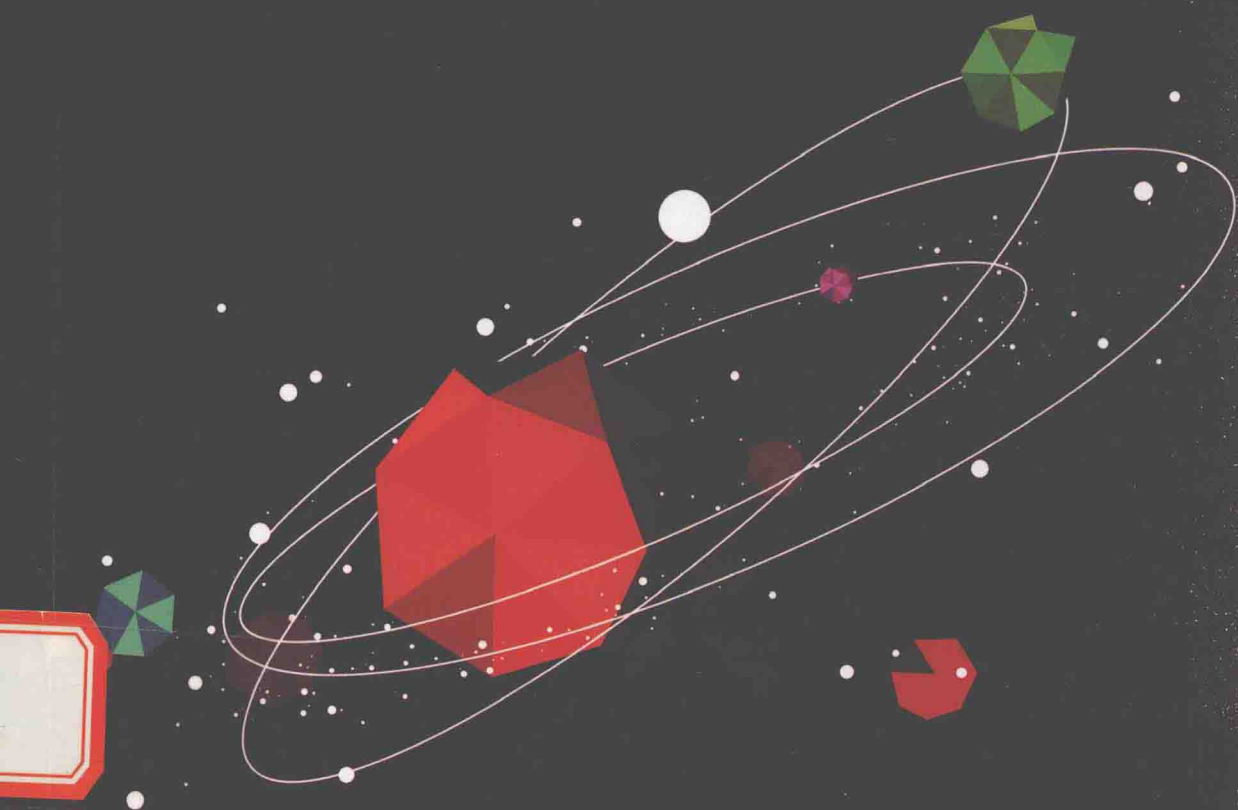


大学物理

(下册)

