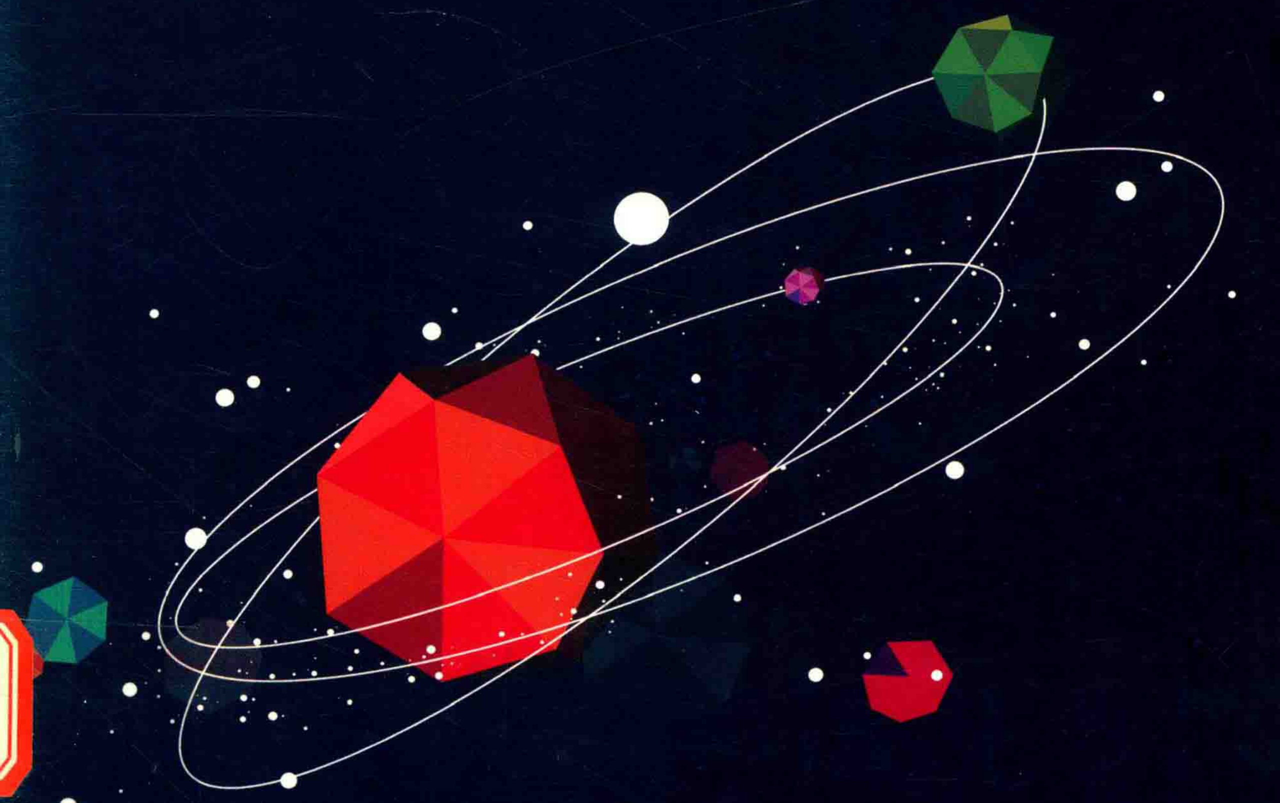
大学物理

（上册）

宿刚　宗兆存　主编

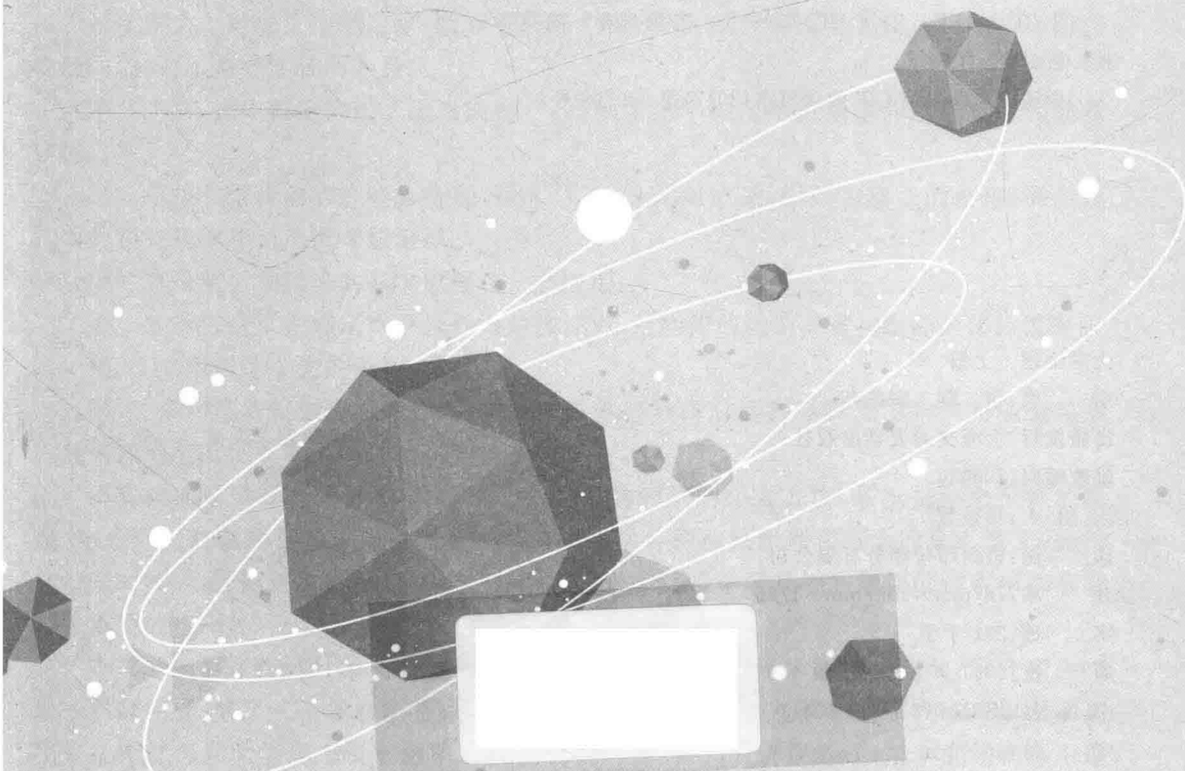


上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

大学物理

（上册）

宿刚　宗兆存　主编



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

全书分上下两册。本书是上册，主要介绍了质点运动学；动力学；动量和角动量；功和能；刚体定轴转动；狭义相对论基础；简谐运动；机械波；光的干涉；光的衍射；光的偏振等内容。

本书适合物理相关专业学生以及从事相关专业科研人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理．上册/宿刚，宗兆存主编．—上海：上海交通大学出版社，2017

ISBN 978-7-313-16412-4

Ⅰ．①大… Ⅱ．①宿… ②宗… Ⅲ．①物理学—高等学校—教材 Ⅳ．①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 009796 号

大学物理　上册

主　　编：宿　刚　宗兆存

出版发行：上海交通大学出版社　　地　　址：上海市番禺路 951 号

邮政编码：200030　　电　　话：021－64071208

出 版 人：郑益慧

印　　制：杭州印校印务有限公司　　经　　销：全国新华书店

开　　本：787mm×1092mm　1/16　　印　　张：14

字　　数：252 千字

