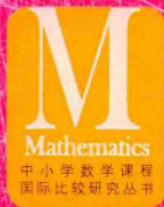


上海文化发展基金会图书出版专项基金资助项目



基础教育阶段数学课程标准 数与代数内容的国际比较研究

JICHU JIAOYU JIEDUAN SHUXUE KECHENG BIAOZHUN
SHU YU DAISHU NEIRONG DE GUOJI BIJIAO YANJIU

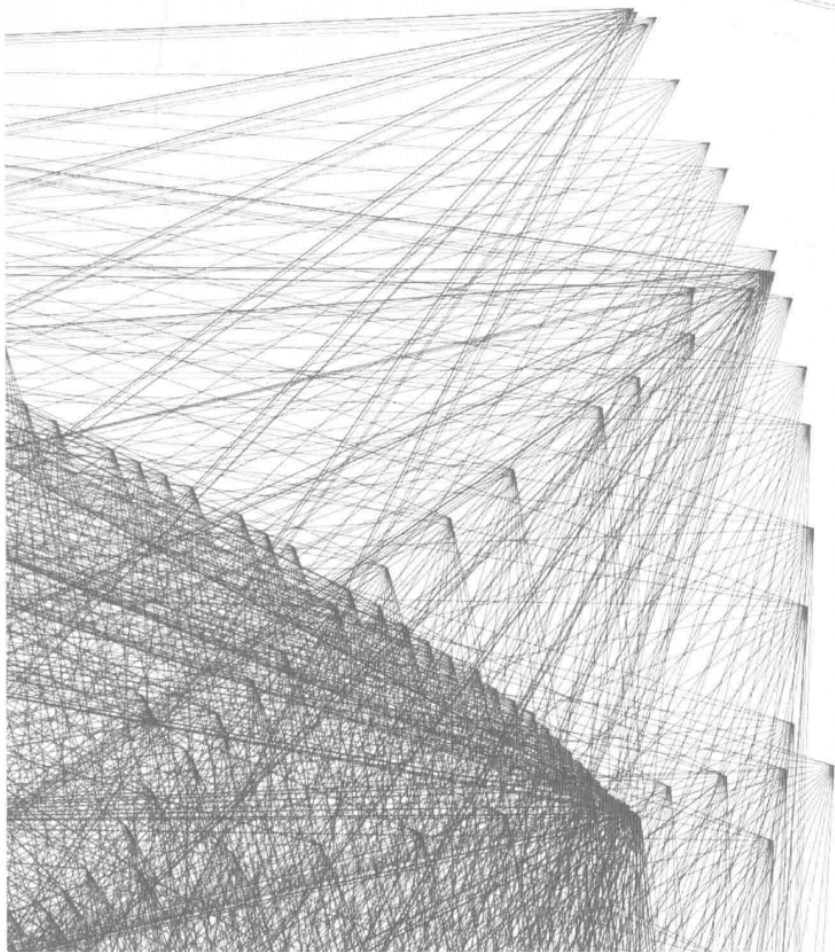
曹一鸣 / 丛书主编
严虹 / 著



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

上海文化发展基金会图书出版专项基金资助项目

M
Mathematics
中小学数学课程
国际比较研究丛书



基础教育阶段数学课程标准 数与代数内容的国际比较研究

JICHU JIAOYU JIEDUAN SHUXUE KECHENG BIAOZHUN
SHU YU DAISHU NEIRONG DE GUOJI BIJIAO YANJIU

曹一鸣 / 丛书主编
严虹 / 著



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

基础教育阶段数学课程标准数与代数内容的国际比较研究