黄文涛 程雪苹 主编



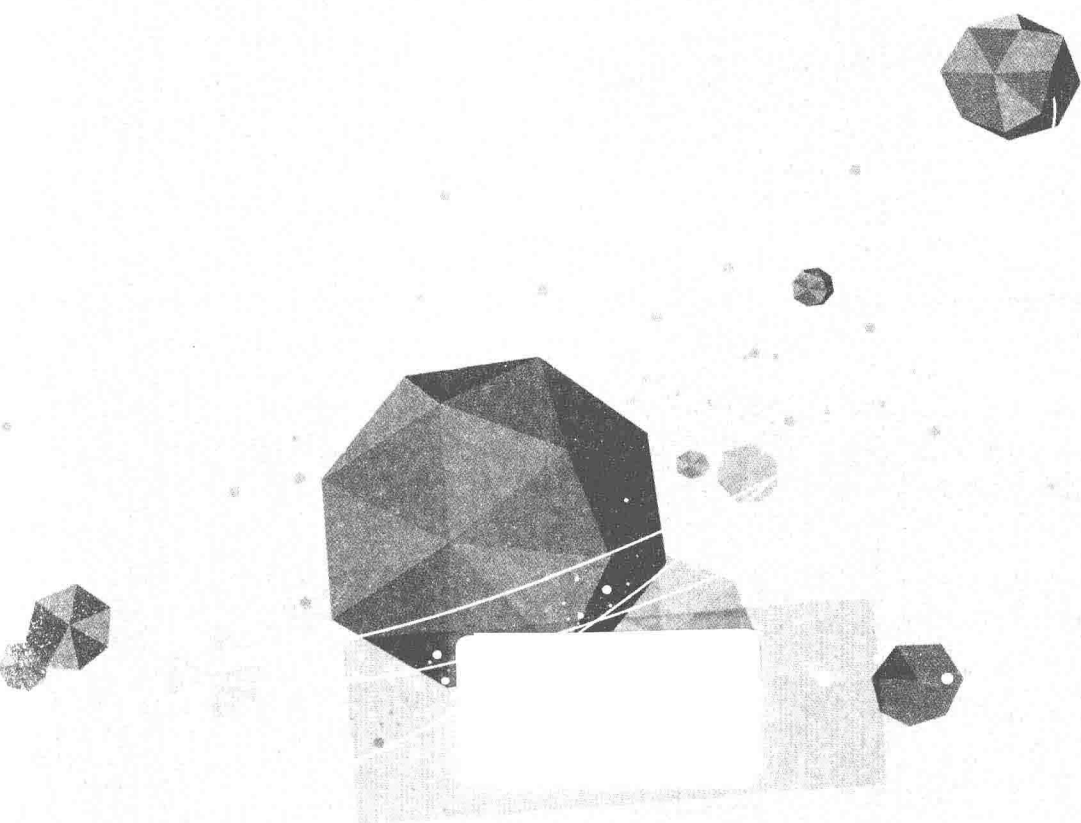
上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

13

大学物理

(下册)

黄文涛 程雪苹 主编



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书分六章,内容分别为静电场,稳恒磁场,电磁感应,热力学基础,气体分子动理论基础,量子理论初步等。

本书可作为高校生物科学、生物工程、环境科学、环境工程、港口航道与海岸工程、船舶电子电气工程等专业的教材,也可作为中学物理教师进修教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.下册 / 黄文涛,程雪苹主编. —上海:
上海交通大学出版社, 2017

ISBN 978-7-313-16408-7

I. ①大… II. ①黄… ②程… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 019148 号

大学物理.下册

主 编:黄文涛,程雪苹

出版发行:上海交通大学出版社

邮政编码:200030

出 版 人:郑益慧

印 制:杭州印校印务有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

字 数:253千字

版 次:2017年1月第1版

书 号:ISBN 978-7-313-16408-7/0

定 价:36.00元

地址:上海市番禺路951号

电话:021-64071208

经销:全国新华书店

印张:14.5

印次:2017年1月第1次印刷

版权所有 侵权必究

告读者:如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:0571-88294385

前 言

《物理学》是一门古老而基础的学科,这是每个自然科学工作者和学习者所认同的。但是,在认同的背后,人们在理解的层面上却存在着巨大的差异。有些人看到了《物理学》的古老,而忽略科学发展的步伐;有些人强调了基础,而忽视了《物理学》的实用性和科学前瞻性,甚至困境。《大学物理》在高等学校中始终是一门很重要的基础课,无论是教师还是学生,都能认识到它的古老和基础的特性。但是,人们往往过分重视这一层面,表现为教材包含的知识越来越多,延伸的知识越来越深奥,在某种程度上导致大学生越来越看不懂直至放弃教科书的现象。

我国的高等教育已经进入了“大众化教育”阶段,学生整体的知识结构发生了很大变化,学生之间的水平差距也在加大。这就使得我们不得不对一些经典教材及教学方法做一些改变。而且,目前越来越多的老师和学生认识到,大学并不是学生学习知识的场所,而是锻炼自己能力,提高生存本能的训练“基地”。这就要求我们的课程,包括基础课程,首先要做到贴近学生和教师,也就是首先要具备“可读性”;其次,“大众化教育”和“信息化时代”导致一些学生对知识的需求发生了一些新的变化。这就需要我们,在教学中要花很多的精力去调动学生学习物理学的积极性,引导学生使用信息化的工具来伴随学习,体会物理学的新生命。而一本更适合他们知识需求和理解能力的,简单而实用的教材,将起到“事半功倍”的作用。

