为阳，九者，阳之成也；其二、四、六、八、十为阴，十者，阴之成也。黄钟者，阳声之始，阳气之动也，故其数九。分寸之数，具于声气之元，不可得而见。及断竹为管，吹之而声和，候之而气应，而后数始形焉。均其长，得九寸；审其围，得九分（此章凡言分者，皆十分寸之）；积其实，得八百一十分。长九寸，围九分，积八百一十分，是为律本，度量权衡于是而受法，十一律由是损益焉。

算法：置八百一十分，分作九重，每重得九分。

圆田术^②，三分益一得一十二，开方法除之得三分四厘六毫强，为实径

① 《汉志》即为《汉书·律历志》。

② 此处底本原文为“圆由术”，现根据文意及《四库全书》本、故宫内府本，改为“圆田术”。

之数，不尽二毫八丝四忽。今求圆积之数，以径三分四厘六^①毫自相乘，得十一分九厘七毫一丝六忽。加以开方不尽之数二毫八丝四忽，得一十二分。以管长九十分乘之，得一千八十分为方积之数。四分取三^②为圆积，得八百一十分。

朱子曰：“《本原》第一章‘围径之数’。此是最大节目，不可草草。”^③又曰：“古者只说空围九分，不说径三分，盖不啻三分犹有奇也。”^④

鲁斋彭氏曰：“黄钟律管，有周、有径、有面幂、有空围内积、有纵^⑤长。如《史记》论从长，《律历志》论从长，及积；东汉《郑氏注》、《月令》论幂；东汉蔡氏《月令章句》论纵长，皆不易之论。独周径之说，汉以前俱无明文，汉《律历志》开端未竟。东汉蔡氏始创为径三分之说。晋孟氏以后，诸儒续为^⑥径三分、围九分之说。宋胡氏、蔡氏又为径三分四厘六毫，围十分三厘八毫之说。然考之于古方，围、周径、幂积、率皆未有合。”^⑦

尝依东汉蔡氏所言径三分，以《九章少广》内祖氏密率，乘除止得空围内面幂七分零厘七毫奇^⑧，乃少一分九厘三毫^⑨；空围内积实止得

① 原文为“六”字，故宫内府本也做“六”字，《四库全书》本做“三”。

② 此处《四库全书》本多一“分”字。

③ 原文《晦庵集》卷四十四“答蔡季通元定”，《景印文渊阁四库全书·集部·八三·别集类》，第23页。“此是最大节目”一句前，《晦庵集》原文中还有“围径之说殊不分明”一句。

④ 原文见于《朱子语类·卷九十二·乐》，《景印文渊阁四库全书·集部·八三·别集类》，台湾商务印书馆1986年版，第15—16页。

⑤ 此处原为“從”字，此字可通“从”，亦可通“纵”。据文意，当为“纵”，指黄钟管长。后文皆做此处理。

⑥ 此处字迹模糊更似“寫”，据文意及《四库全书》本、故宫旧藏本，定作“爲”，即“为”。

⑦ 彭鲁斋，宋元之交的理学家。

⑧ 此处原文为“七分七厘奇”，有误。设直径三分，半径为一分五厘。一分五厘的平方乘以祖冲之圆周率得7.06858335，四舍五入即“七分零厘七毫奇”。

⑨ 原文为“一分九十厘”，明显有误，现根据计算结果改之。

六百三十六分奇，乃少一百七十三分奇。如此，则黄钟之管无乃太^①狭。盖黄钟空积忽微，若径内差一忽，即面幂及积所差忽数至多。此东汉蔡氏之说所以不合也。

晋孟氏诸儒^②言径三分、围九分，又用径一围三之法。虽是古率，然古人大约以此圆田，若以密率推之径一，则围三有奇。假如径七，则围当二十有二。今依孟氏所言，径三分，则围长当九分四厘二毫四^③丝^④强^⑤，不但止于九分也。若依九分围长之数，则径当止有二分八厘六毫四^⑥丝七^⑦忽强，又不及三分也。此晋孟氏诸儒之说所以不合也。