/ 严虹著. —上海:上海教育出版社,2017.5

ISBN 978-7-5444-7546-4

I.①基... II.①严... III.①数学课—教学研究—中小学

IV.①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第102858号

策划编辑 刘祖希

责任编辑 曲春蕊

封面设计 王捷

中小学数学课程国际比较研究丛书

基础教育阶段数学课程标准数与代数内容的
国际比较研究

曹一鸣 丛书主编

严虹 著

出版 上海世纪出版股份有限公司
上海教育出版社
官网 www.seph.com.cn
易文网 www.ewen.co

地址 上海市永福路123号

邮编 200031

发行 上海世纪出版股份有限公司发行中心

印刷 苏州望电印刷有限公司

开本 700×1000 1/16 印张 27.5 插页 3

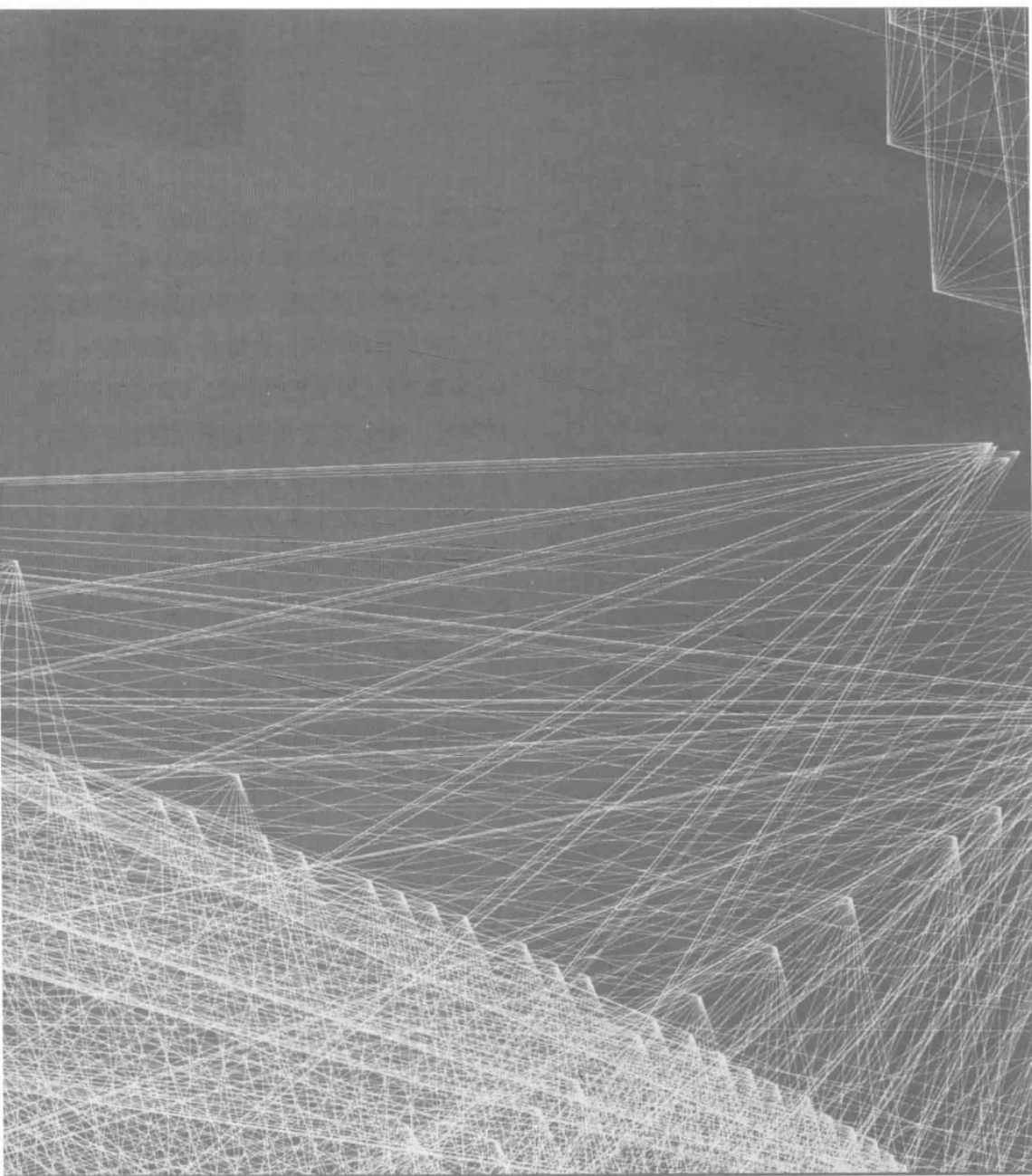
版次 2017年5月第1版

印次 2017年5月第1次印刷

书号 ISBN 978-7-5444-7546-4/G·6210

定价 68.00元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)