现在,高等院校的《大学物理》教学,基本上都已经采用了多媒体技术,比较受学生的欢迎,但也存在着很多的问题,有一本与它们配套的校本教材将大大有助于问题的解决。每个学校的教学都有他们独自的特点,我们目前采用的“课件”经过多次的改造之后,已经很受学生的欢迎。但是,课件可以针对需要随时改造,而教材也需要同时更新,以避免出现教材和课件之间出现“脱节”的现象。所以,我们以课件为蓝本,编写了这一套教材,优点是它将比较适合我们自己的学生,缺点是适应面比较小。在编写过程中,我们首先注意知识选择的系统性,不打破物理学的正常体系;其次,注意知识点之间的连带关系。在每一章的最前面,都给出了学习建议,其中包括:参考学时、本章节的特点和与其他内容的连带关系以及主要内容及要求。在学习内容的处理上,首要的要求是尽量简单明了,只介绍大学生应该知道的内容。为了让读者对章节的内容有一个深入的认识,我们在每一章的末了都加入了“知识扩展”或者“历史链接”等内容。以期让读者对知识有一个立体化的认识。为了加强学生的自主学习和让学生随时复习学过的内容,每一章习题的第一题都是我们设计的复习表格,让学生们去填空。习题的完整答案没有在本书中,我们把它们安排到了教材的辅助读物《大学物理复习指南》里。

本书的编写工作,第1~3章和第6章由黄文涛老师完成;第4章和第5章程雪苹老师完成。黄文涛老师负责通稿和最后校准。

本教材适用于《大学物理》课时在90~130之间的教学安排,由于本书的基础素材来源于教学多媒体课件,所以,更适合于多媒体教学和微课使用。

由于编者水平有限,书中存在的错误和不当之处,恳请使用本书的老师、学生和其他读者提出宝贵意见。

目 录

第 1 章 静电场	1
学习建议	1
1.1 电场 电场强度	2
1.2 电通量 高斯定理	10
1.3 电势	20
1.4 静电场中的导体与电介质	27
习题	50
第 2 章 稳恒磁场	54
学习建议	54
2.1 稳恒电流和稳恒电场	54
2.2 磁场 磁感应强度	67
2.3 安培环路定理	75
2.4 磁力	85
2.5 磁介质	94
习题	104
第 3 章 电磁感应	109
学习建议	109
3.1 电磁感应定律	109
3.2 动生电动势和感生电动势	113
3.3 自感和互感	117
3.4 磁场的能量 磁场能量密度	121
3.5 电磁场基本方程的积分形式	123
习题	127
第 4 章 热力学基础	130
学习建议	130
4.1 气体的物态参量 平衡态 理想气体物态方程	130
4.2 准静态过程 功 热量 内能	133

4.3 热力学第一定律	136
4.4 理想气体等值过程与绝热过程	137
4.5 循环过程 卡诺循环	142
4.6 热力学第二定律 可逆与不可逆	148
4.7 卡诺定理 克劳修斯熵	150
习题	155
第5章 气体分子动理论基础	161
学习建议	161
5.1 物质的微观模型 统计规律性	161
5.2 理想气体的压强	163
5.3 理想气体分子的平均平动动能与温度的关系	165
5.4 自由度与能量均分定理	166
5.5 麦克斯韦气体分子速率分布	169
5.6 分子平均碰撞次数和平均自由程	172
5.7 热力学第二定律的统计意义	174
习题	179
第6章 量子理论初步	182
学习建议	182
6.1 黑体辐射 普朗克能量子假设	183
6.2 光电效应 光的波粒二象性	187
6.3 康普顿效应	192
6.4 氢原子的玻尔理论	195
6.5 德布罗意波 实物粒子的二象性	200
6.6 不确定关系(测不准原理)	205
6.7 量子力学简介	208
习题	221
参考文献	223

第 1 章 静电场

学习建议

(1) 课堂讲授为 12 学时左右。

(2) 本章主要讲授电学部分, 主要内容包括: 电荷的基本知识, 电场强度 E , 电势, 导体的静电平衡条件, 电介质的极化现象及其对静电场的影响等。

(3) 教学基本要求:

① 掌握描述静电场的一个物理量——电场强度的概念, 理解电场强度是矢量点函数。

② 理解高斯定理这个重要定理, 它表明静电场是有源场; 掌握用点电荷电场强度和叠加原理以及高斯定理求解带电系统电场强度的方法。

③ 掌握描述静电场的另一个物理量——电势的概念, 理解电势是标量点函数。

④ 理解静电场的环路定理, 它们表明静电场是保守场; 掌握用点电荷电场强度和叠加原理以及电势的定义求解带电系统电势的方法; 并能用电场强度与电势梯度的关系求解简单带电系统的电场强度。

⑤ 理解静电场中导体处于静电平衡时的条件; 能从静电平衡条件来分析带电导体在静电场中的电荷分布。

⑥ 了解电介质的极化及其微观机理, 了解电位移矢量 $\vec{D}$ 的概念, 以及在各向同性介质中, $\vec{D}$ 和电场强度 $\vec{E}$ 的关系。了解电介质中的高斯定理, 并会用它来计算对称电场的电场强度; 理解电容的定义, 并能计算几何形状简单的电容器的电容; 了解静电场是电场能量的携带者, 了解电场能量密度的概念。

通过前面的物理课程的学习, 我们了解到自然界纷繁复杂的相互作用力可以归纳为 4 种基本相互作用: 万有引力、电磁力、强相互作用和弱相互作用。万有引力在在先导力学课程中已有深入了解。电磁运动是物质的一种基本运动形式, 也在日常生产和生活中频繁地被人们接触到。

一般来说, 运动电荷将同时激发电场和磁场, 电场和磁场是相互关联的, 情况比较复杂。但是, 在某种情况下, 当所研究的电荷相对某参考系静止时, 电荷在这个静止参考系中就只激发电场, 而无磁场。当然, 也可认为静电场的理想化的存在, 是为了简化问题的讨论而假设的一个理想模型。

本章先讨论静电场的相关问题。

1.1 电场 电场强度

1.1.1 电荷

中西方各自在长期的日常生产和生活中积累起了朴素的电荷知识:电闪雷鸣,梳头或脱衣有火花及啪啪声,琥珀经丝绸衣物摩擦后容易吸引灰尘或其他微小物体等。经长期的探索后,人们认识到电荷有两种,同种电荷相斥,异种电荷相吸。美国科学家富兰克林摒除了对天电的无端恐惧的错误认识,统一了天电和地电,同时也是最先规定两种电荷分别为正负电荷:用丝绸摩擦的玻璃棒带正电,用毛皮摩擦的塑料棒带负电。使电中性物体带电(起电)的方式一般有两种:摩擦起电和静电感应。

电荷是基本粒子的一个性质,它不能脱离这些基本粒子而存在。

1. 电荷守恒定律

在正常状态下,物体是电中性的,物体中正、负电荷的代数和为零。如太阳和地球都有大量带正电的质子,同时也有等量的带负电的电子,因此整体呈电中性,否则公转将不可能。如果在一个孤立系统中有两个电中性的物体,由于某些原因,使一些电子从一个物体移到另一个物体上,则前者带正电,后者带负电,不过两物体正、负电荷的代数和仍为零。大量实验表明,在孤立系统中,不管系统中的电荷如何迁移,系统电荷的代数和保持不变,这就是电荷守恒定律。近代物理实验表明,电荷守恒定律不仅在宏观过程中成立,而且也在微观过程中也都严格成立,如核反应和基本粒子作用过程中。电荷守恒定律反映了电荷的一种重要特性,也是自然界的基本守恒定律之一。

电荷的守恒定律一方面与电子和质子的寿命稳定性相关,同时也与下面提到的电荷的相对论不变性有关,显示了物理学内在的迷人奥妙。

2. 电荷量子化

带电体所带电荷的电荷量的多少可以通过验电器箔片或静电计指针的张角来粗略定性和半定量的判断。1911年,密立根用油滴法最先测定了电子的电荷量,证明微小液滴带电量的变化是不连续的,它只能是基本电荷的整数倍,即油滴所带电荷是离散的。国际科学联合会(ICSU)下设的科技数据委员会 CODATA 于 2014 年给出的推荐值为:

$$e = 1.6021766208(98) \times 10^{-19} (\text{C}).$$

通过物质结构的研究,迄今所知,电子是自然界中存在的最小负电荷载体,质子是最小的正电荷载体,它们的带电量都是基本电荷 e (elementary charge)。任何带电体和微观粒子所带的电量都是 e 的整数倍,只能取一系列的分立的数值而不能连续变化,此即电荷的量子性。库仑 C 是电量的国际单位。