版　　次：2017 年 1 月第 1 版　　印　　次：2017 年 1 月第 1 次印刷

书　　号：ISBN 978-7-313-16412-4/O

定　　价：36.00 元

前　言

我们的生活离不开物理，物理融入了生活的每一个领域，我们每天都在接触物理，却能产生一种“它似乎不存在”的感觉，因为一切看上去都是自然而然的。所以，多少了解和掌握一些物理的基础还是很有必要的。为此，我们编写了这本《大学物理学》，我们着眼于经典物理中最基本的那一部分，然后用尽可能简单的语言和尽可能少的数学推理和几何去分析和讨论这些基本原理。

第 1 章质点运动学。这里引入了矢量来表示物理量，运用高等数学中的微积分计算物理量。

第 2 章力。讨论了牛顿定律，重点分析了它的应用，致力于说明如何运用数学来解决物理问题，而不是数学技巧本身。

第 3、4 章，把牛顿定律做了适当的推广，得到了比牛顿定律更基本的动量守恒和能量守恒定律。

第 5 章是关于转动的一些分析和讨论。借助于几何论证，强调物理上的推理，并给出转动的相关规律和角动量守恒定律。

第 6 章是狭义相对论的基本原理和一些应用。

第 7、8 章讨论了牛顿定律中合外力是弹性力，是物体的运动及其在空间的传播情况。

第 9、10 章讨论了光的干涉。

第 11 章对光的偏振特性做了简要的分析，这些分析对读者理解光的物质和能量组成以及后续的电磁学有着重要的意义。

不要被动地学习物理学，做题目是一个学习物理学的必要方法，甚至是一个很好的途径，你总可以在做题目的过程中理解和领悟物理学各种抽象定理和概念的真正意义，会给你带来一种满足感，这种满足感不论是在学习物理学还是学习其他的知识的过程中都有着至关重要的作用。