上海文化发展基金会图书出版专项基金资助项目

顾 问 史宁中 宋乃庆

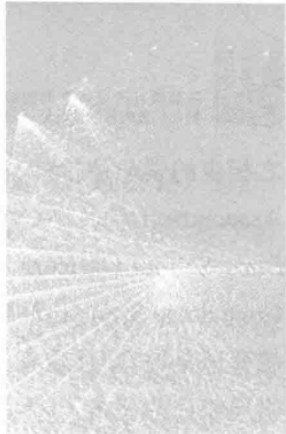
主 编 曹一鸣

学术委员会 (按姓氏拼音或字母排序)

鲍建生 戴维·克拉克 (David Clarke) [澳]
代 钦 保罗·科布 (Paul Cobb) [美]
李忠如 若尔特·拉维查 (Zsolt Lavicza) [英]
王光明 弗里肖夫·萨尔斯特伦 (Fritjof Sahlström) [芬]
铃木正彦 (Suzuki Masahiko) [日]

编委会 (按姓氏拼音排序)

康玥媛 李欣莲 马迎秋 邵珍红 王建波
吴立宝 严 虹 于国文 张玉环



丛书序

经济的发展,社会的进步,越来越依赖于科学技术,而人力资源已成为其中的决定性因素,教育受到重视应该是一个必然的结果。应对时代发展的需求,世界各国从不同层面上加大了投入,开展教育改革。教育部在全国基础教育课程改革实验工作会议中指出:“综观中外教育改革,无不把课程改革放在突出位置,把课程作为提高人才培养质量的关键来加以改革和建设。”

数学学科一直是各国基础教育课程中的核心学科,当然也是各国历次课程改革的重心。进入 21 世纪,诸多国家纷纷出台全国性的数学课程标准或国家层面的课程改革政策文件。我国教育部于 2001 年 7 月颁布了《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,2003 年 3 月颁布了《普通高中数学课程标准(实验)》,2011 年 12 月颁布了《义务教育数学课程标准(2011 年版)》,目前全国普通高中数学课程标准也正在修订之中。

美国也相继出台了有关基础教育课程改革的一系列法案政策。早在 1989 年,美国科学促进会(American Association for the Advancement of Science,简称 AAAS)就出台了面向 21 世纪的基础教育改革计划——《普及科学——美国 2061 计划》。以乔治·布什为领导的共和党政府于 1991 年签发了指导美国基础教育的纲领性文件《美国 2000 年:教育战略》。以克林顿为领导的民主党政府于 1994 年签署了《2000 年目标:美国教育法》以及 1997 年的国情咨文。2001 年,小布什政府制定了《不让一个孩子掉队》(No Child Left Behind,简称 NCLB)的教育改革计划。这些政策文件都反映出基础教育课程改革在美国的重要程度。2000 年,由“全美数学教师协会(National Council of Teachers of Mathematics,简称为 NCTM)”颁布了已准备十年之久的《数学课程标准》,并向全国推荐实施。2009 年 7 月,奥巴马政府制定了“力争上游”(Race - to - the - top)项目,以促进各州的基础教育课程改革,其中一项内容就是各州联合制定并使用统一的 K - 12 标准和与