宋胡氏不主径三围九之说，大意疑其管狭耳。然所言径长三分四厘六毫，围长十分三厘八毫，亦用径一围三之率。若依所言三分四厘六毫径，当得围长十分八厘六毫九丝九忽强^⑧，不但止于十分三厘八毫也。若依十分八厘六毫九丝九忽围长之数，则径止得三分三厘奇，又不及三分四厘六毫也，此宋胡氏之说所以不合也。

宋蔡氏说径围分数与胡氏同，至于算法，用圆田术三分益一得一十二，开方除之求径。又以径相乘，以管长乘之，用三分益一四分退一之法，求

① 原文为“大”字，现根据文意及《四库全书》本、故宫内府本，改为“太”。

② 此处需要专做说明。晋孟氏，应指魏晋时期的学者孟康，著有《老子注》二卷及《汉书音义》若干卷。孟康生平不明，按裴松之注《三国志·魏书·刘劭传》孟康为魏明帝时官员，而《晋书·列传十二·王浚传》载有“太子洗马孟康”。孟康所著《汉书音义》已佚，唐代颜师古《汉书注》多有引用，多数学者认为《晋书》所载太子洗马并非其作者。此处既云“孟氏诸儒”，则应指编著《汉书音义》者。若依裴松之则孟康为曹魏时人，不应为“晋孟氏”。

③ 原文为“一”，现据计算结果改之。

④ 原文为“抄”字，《四库全书》本、故宫内府本为“秒”，现根据文意改之，后文用法亦然。

⑤ 此处原文、《四库全书》本、故宫内府本均为“疆”字。然文意不通，“疆”于古文中通“强”字，现改为“强”，后文用法亦然。

⑥ 原文为“二”，现据计算结果改之。

⑦ 原文为“六”，现据计算结果改之。

⑧ 原文为“十分八厘七毫六丝二忽强”，现据计算结果改之。

幂积。今姑依其说，以九方分平置用^①，又三分益一以三方分割置于九方分之外。如此^②共积十二方分，其纵横可得三分四厘六毫强，不尽二毫八丝四忽，的如蔡氏之说。

但依此径以密率相乘，则空围内面幂不但止得九方分，乃得九方分零四厘零二丝四忽七微二纤四沙七尘奇^③。空围内积实不但止得八百一十分，乃得八百四十六分二厘二毫二丝二忽五微二纤四沙三尘奇^④，如此则黄钟之管无乃太大。细考之，方内之圆所占者，不止四分三；圆外之方所当退者，又不及四分一，以此知三分益一、四分退一，乃虚加实退，算家大约之法。此宋蔡氏之说所以又不能以尽合也。

今欲求黄钟律管从长，周径幂积的实定数者，须依蔡氏多截管候气之说，又以祖氏冲之密率乘除方可尽。盖祖冲之乃古今算家之最，而蔡氏多截管候气之说，实得造律本原，其说有前人未发者。今宜依此说，先多截竹以拟黄钟之管，或短或长、长短之内每差纤微，各为一管。悉以此诸管埋地中，俟冬至时验之。若诸管之中有气应者，即取其管而计之，知此管合于造化自然，非人力可为。

即以此管分作九寸，寸作九分，分作九厘，厘作九毫，毫作九秒，秒作九忽，以合八十一终天之数。及元气运行，自子至亥，得十七万七千一百四十七之数。凡用此管三分损益上下相生由此。

又取此管九寸，寸作十分，分作十厘，厘作十毫，毫作十秒，秒作十忽，以合天地五位终于十之数。

乃以十乘八十一，得八百一十分。以八百一十分配九十分管，知此管

① “用”字原文及故宫内府本均为污字，唯《四库全书》本为“用”。此处于文意干系不大，姑依《四库全书》本。

② 此处原文及故宫内府本均为污字均有一污字，《四库全书》本为空格，于文意无碍，此处略去。

③ 此处原文为“九方分零四十厘六十毫五十秒六百忽奇”，现根据计算数据改之。

④ 此处原文为“八百四十六分五百四十厘一百四十二秒六百忽奇”，现根据计算数据改之。