本书的编写工作，第 1～4 章由宿刚老师完成；第 5 章由丛令梅老师完成；第 6 章由李金玉老师完成；第 7～11 章由宗兆存老师完成；宿刚老师负责通稿和最后校准。本书的初稿曾在浙江海洋大学理工科学生中讲授使用，他们对我们的讲授方式、书本的结构和习题的难易程度都提出了很多宝贵的意见，在此，一并表示感谢！

由于编者水平有限，书中存在的错误和不当之处，希望使用本书的老师、学生和其他读者，随时提出宝贵意见。

目　　录

第 1 章　质点运动学

学习建议

(1)课堂讲授为 6 学时左右。

(2)本章为力学中的运动学部分,与下一章动力学知识一起构成了经典力学的基础。

(3)学习基本要求:

①掌握位置矢量、位移、加速度等描述质点运动及运动变化的物理量。理解这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性。

②理解运动方程的物理意义及作用,掌握运用运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度的方法,以及已知质点运动的加速度和初始条件求速度、运动方程的方法。

③能计算质点在平面内运动时的速度和加速度,以及质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

④理解伽利略速度变换式,并会用它求简单的质点相对运动问题。

物理学是研究物质运动中最普遍、最基本运动形式的基本规律的学科。其中力学是研究物质运动中最简单、最常见的运动——机械运动规律的学科。所谓机械运动是指一个物体相对于另一个物体的位置随时间发生变化;或者一个物体内部的各部分之间的相对位置随时间发生变化的运动。力学一般分为运动学和动力学两大部分,运动学倾向于描述物体在某一时刻的空间位置和不同时刻所对应位置之间的关系;动力学则主要研究物体产生这种空间位置变换的原因(如果我们把静止也看作一种特殊的运动形式)。从章节上看,上册的第 1 章为运动学部分,第 2 章为动力学部分,运动学方程在数学上是动力学方程的一个解,这就是两者之间的联系。

1.1　物体运动的形式

1. 参考系与坐标系

在自然界中所有的物体都在不停地运动,绝对静止不动的物体是没有的,这称为运动的绝对性。运动的这种绝对性使得我们在描述物体的运动时,通常要事先选择好参照物。参照物指事先选定的、假设不动的、作为基准的物体。一般而言,参照物是可以任意选择的,这就带来一个结果,那就是对同一个运动而言,不同的观测者会由于参照物选取的不同

而产生不同的描述，这一差异称为运动的相对性。

不同的参照物对同一物体运动情况的描述是不同的，因此，在描述物体运动时，必须指明是对什么参照物而言。在处理具体的问题时，参照物的选取一般遵循以下原则：

(1)选取要具有“易得性”，即尽量选取常见的目标作为参照物；

(2)选取要具有“简单性”，即在可能的参照物中选择两者关系最容易描述的，或选择使运动描述最为简单的作为参照物；

(3)选取要具有“可转换性”，由于参照物的选择是任意的，所以，被选中的参照物之间应该有某种必然的联系。

选定了参照物后，就可以定性地去描述一个物体的运动。为了定量的描述运动，我们还需要建立参考系(见图 1.1.1)。物理学中，参考系指在参照物的基础上，用以定量测量并记录一个物体的位置、定向以及其他物理属性的坐标系。常见的坐标系有：直角坐标系、极坐标系、自然坐标系等。

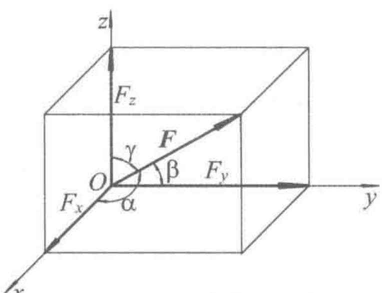


图 1.1.1 直角坐标系

直角坐标系也称为笛卡尔坐标系，是最常用的坐标系。直角坐标系由三个相互垂直的坐标轴 Ox、Oy、Oz 组成，三个方向的基本矢量分别为 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$。有相互关系

$$\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}=\vec{k}\cdot\vec{j}=0 \text{ 和}$$

$$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$$

$$\vec{j}\times\vec{k}=\vec{i}$$

$$\vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$$

人们把满足以上叉乘关系的坐标系称为右手坐标系，一般情况下，我们选择的坐标系都是右手坐标系。

坐标系中，则任一个以坐标原点为起端的矢量均可由基本矢量表示为：

$$\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$$

这里 F_x、F_y、F_z 分别为在三个坐标轴的投影或称为在三个坐标轴方向的分量。

借助于坐标轴和单位矢量，可以把前面关于矢量的运算进一步写为：

$$\vec{A}\pm\vec{B}=(A_x\pm B_x)\vec{i}+(A_y\pm B_y)\vec{j}+(A_z\pm B_z)\vec{k}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