那么基本电荷 e 是不是最基本的呢? 在 1964 年盖尔曼提出的强子结构的夸克模型中,夸克带分数电荷,相应的“反夸克”带等量反号的电荷。上(up)夸克的带电量为 $2e/3$;

下(down)夸克的带电量为 $-e/3$;奇异(strange)夸克的带电量为 $-e/3$ 。

在这一模型中,夸克是受到“禁闭”的。迄今为止,尚未在实验中找到自由状态的夸克。现在,分数电荷仍是一个悬而未决的命题。不过即使分数电荷存在,仍然不会改变电荷量子化的结论,只不过新的基本电荷可能是原来的 $1/3$ 而已。

本课程讨论电磁现象的宏观现象,所涉及的带电体的电荷量往往比基本电荷量大十几个数量级。因此,从平均上看,可以认为电荷连续地分布于带电体上,而暂时忽略电荷的量子性。当然如果要阐释宏观现象的微观机制时,仍然要回到电荷的量子性。

3. 电荷的相对论不变性

大家知道一个物体的质量随其运动速率的增加而增加,质量随速率的相对论变化关系为:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

式中, m_0 为物体的静止质量; u 和 c 分别为物体和光的速率。

类似的物体的长度也有相对论变化关系 $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$,其中 l_0 为相对物体静止参考系测得的固有长度。但是,电荷量与其运动状态无关,是一个相对论不变量,即物体所带的电荷量在不同的参考系中测量值是相同的,此即电荷的相对论不变性。

如中性原子分子电量精确为零,即质子,电子电量相等而质子中子与电子的速率相差巨大,表明电荷具有相对论不变性。又如氦原子和氢分子是电中性的,是因为核内的带正电的质子和核外的带负电的电子的电量相等。氦原子和氢分子外的电子状态相同,但是,氦原子中两个质子的能量比氢分子中两个质子的能量大6个数量级,因此内核中质子的运动状态相差巨大。如果电荷量有相对论效应的话,则氦原子和氢分子不可能都具有电中性。但是实验证实两者都严格电中性,则表明质子的电荷量与运动状态无关。再如,物体加热后质量比原子核小得多的电子比原子核运动的更加剧烈,但是实验显示在任何温度下物体宏观上总是保持电中性,也表明电荷具有相对论不变性。同时,根据电荷的相对论不变性推导的大量结论都与实验吻合,这反过来也证实了电荷的相对论不变性。

1.1.2 库仑定律

力学课程中,物体的相互作用纷繁复杂,为了便于分析,物体的大小,形状,颜色和质地等等各类特性被暂时不考虑,只保留质量特性,即质点模型,这个模型被成功地用来讨论了很多力学问题。现在,我们将要利用点电荷模型来讨论电磁学问题。当带电体的形状和大小与它们之间的距离相比允许忽略时,可以将带电体看作只有电量特性的几何点,即点电荷。

发现电现象后两千多年的漫长时间内,人们对电的了解一直处在定性的初级阶段。随着社会生产力的发展,各种精密仪器得以开发出来,人们才开始对电的规律进行了比较深入的探索。1785年库仑利用扭秤将小带电体间的作用力放大,总结出点电荷之间的相互

作用静电力所满足的规律,这就是库仑定律:

在真空中,两个静止点电荷之间的作用力处在电荷的连线上,同号相斥,异号相吸;力的大小与它们的电量的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比(见图 1.1)。即

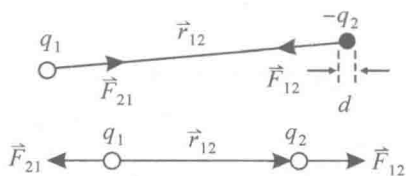


图 1.1 库仑定律

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{e}_{r_{12}} \quad (1-1)$$

式中, $\hat{e}_{r_{12}}$ 为沿矢量 $\vec{r}_{12}$ 方向的单位矢量,比例系数 k 由实验确定:

$$k = 8.9875 \times 10^9 (\text{N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2$$

为了使方程中的系数更具有物理意义,通常引入真空电容率或真空介电常量:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.854187817 \times 10^{-12} \text{C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2),$$