之相应的学业评价标准,并于2010年6月,由全美州长协会(National Governors Association,简称NGA)与美国各州首席学校官员理事会(The Council of Chief State School Officers,简称CCSSO)联合推出了《共同核心州数学标准》(Common Core State Standards for Mathematics)。在英国,1997年布莱尔政府强调“教育、教育还是教育”是政府工作重心之一,对课程进行了改革。1999年,英国课程与资格局修订并公布了《英国国家课程标准》。2005年、2006年英国又相继颁布了最新《小学、初中英国国家课程标准》及《高中英国国家课程标准》。澳大利亚也于2010年颁布了澳洲《全国统一数学课程标准》,并已于2011年开始推广,这也是澳大利亚第一个全国性的课程标准,并且逐步开始编制与课程标准相配套的教材。

21世纪初启动的数学课程改革,至今已有十多年,新一轮的数学课程改革也已经拉开帷幕。当今社会,对公民数学素养的要求越来越高,越来越多样化,数学课程的改革面临着从数学内容的选择到呈现方式、教学方式、评价标准等多方面的改革。视角的不同,往往会得出不同的结论,因此改革必须谨慎,必须从多种不同的视角展开深入的研究。纵观国际课程改革历史与经验教训,一个现实问题是,改革作为对现实的改进和对理想的追求,其本身并不一定必然导致进步,世界诸国在对每一次教育与课程发展中的“问题”或“不适”进行改革时,总是成功与失败并存,当人们满怀激情地解决了一些问题的同时,新的问题又产生了,有时甚至一些理想中改革的“亮点”,最终却成为最大的败笔。

因此,在研制课程改革方案以前,应做大量的研究工作,既要广泛听取数学家的意见,又要大量吸收数学教育专家的研究成果以及一线教师、教研员宝贵的实践经验。既要研究我国自身数学课程改革的历史和特点,又要深入研究国际数学课程的发展,了解世界各国数学课程的变化、最新进展,以国际的视野,通过对比来审视本国的数学课程,传承本国数学课程中所特有的优良传统,紧随21世纪信息科技型社会的发展步伐,与时俱进地发展、更新知识,提出新要求。

自2006年起,我们从学习者的视角来进行中学数学课堂教学微观分析,系统地开始数学教育的国际比较研究。2011年,在相关国际合作研究的基础上,选择了亚洲的日本、韩国与新加坡,欧洲的英国、法国、德国、俄罗斯、芬兰与荷兰,美洲的美国与加拿大,大洋洲的澳大利亚,非洲的南非等13个国家的数学课程标准进行研究。相继出版了《十三国数学课程标准评介(小学、初中卷)》和《十三国数学课程标准评介(高中卷)》,成功申报教育部人文社科基金规划项目“高中数学课程标准的国际比较研究”以及国家哲学社会科学基金“十二五”规划2012年教育学重点课题“中小学理科教材国际比较研究(初中数学)”,开展对中国、美国、澳大利亚、英

国、法国、德国、俄罗斯、日本、韩国、新加坡等国数学教材的国际比较研究。为此，国际研究的视角从开始的数学课堂教学比较，逐步延伸到数学课程标准、数学教材、数学学业评价等方面。

通过以上诸项目的研究，进一步加强了与国际数学教育研究者的联系，与美国范德堡大学、澳大利亚墨尔本大学、英国剑桥大学、英国国王学院建立实质性的合作研究，成功联合申报一系列国际合作研究项目。研究团队分别在《教育研究》《中国教育学刊》《比较教育研究》《课程·教材·教法》《外国中小学教育》《教育科学研究》《数学教育学报》《数学通报》等杂志发表了一系列的相关研究论文。多位博士研究生基于比较的视角，从数学课程标准、数学教材、数学教学等方面开展了国际比较的研究，完成学位论文。我们一直有一个想法，希望能够整体发布、出版。去年的下半年，上海教育出版社刘祖希编辑来北京师范大学和我探讨交流数学教育研究发展问题，他主动提到上海教育出版社愿为数学教育界青年学者的成长提供支持，可以以我们团队的研究为基础，同时关注到国内其他青年学者，联合全国数学教育研究会，开展优秀博士论文评选资助出版，计划在“十三五(2016—2020)”期间陆续出版10册左右的中小学数学课程标准、教材、课堂教学的国际比较研究著作，这一想法很快得到了上海教育出版社王耀东副总编的大力支持，列入资助出版计划。