稍微复杂一点是矢量的叉乘，但也可以利用上面的基矢关系得出，两个矢量叉乘的分量表达式：

$$\vec{A}\times\vec{B}=(A_yB_z-A_zB_y)\vec{i}-(A_xB_z-A_zB_x)\vec{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\vec{k}$$

这个式子可以用行列式表达为更简单直观的形式：

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ A_x & B_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

下面再简单介绍一下自然坐标系。

如图 1.1.2 所示，自然坐标系是沿物体的运动轨道建立的坐标系. 在物体运动轨道上任取一点作为坐标原点 O，物体在任意时刻的位置，都可用它到坐标原点 O 的轨迹的长度

来表示。自然坐标系中两个单位矢量定义为:切向单位矢量 $\vec{\tau}$,沿物体所在点的轨道切线方向;法向单位矢量 $\vec{n}$,垂直于在同一点的切向单位矢量而指向曲线的凹侧。这两个单位矢量的方向随物体位置的不同而不同。

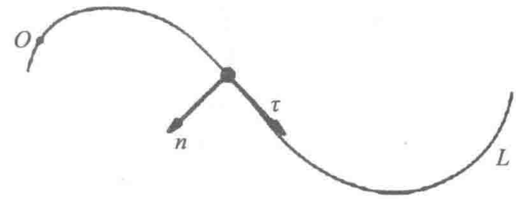


图 1.1.2 自然坐标系

2. 物体的平动

前面已经讨论了矢量以及矢量的基本运算,在物理学中引入矢量的原因非常简单,那就是矢量天然适合于描述物体的运动定律。这些定律决定了运动的性质,而要讨论力学就必须从运动开始。

最简单的运动——机械运动有平动和转动两种基本形式,而其他更复杂的机械运动都可以看作是这两种基本运动形式的合成。

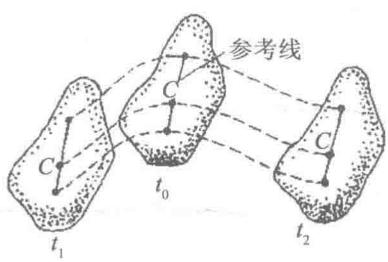


图 1.1.3 物体的平动

平动指物体在运动过程中体内各点的位置没有相对变化的运动(见图 1.1.3),考虑一任意形状物体的运动,在这一物体内任选两点并做连线,那么在物体的运动过程中,在任意时刻 t_1 和 t_2,若这两点的连线都保持彼此平行且大小(连线的长度)相等,则说该物体所做的运动就是平动。也可以选择把时刻——表示物体刚开始运动的那个时刻——的连线定义为参考线,那么此后的任意一个时刻,所做连线与参考线相平行且相等的运动即为平动。这里强调任意两点之间连线在任意时刻保持长度相同的意义在于表明物体没有发生形变。可以看出,当物体做平动时,其体内各点的运动路径(轨迹)完全相同。利用这一点,就可以用物体上任意一点的运动(轨迹)来表示整个物体的运动(轨迹),通过对这一点的运动轨迹描述就可以知道整个物体的运动轨迹。值得指出的是一般选择物体的质心作为"任意一点"的代表来表示物体的平动。

物体平动时,物体内各点的轨迹可以是直线也可以是曲线,若各点的轨迹为直线,则把物体的平动称为直线平动,若为曲线,则称为曲线平动。

3. 物体的转动

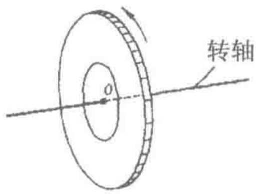
对一物体,若其体内任意两点的连线在运动过程中不再保持时刻平行,则该物体发生了转动。相对于平动,转动是一个比较复杂的运动,这里只研究最简单的转动——物体的每一部分都做圆周运动,具体指物体内的所有的部分或点都绕同一个公共轴做半径恒定的旋转,公共轴称为转动的转轴。这里要注意三点:

(1)转轴可以在物体内部也可以在物体外部,同一个物体可以有不止一个转轴,但对一确定时刻的某一转动而言,转轴只有一个。以地球为例,地球本身要自转,转轴为通过地球北极和南极的地轴;同时,地球还要绕太阳做近似圆周运动的公转,对于公转,转轴则为通过太阳且垂直于太阳和地球所在平面的直线。

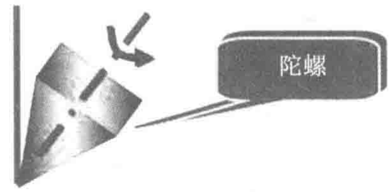
(2)物体各个部分到转轴的距离即为这一部分做圆周运动的半径,这一半径可以取大

于等于零的数，当转轴通过这一部分时，所对应的半径就为0，不同部分的圆周运动的半径可以不同。

(3)转动过程中，一般不考虑物体的形变。转轴相对参考系静止的转动为定轴转动；转轴上只有一点相对参考系静止，转动方向不断变动地转动为定点转动。例如，门的转动是定轴转动，陀螺的转动是非定轴转动。图1.1.4(a)为定轴转动；图1.1.4(b)为定点转动。