则库仑定律可写作:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{e}_{r_{12}}$$

力学课程中,一般性的力满足力的叠加原理。静电力就是静止电荷间存在的一种力的特殊形式,当然也满足叠加原理。即当空间有两个以上的点电荷时,作用在某一点电荷上的总静电力,等于其他各点电荷单独存在时对该点电荷所施静电力的矢量和,这是静电力的叠加原理。

库仑定律和万有引力定律都是平方反比规律,从数量级上比较,引力要弱得多。尽管在宏观层次,万有引力积少成多,统治整个宇宙。但是在氢原子内,电子和质子之间的静电力与万有引力的比值为 2.26×10^{39} 。因此,在微观层面往往忽略万有引力的影响。

库仑定律中的平方反比规律与光子静质量为零等重要物理问题紧密相连,后来很多人对平方反比规律进行了反复实验,几百年来实验精度提高了十几个数量级达到 10^{-16} (Williams等,1971),成为当今物理学中最精确的实验规律之一。

库仑定律是直接从实验总结出来的规律,是静电场理论的基础。库仑定律与牛顿万有引力定律类似,也不是超距作用。按照现代物理学的观点,相互作用是由场以有限速度传播的。

1.1.3 电场及电场强度

1. 电场

人们对传统物质世界的认识是物质都是看得见摸得着的,对看不见摸不着的场的认识

加深是人类对物质认识的一个飞跃。电场是电荷及变化磁场周围空间里存在的一种特殊物质。电场具有通常物质所具有的动量和能量等客观属性。电荷之间的相互作用是通过电场传递的,或者说电荷周围存在电场,在电场中的任何带电体,都受到电场的作用力。

电场的物质性体现在:

- (1)能给进入电场中的带电体施以力的作用;
- (2)当带电体在电场中移动时,电场力做功,这表明电场具有能量;
- (3)变化的电场以光速在空间传播,表明电场具有动量。

电场具有动量、能量、质量,体现了它的物质性。

2. 电场强度

电场强度是描述某点电场特性的物理量,电场强度简称场强。为描述空间的电场,很自然的做法是根据此电场对其他电荷作用的电场力来定量地分析和描述。为此,可利用一个正电荷 M_λ (称其为试验电荷)来检测该电场。对于试验电荷而言,其电量必须足够小,以避免由于它的引入而对源电荷产生影响;其次,其几何尺寸也必须足够小,成为名副其实的点电荷,以便能细致地反映出电场中各点的性质。

实验证明:置于电场中某点的试验电荷将受到源电荷 M_λ 的电场力作用,该力的大小与试验电荷的电量成正比,而该力与试验电荷电量的比值则与试验电荷无关,是一个仅由源电荷产生的电场决定的物理量。用这个物理量作为描写电场的场量,称为电场强度(简称场强),用 λ 表示。其定义为:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (1-2)$$

由此可知,电场中某场点上的电场强度等于置于该点的单位正电荷所受的电场力。在 SI 单位制中,场强的单位为 N/C 或 V/m。

由式(1-2)可得点电荷 $M_\lambda(\lambda)$ 的场强:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_2} \hat{e}_r \quad (1-3)$$

其中 $\hat{e}_r$ 为单位矢量。

1.1.4 点电荷的电场及其叠加

1. 电场强度叠加原理

利用力的叠加原理可以很容易的推出:电场中任何一点的总场强等于各个点电荷在该点各自产生的场强的矢量和,即

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \quad (1-4)$$

这就是场强叠加原理。

如果电荷分布已知,那么从点电荷的场强公式出发,利用场强叠加原理,就可以求出任意电荷分布所激发的电场的场强。

2. 荷系电场中的场强

设各离散点电荷 $q_1, q_2, q_3 \dots$ 指向 P 点的位置矢量分别为 $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 \dots$, 则 P 点处的电场强度(见图 1.2):

$$\vec{E} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i \quad (1-5)$$

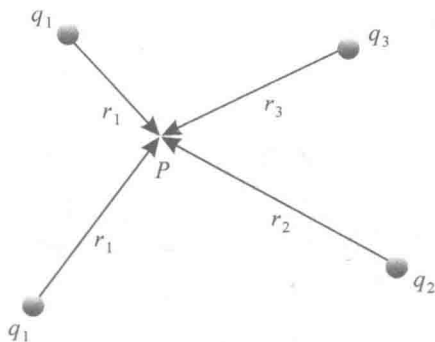


图 1.2 场强叠加

3. 任意带电体(连续带电体)电场中的场强

对于任意形状连续带电体,可以把它们看成为电荷元的组合,即将带电体分成很多元电荷元 dq ,先求出 dq 在任意场点 P 的场强:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} \vec{r}$$