本选题作为国内第一套较为系统的数学课程领域国际比较研究丛书，其意义在于能为国内数学课程改革、国际数学课程比较研究、数学课程理论学科发展这三个方面起到推进作用。

1. 推动我国数学课程改革的理论研究和实践探索

课程标准成为指导教材编写、教师教学、学生考试评价等工作的重要依据。课程标准的出现及修订直接牵动着课程改革的方方面面，进而又影响着整个基础教育改革。因此，课程标准有着举足轻重的作用，对课程标准的研究还需要进一步的探索。关于数学课程标准的比较研究，旨在为基础教育数学职前教师、一线教师、在职培训教师、学校和地方的数学课程和教学负责人、教研员、教师教育的培训者、课程标准和教材的决策者和制定者，以及广大关注国际数学教育、关注数学课程改革的数学家、数学教育家、数学教育研究人员提供广阔的国际视野，了解更多国家的数学课程内容；同时，也为我国进一步发展和完善数学课程标准与教材编写提供重要的参考和借鉴价值，服务于我国的基础教育课程改革实践，进一步推动课程改革的理论研究和实践探索，为我国的数学课程改革铺路架桥。

2. 立足本土、借鉴国际

在课程改革理论研究和实践探索的过程中，离不开借鉴别国的经验。其他国



家数学课程变迁中积累的经验、制胜的优势和存在的问题都是在课程改革的过程中沉淀的宝贵财富,无疑对我国的数学课程改革大有裨益,值得我们扬长避短、学习借鉴。本研究旨在用国际的视野看各国的数学课程,以全球的意识思考我国的数学课程,立足本土、借鉴国际,继承与发展我国数学课程。

3. 探寻国际中小学数学课程标准的异同

研究数学课程国际比较的目的,是为了通过国际比较,揭示当前世界中小学数学课程中存在的一些共性与差异,借鉴别国的课程改革经验,取他人之长,促进我国的课程改革与发展;认识各国数学课程之间的普遍联系与差异,揭示隐藏在课程内部的本质性规律;促进国际数学课程的比较研究,加深各国之间的理解和交流,推动我国数学教育研究的发展。

该套丛书的出版希望能够为有志于研习数学教育理论,全面提高数学教学、科研水平,拓展国际视野的中小学教师、教研员、本科生、研究生提供有力的帮助。

北京师范大学数学科学学院教授
全国数学教育研究会理事长

2016年6月



前 言

在当前全面深化课程改革的大背景下,针对基础教育阶段(小学—初中—高中)现行数学课程标准文本,进行数与代数内容的国际比较研究,具有重要的理论意义和实践价值。本书创立课程内容分析模型,确定理论框架,并且开发研究工具,分别就主题、认知、能力三个维度,以1~12年级纵向和小学、初中、高中三个阶段横向两条线索进行网状立体分析,同时兼顾了对主题与认知融合、主题与能力协调情况的探讨。综合考虑地理位置、经济状况、文化背景、数学教育背景,在全球范围内选取了六个样本国家(澳大利亚、中国、英国、新加坡、美国、南非),就数与代数内容设置情况进行比较研究。主要研究结论如下:

1. 知识主题纵向设置

知识单元分布情况:各国数与代数内容条目数量悬殊。其中,内容条目最多的课程共计261条,内容条目最少的课程共计138条,相差近1倍。综合六国情况,“数与运算”知识单元所占比重最大,“数列”所占比重最小。

知识主题设置情况:以“数与运算”单元为例,六国对于下设20个知识主题的覆盖程度较高。总体而言,六国知识主题最早开始年级比较一致,最晚结束年级则差异较大;在“年级(或阶段)间连续”所占比重最大,中国是唯一没有出现“年级(或阶段)间中断”的国家;六国知识主题出现的逻辑顺序基本一致。