(a)



(b)

图1.1.4 物体的转动

物体转动时，物体上各个部分或点的轨迹圆所在的平面叫作转动平面。物体各个部分转动平面相互平行，都垂直于转轴。

4. 物体的一般运动

任何物体所做的复杂运动都可分解为质心的平动和绕质心的转动，如图1.1.5所示，一密度均匀的圆盘在水平面上做无滑动的滚动。

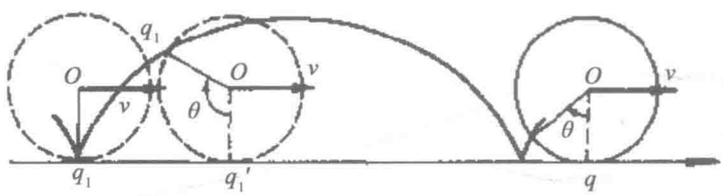


图1.1.5 物体的一般运动

从图中可以看出，除圆盘的中心O沿直线向前移动外，盘上其他各点既向前移动又绕通过圆盘中心O且垂直盘面的轴转动。取圆盘上一点，它在时间内由位置运动到位置的运动可看成是先由位置向前移动到位置；然后绕通过圆盘中心且垂直盘面的轴转过角到达位置，由于圆盘没有形变，所以圆盘上各点向前移动的情况与圆盘中心的运动情况相同，故可用圆盘中心的平动来表示整个盘的平动。

1.2 质点运动的描述

1. 质点

质点是指在运动中可以忽略其线度大小而看作一个点的物体，或者说，它是一个具有质量的点(与几何意义上的点的区别)。质点保留了物体的两个特征：物体的质量和物体的空间位置。

质点是经过科学抽象而形成的理想化的物理模型。把物体当作质点是有条件的、相对的，而不是无条件的、绝对的，要具体情况具体分析。在如下情况时可把运动物理当作质点处理。

(1)物体做平动。此时，物体内各点具有相同的速度和加速度，可把它当作一个质点来

研究其运动，通常把物体的质心当作此质点的位置，认为物体的全部质量都集中在这点上（如汽车在很平的高速公路上，平稳而匀速的行驶等）；

(2)运动物体的尺度比它运动的空间范围小得很多。这时也可把此物体看作质点。例如，在研究地球绕太阳公转时，由于地球至太阳的平均距离约为地球半径的 104 倍，可以忽略地球的大小和转动，当作一个质点处理。

如果所研究的物体不能当作一个质点处理，我们可把运动物体看成若干个质点的集合——质点系。研究了其中每一个质点的运动后，整个物体运动情况也就清楚了。

2. 位置矢量　运动方程　位移

为定量描述物体运动必须先选定参考系，并在参考系上建立一个坐标系。

位置矢量

质点 P 某一时刻在坐标系里所处位置的物理量称位置矢量，简称位矢。例如，在如图 1.2.1 所示的直角坐标系中，质点 P 在坐标系里的位置可用位置矢量表示。

位矢始端于坐标系原点 O，末端与质点 P 在时刻的位置相重合。在时刻 t，P 点的直角坐标(x,y,z)就是位矢 $\vec{r}$ 在 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴上的投影。

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k} \tag{1-1}$$

位矢 $\vec{r}$ 的大小为$|\vec{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

位矢 $\vec{r}$ 的方向由它的方向余弦确定：

$$\cos\alpha=\frac{x}{|\vec{r}|}\quad \cos\beta=\frac{y}{|\vec{r}|}\quad \cos\gamma=\frac{z}{|\vec{r}|},$$

式中，α、β、γ 分别是 $\vec{r}$ 与 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴之间的夹角。

运动方程

质点相对参考系运动时，其位矢是随时间 t 变化的（见图 1.2.2），且是单值连续函数，就是说质点在同一个时刻只能位于空间的一个固体的位置：

$$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k} \tag{1-2}$$

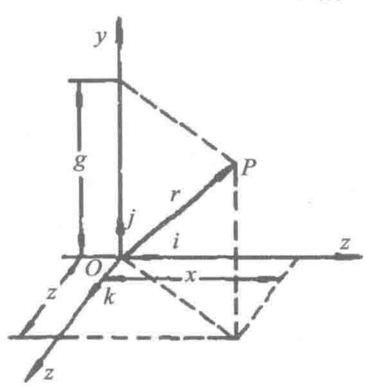


图 1.2.1　位置矢量

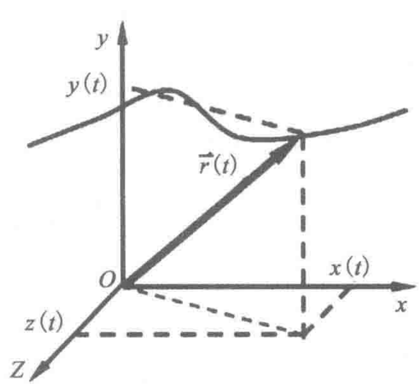


图 1.2.2　运动方程

写成分量式，有：

$$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases} \tag{1-3}$$

式(1-2)、式(1-3)从数学上确定了质点相对参考系的位置随时间变化的关系，称为质点运动方程。其中式(1-2)是质点运动方程的矢量表示式，式(1-3)称为分量式或标量式，有时也叫作参数式。这是因为从分量式中消去参数便得到了质点在某一段时间内运动的轨迹方程 $f(x,y,z)=0$。

运动学的重要任务之一就是要找出各种具体运动所遵循的运动方程。

位移

如图 1.2.3 所示，质点沿曲线运动，时刻在位置 A，时刻到达位置 B，在时间间隔(从到时间段)内，质点的位置发生变化(从 A 点变化到 B 点)，质点相对于原点 O 的位矢由 A 点变化到 B 点。在该时间间隔内的位置矢量的增量即为质点在该时间内的位移矢量，简称位移，位移可用由 A 向 B 所做的矢量$\overrightarrow{AB}$表示。其大小为 A 点与 B 点间的直线距离，方向由起点 A 指向末点 B。根据定义及矢量运算法则有：

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j} \tag{1-4}$$

上式表明，当质点在平面上运动时，它的位移等于在轴和轴上的位移的矢量和，如图 1.2.4 所示。

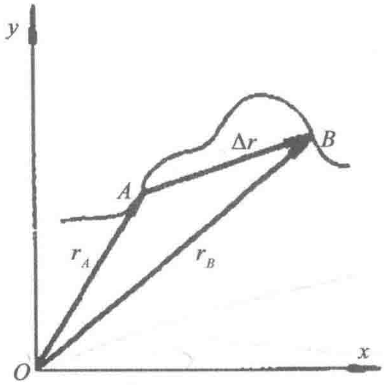


图 1.2.3　位移

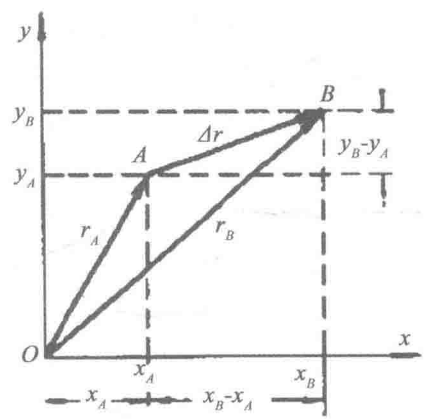


图 1.2.4　位移的分量

把式(1-4)推广到三维空间，则有：

$$\Delta\vec{r}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}+(z_B-z_A)\vec{k}=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{k}+\Delta z\vec{k}$$

其大小为$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2}$，方向可以由其与三个坐标轴的夹角来表示。类似于在位矢中的讨论，设定位移矢量与三个坐标轴的夹角分别为 α、β、γ，则有三个方向余弦关系：

$$\cos\alpha=\frac{\Delta x}{|\Delta\vec{r}|},\cos\beta=\frac{\Delta y}{|\Delta\vec{r}|},\cos\gamma=\frac{\Delta z}{|\Delta\vec{r}|}$$

位移是描述质点位置变化的物理量，它只表示位置变化的实际效果，并不代表质点所经历的实际路程。在图 1.2.3 中，曲线所示的路径是质点实际运动的轨迹，轨迹的长度为质点所经历的路程，而位移则是 $\Delta\vec{r}$。当质点经一闭合路径回到原来的起始位置时，位移为零，而路程却不为零。所以，质点的位移和路程是两个完全不同的概念。位移与路程的差别在根本上是矢量与标量的差别。

另外，位移的大小$|\Delta\vec{r}|$与位置矢量大小的增量 Δr 一般不相等。设时间 Δt 内位置矢

量的大小增量为 Δr，则 $\Delta r=|\vec{r}_B|-|\vec{r}_A|$。

在任一个物理量 A 前面写符号 Δ，形成 ΔA 的形式，表示物理量 A 的末值和初值的差，$\Delta A=A_{finish}-A_{\text{initia}}$。上面的讨论可以整理为：