2. 知识主题阶段设置

知识单元阶段设置:六国对于“数与运算”单元重视程度最高,在小学、初中、高中阶段均有覆盖。综合六国情况,“数与运算”内容条目数量在“小学—初中—高中”呈递减趋势;“比与比例”“代数思维”呈“凸”形变化趋势;“方程与不等式”在初中、高中数量较多;“数列”在高中数量较多;“函数”主要设置在初中、高中阶段。

根据内容设置参考模型,知识单元设置的逻辑结构为:数与运算,代数思维(1年级)→其他(4年级)→比与比例(5年级)→方程与不等式(6年级)→函数(7年



级)→数列(10 年级)。

3. 认知要求纵向设置

六国认知要求差异较大。澳大利亚精通程度线索分为 4 个层次;中国义务教育阶段结果目标分为 4 个层次,高中阶段“知识与技能”目标则分为 3 个层次;英国课程目标分为 3 个层次;新加坡没有明确划分,但是在数学框架“过程”成分中有所涉及;美国提出 8 条数学实践标准;南非提出 4 个水平的认知要求以供评估。

以“数与运算”单元为例,基于统一编码认知要求理论框架,六国主要分布在“知道事实、定义、公式”“应用并理解知识”层面,“推理”所占比重最小。

4. 认知要求阶段设置

以“数与运算”单元为例,在小学阶段,主要分布在 1 水平认知要求;在初中、高中阶段,主要分布在 1 水平和 2 水平。综合六国情况,1 水平在“小学—初中—高中”所占比重逐渐减小,2 水平所占比重呈“凸”形趋势,3 水平所占比重逐渐增大。

5. 主题与认知的融合情况

绘制“主题·认知”设置参考模型,按照重视程度分为四类情况,以“数与运算”单元为例,我国与参考模型要求基本吻合的知识主题:自然数运算性质,复数与运算,估计数量和大小;要求较高的知识主题:整数与运算,实数与运算,自然数意义,估算,近似值和有效数字,估计数量和大小;其余知识主题则要求较低。

6. 能力要求设置情况

澳大利亚没有专门提出“数学能力”,而是提出跨学科的“一般能力”;中国倾向于“数学思维能力”,并提出“发现和提出数学问题的能力”;英国没有专门提及“数学能力”,课程目标中涉及数学能力成分;新加坡在“数学框架”中提及“数学能力”,是六国中唯一涉及“数学元能力”的国家;美国没有专门提及“数学能力”,其“数学实践标准”中涉及数学能力成分;南非侧重于“数学技能”。

7. 主题与能力的协调情况

主题与能力协调程度分为三类基本情况:课程设计中明确提出“能力要求”,逐一匹配知识主题,代表国家为澳大利亚;课程设计中提出“能力要求”,渗透部分知识主题,代表国家为中国、新加坡、美国;课程设计中没有明确提出“能力要求”,与知识主题相关程度较弱,代表国家为英国、南非。

以上基于事实陈述的主要研究结论为我国整个基础教育阶段数与代数课程内容的设置(宏观层面课程的整体性和连贯性,中观层面知识单元的统筹,微观层面知识主题的选择和组织)提供了一定客观的启示和借鉴。

严虹

2017 年 2 月

目 录



第一章 绪论	1
第一节 研究背景	1
第二节 国内外研究综述	3
第三节 研究的问题及意义	18
第二章 研究设计	23
第一节 研究对象与内容	23
第二节 核心概念界定	31
第三节 理论基础与理论分析框架	38
第四节 研究方法、工具与思路	50
第三章 六国数与代数内容的比较研究(一): 主题维度	56
第一节 六国数学课程内容设置概况	56
第二节 数与代数内容知识主题的纵向设置	79
第三节 数与代数内容知识主题的阶段设置	164
第四章 六国数与代数内容的比较研究(二): 认知维度	228
第一节 六国数学课程内容认知要求概况	228
第二节 数与代数内容认知要求的纵向设置	241
第三节 数与代数内容认知要求的阶段设置	278
第四节 数与代数内容知识主题与认知要求的融合情况	319