(1) $|\Delta\vec{r}|=|\vec{r}_B-\vec{r}_A|$，表示位移的大小，具体过程上先求矢量的差值，再求矢量差的大小(模)，

(2) $\Delta\vec{r}=|\vec{r}_B|-|\vec{r}_A|$，表示两个标量的差值，具体过程上先求矢量的模，再求模的差值。可以看到这两种计算结果虽然都是标量，但两者的物理意义和数学过程却完全不同的，计算结果一般也不相同。

【练习】 在什么情况下，质点的位移大小等于其路程？

3. 速度

平均速度

如图 1.2.5 所示，质点在 Δt 时间内的位移为：

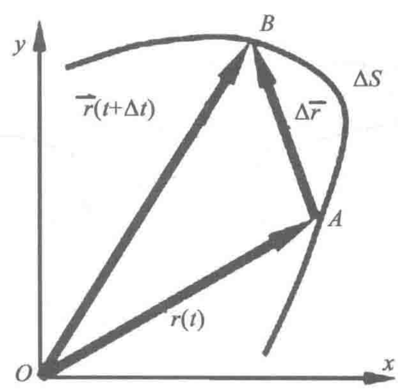


图 1.2.5 速度的描述

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)$$

则质点在这段时间内质点的平均速度定义为位移与发生这个位移 $\Delta\vec{r}$ 所经历时间 Δt 的比值，用 $\bar{v}$ 表示(通常我们在一个物理量的上面画一横线来表示这个物理量的平均值)：

$$\bar{v}=\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta T}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

平均速度可进一步写成：

$$\bar{v}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j}=\bar{v}_x\vec{i}+\bar{v}_y\vec{j}$$

平均速度是矢量，其方向与位移 $\Delta\vec{r}$ 的方向相同，其大小为 $|\bar{v}|=\left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|$。

平均速度表示在时间 Δt 内位置矢量随时间 $\vec{r}(t)$ 的平均变化率，它只能对时间 Δt 内质点位置随时间变化的情况进行粗略的描速。与平均速度相对应的一个概念是平均速率，它的定义为一段时间内行径的路程与时间的比值 $\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$，很明显，平均速度是一个标量。

【练习】 平均速度与平均速率的关系如何？什么情况下两者相等？

瞬时速度

为了精确描述质点的运动状态，我们需要知道物体的瞬时速度。瞬时速度也叫作速度，是平均速度在 $\Delta t \to 0$ 时的极限值，用 $\vec{v}$ 表示：

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt} \tag{1-6}$$

从上式可知，速度等于位置矢量对时间的一阶导数。只要知道质点运动方程的矢量表达式 $\vec{r}=\vec{r}(t)$，就可以求出质点的速度。

对于三维直角坐标来说，因 $\Delta\vec{r}=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}+\Delta z\vec{k}$，速度可以表示为：

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k} \tag{1-7}$$

v_x、v_y、v_z 分别表示速度 $\vec{v}$ 在坐标轴 x、y 轴、z 轴上的投影。

$$\left.\begin{aligned} v_x&=\frac{dx}{dt}\\ v_y&=\frac{dy}{dt}\\ v_z&=\frac{dz}{dt}\end{aligned}\right\} \tag{1-8}$$

即速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影，等于质点对应该轴的坐标对时间的一阶导数。

速度的大小为：

$$v=|\vec{v}|=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2+{v_z}^2}$$

速度的方向表示为：

$$\cos\alpha=\frac{v_x}{|\vec{v}|}\qquad \cos\beta=\frac{v_y}{|\vec{v}|}\qquad \cos\gamma=\frac{v_z}{|\vec{v}|}$$

式中 α、β、γ 分别是 $\vec{v}$ 与 O_x 轴、O_y 轴和 O_z 轴之间的夹角。

速度是矢量，其大小反映了 t 时刻质点运动的快慢；其方向就是 t 时刻质点运动的方向，即该时刻质点所在位置点轨迹的切线方向，指向运动的前方。从前面对自然坐标系的描述可以知道，在自然坐标系中表示质点速度是非常简单的，因为无论质点处在什么位置，速度都只有切向分量，而没有法向分量。

速度的大小称为速率，可用 v 或 $|\vec{v}|$ 表示，$v=\dfrac{|d\vec{r}|}{dt}$。

【练习】 为什么速度的方向沿着曲线的切线方向？

例 1.1 设质点的运动方程为 $\begin{cases}x(t)=2\sin 5t,\\ y(t)=2\cos 5t;\end{cases}$

求：①质点的轨道方程；

②任意时刻的位矢；

③任意时刻的速度矢量和速度大小。

解 ①消去运动方程中时间，得轨道方程为：

$$x^2+y^2=2^2$$

②$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}=2\sin 5t\vec{i}+2\cos 5t\vec{j}$；

③$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=10\cos 5t\vec{i}-10\sin 5t\vec{j}$；

$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=10(\mathrm{m/s})$。

例 1.2 设质点的运动方程为 $\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}$，其中 $x(t)=t+2, y(t)=\frac{1}{4}t^2+2$。

求：①$t=3\mathrm{s}$ 时的速度；

②做出质点的运动轨迹图。

解 ①由题意可得速度在 x、y 轴上的投影分别为：

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=1, v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}t$$

$t=3\mathrm{s}$ 时速度为 $\vec{v}=\vec{i}+1.5\vec{j}$。

速度 $\vec{v}$ 与 x 轴之间的夹角：

$$\theta=\arctan\frac{1.5}{1}=56.3^\circ$$

②运动方程：

$$x(t)=t+2$$

$$y(t)=\frac{1}{4}t^2+2$$

运动方程消去参数可得轨迹方程为：

$$y=\frac{1}{4}x^2-x+3$$

质点的运动轨迹，如图 1.2.6 所示。

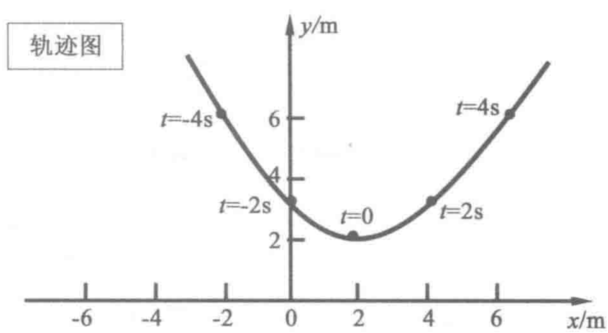


图 1.2.6 例 1.2 图

4. 加速度

质点运动时，它的速度大小和方向都可能随时间变化，加速度是描述速度变化快慢的物理量。

平均加速度

质点在从 A 位置到 B 位置的运动过程，速度由 $\vec{v}_A$ 变化为 $\vec{v}_B$，增量 $\Delta\vec{v}$(见图 1.2.7)与其所经历的时间 Δt 之比，称为这段时间内质点的平均加速度，用

$$\bar{a}=\frac{\vec{v}(t+\Delta t)+\vec{v}(t)}{\Delta t}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{1-9}$$

表示。

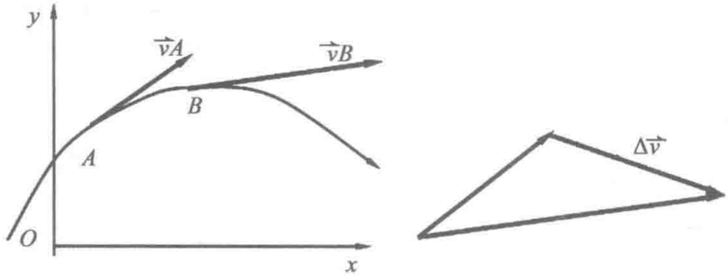


图 1.2.7　加速度

平均加速度是矢量,表示在时间 Δt 内速度 $\vec{v}(t)$ 随时间的平均变化率。其方向与速度增量 $\Delta\vec{v}$ 的方向相同,其大小为 $|\bar{\vec{a}}|=\left|\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|$。

和平均速度只能粗略描述质点的位移类似,平均加速度只能对 Δt 时间内质点速度变化的情况进行粗略的描速。

瞬时加速度

为了精确描述质点速度的变化,还需要引入瞬时加速度的概念。将速度发生变化的时间 Δt 无限减小,并当 $\Delta t\to 0$ 时,平均加速度的极限值叫作瞬时加速度(简称加速度),用 $\vec{a}$ 表示,即

$$\vec{a}=\lim\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}}{dt}\tag{1-10}$$

因 $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$,加速度也可表示为:

$$\vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\tag{1-11}$$

所以加速度等于速度对时间的一阶导数,或位置矢量对时间的二阶导数。只要知道质点的 $\vec{v}=\vec{v}(t)$ 或 $\vec{r}=\vec{r}(t)$,就可以求出质点的加速度。

根据加速度定义可得:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}+\frac{dv_z}{dt}\vec{k}\tag{1-12}$$

$$\vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}\tag{1-13}$$

用 a_x、a_y、a_z 分别表示加速度 $\vec{a}$ 在坐标 x 轴、y 轴、z 轴上的投影,则有:

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\tag{1-14}$$

比较式(1-12)~式(1-14),可得:

$$\left.\begin{aligned}a_x&=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt}\\a_y&=\frac{dv_y}{dt}=\frac{d^2y}{dt}\\a_z&=\frac{dv_z}{dt}=\frac{d^2z}{dt^2}\end{aligned}\right\}\tag{1-15}$$

即加速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影,等于速度沿同一直角坐标轴的投影对时间的一阶导数,或质点对应该轴的坐标对时间的二阶导数。