第五章 六国数与代数内容的比较研究(三): 能力维度	328
第一节 六国数学课程内容能力要求概况	328
第二节 数与代数内容能力要求的分布情况	335
第三节 数与代数内容知识主题与能力要求的协调情况	344
第六章 主要研究结论	347
第一节 主题维度的主要研究结论	347
第二节 认知维度的主要研究结论	368
第三节 能力维度的主要研究结论	376
第七章 基于主要研究结论的思考与启示	380
第一节 关于数学课程整体设置的思考与启示	380
第二节 关于知识单元内容分布的思考与启示	381
第三节 关于知识主题内容设置的思考与启示	382
第八章 研究的创新与不足	387
第一节 研究的创新之处	387
第二节 研究的不足之处	389
第三节 研究展望	390
附录	391
附录 1 数与代数内容知识单元理论分析框架及编码体系	391
附录 2 课程内容分析编码表(样表)	395
附录 3 课程内容条目统计表(样表)	396
附录 4 内容设置参考模型绘制步骤	396
附录 5 数学课程认知要求理论分析框架及编码体系	399
附录 6 数学课程认知要求理论分析框架与澳大利亚数学课程内容 对应表	403
附录 7 数学课程认知要求理论分析框架与中国数学课程内容 对应表	406

附录 8	数学课程认知要求理论分析框架与英国数学课程内容 对应表	412
附录 9	数学课程认知要求理论分析框架与新加坡数学课程内容 对应表	415
附录 10	数学课程认知要求理论分析框架与美国数学课程内容 对应表	418
附录 11	数学课程认知要求理论分析框架与南非数学课程内容 对应表	421
附录 12	加权认知追踪图绘制步骤	424
附录 13	认知要求设置参考模型绘制步骤	424
后记		427

第一章 / 绪论



第一节 研究背景

继我国教育部 2001 年颁布《基础教育课程改革纲要(试行)》、2010 年颁布《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2010 年)》之后,2014 年发布了《关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》(以下简称《意见》),其中指出:“课程改革面临新的挑战”“当前,中小学课程改革整体规划、协同推进不够”“中小学课程目标有机衔接不够,部分学科内容交叉重复”^[1]。

对于此次《意见》的整体思路,教育部基础教育二司进行了相关解读,将在改进和完善已有措施的基础上提出三项重点措施:“研制学业质量标准,完善现行课程标准”“研制学生发展核心素养体系”“加强相关学科课程标准、教材纵向衔接和横向配合”^[2]。由此可见,伴随着全球化课程改革运动的潮流,我国近年来日益重视“课程”这一概念;然而,随着课程改革更新更高要求的提出,全面深化我国的课程改革势在必行。其中,我国基础教育阶段(从小学 1 年级到整个高中阶段)课程内容设置的整体性研究能够有效解决“衔接不够”避免“内容交叉重复”等《意见》中所关注的问题,从而达到加强相关学科课程“纵向衔接”的作用。

“国家课程标准是教材编写、教学、评估和考试命题的依据。”^[3]可见,基于国

[1] 中华人民共和国教育部. 关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见 [EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A26/s7054/201404/t20140408_167226.html, 2014-04-08/2014-09-12.

[2] 樊未晨. 教育部全面深化课程改革[N]. 中国青年报, 2014-04-25(6).

[3] 中华人民共和国教育部. 基础教育课程改革纲要(试行)[Z]. 2001.



家层面发布的课程标准具有官方性和权威性。国际教育成就评估协会(International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 简称 IEA)组织的第二次国际数学研究项目,首次提出了课程的三种层次:社会应该教授的课程(期望课程),课堂上真实讲授的课程(实施课程)和学生所学习到的课程(获得课程)。其中,处于课程结构体系上位的期望课程陈述了社会教学的目标^[1]。由此可见,对于具有官方性质课程标准的研究,在我国全面深化课程改革的今天具有非常重要的意义和价值。

在当前我国全面深化课程改革的大背景下,对于历来是基础教育阶段核心学科之一的数学学科而言,教育部分别于 2001 年、2003 年颁布了《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》《普通高中数学课程标准(实验)》;经过了 10 年的基础教育课程实践,又于 2012 年颁布了《义务教育数学课程标准(2011 年版)》。2014 年 4 月 24 日,教育部召开了“全面深化课程改革促进学生全面发展健康成长”新闻发布会,公布了将在总体设计的基础上,先行启动普通高中课程修订工作^[2]。这也意味着我国高中数学课程标准的修订工作正式启动。

恩格斯曾说过,数学是研究数量关系和空间形式的科学。随着数学科学的发展,数学已经远不止于研究“数量关系”和“空间形式”。然而,经过由古至今的漫长发展,数学科学研究内容却仍然是围绕着“数”和“形”这两个核心概念不断发展并衍生的。

“数”是数学中最基本的概念之一。纵观数学发展历史,人类对“数”概念的认识可以追溯到远古时期,从最初对“数”蒙眬的感觉,到认识事物的单位性,抽象出数字 1、2、3……一直到近现代对四元数等的研究,“数”概念的发展贯穿人类文明发展史。

“代数”是数学中用以研究数的关系、性质和运算法则的分支学科。“以公元 17 世纪作为分水岭,之前的代数学是指用字母代表一般的数,之后大体上形成了现代的代数符号体系。”^[3]“代数”是数学科学中最重要的分支之一。

[1] Martin M O, Kelly D L. Third International Mathematics and Science Study (Technical Report Volume I: Design and Development)[EB/OL]. <http://timssandpirls.bc.edu/timss1995i/TIMSSPublications.html>, 1996/2014-09-12.

[2] 樊未晨. 教育部先行启动普通高中课程修订[N]. 中国青年报, 2014-04-25(6).

[3] 《数学辞海》编辑委员会. 数学辞海·第一卷[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2002: 8.

一直以来,数与代数内容都是整个基础教育阶段数学课程的重要内容之一,“数”“形”的概念伴随着人类文明的发展而发展,“代数”则是常量数学与变量数学的分水岭。对数与代数课程内容的研究也就成为历来数学课程内容研究的重点和热点问题。经济全球化的发展也相应地促进了教育国际化格局的形成,使之成为国际教育发展的重点和趋势。

综上所述,结合我国基础教育阶段数学课程标准分为义务教育阶段和普通高中两个文本的实际情况,两者之间在课程内容的选择和组织上有何特征?是否存在一定程度上“衔接不够”“交叉重复”?进行基础教育阶段国家层面数学课程标准的国际比较研究,可以较为有效地审视这些问题,并找到解决的一些思路和方法。

第二节 国内外研究综述

一、国内文献综述

通过广泛查阅近十年来国内与本研究相关的学术论文、学位论文、学术论著等,现将目前国内主要研究梳理如下。

(一) 关于数学课程标准的比较研究

数学课程标准的比较研究,主要围绕数学课程标准(期望课程层面)和数学教材(实施课程层面)进行分析和比较。其中,针对数学课程标准这一官方文件,相关文献主要集中在以下方面。

1. 国内外数学课程标准述评

学者曹一鸣(2012,2013)选择了13个国家(澳大利亚、加拿大、芬兰、法国、德国、日本、韩国、荷兰、俄罗斯、新加坡、南非、英国、美国),将各国现行数学课程标准文本作为研究对象,从数学课程标准的产生背景、概述、内容要求等方面进行了评价和介绍^[1,2]。在此基础上,引领国内不少学者针对其中部分国家现行数学课程

[1] 曹一鸣.十三国数学课程标准评介(小学、初中卷)[M].北京:北京师范大学出版社,2012.

[2] 曹一鸣,代钦,王光明.十三国数学课程标准评介(高中卷)[M].北京:北京师范大学出版社,2013.