再对场源求积分,可得总场强:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^3} \vec{r} \quad (1-6)$$

连续带电体可以是一维的、二维的和三维的,其电荷分布分别是线分布、面分布和体分布,电荷的线密度 λ 、面密度 σ 、体密度 ρ 分别为:

$$\lambda = \frac{dq}{dl}; \sigma = \frac{dq}{ds}; \rho = \frac{dq}{dV}$$

对应的总场强分别为:

$$\vec{E} = \int_l \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{e}_r; \vec{E} = \int_s \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma ds}{r^2} \hat{e}_r; \vec{E} = \int_v \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dV}{r^2} \hat{e}_r$$

4. 电偶极子

电偶极子是电磁学中重要的模型,在点电荷场强叠加和电偶极子天线辐射等电磁问题中有着重要的意义。由等量异号电荷 $+q, -q$, 相距为 r_0 而组成的系统,而当 r_0 远小于该系统中某一场点到该系统的距离 d 时,称该带电体系为电偶极子。用 $\vec{r}_0$ 表示从 $-q$ 到 $+q$ 的矢量,定义电偶极矩为:

$$\vec{p} = q\vec{r}_0 \quad (1-7)$$

(1) 电偶极子中垂线上距离中心较远处一点的场强。如图 1.3 所示, 以电偶极子轴线中点为坐标原点 O , 并取 Ox 轴和 Oy 轴, 中垂线上任意一点 B 点的电场强度应为正负电荷产生的电场的叠加而产生的, 即

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

设 $\vec{r}_0$ 与 $\vec{r}_-$ 或 $\vec{r}_+$ 的夹角为 α , 由对称性得 $E_{By} = 0$, 而

$$E_{Bx} = E_+ \cos\alpha + E_- \cos\alpha = 2E_+ \cos\alpha$$

其中, $E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_+^2}$, $\cos\alpha = \frac{r_0}{2r}$, 则

$$E = E_{Bx} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr_0}{\left(y^2 + \frac{r_0^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

电偶极子中垂线上距离中心较远处一点的场强, 与电偶极子的电偶极矩成正比, 与该点离电偶极子中心的距离的三次方成反比, 方向与电偶极矩方向相反。

(2) 电偶极子延长线上距离中心较远处一点的场强。如图 1.4 所示, $\vec{r}_0$ 是从电偶极子中心到场点的矢量,

根据电场的叠加原理(见图 1.4)

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

则 $\vec{E}$ 的大小 $E = E_+ - E_-$.

其中

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(x - r_0/2)^2}, \quad E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(x + r_0/2)^2}$$

当 $x \gg r_0$, 则

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2r_0 q}{x^3} \hat{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{x^3}$$

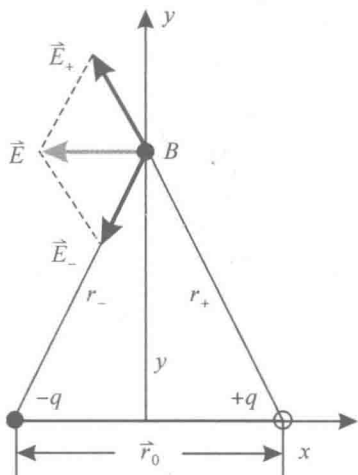


图 1.3 电偶极子的电场

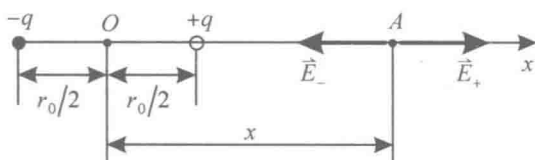


图 1.4 电偶极子的电场

电偶极子延长线上一点的场强与电偶极子电偶极矩的 2 倍成正比, 与该点离电偶极子中心的距离的三次方成反比, 方向与电偶极矩方向相同。

例 1.1 正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的圆环上。计算在环的轴线上任一点 P 的电场强度。

解 设圆环在如图 1.5 所示的 yz 平面上, 坐标原点与环心相重合。点 P 与环心 O 的距离为 x 。由题意知圆环上的电荷是均匀分布的, 故其电荷线密度 λ 为一常量, 且 $\lambda = \frac{q}{2\pi R}$ 。在环上取线段元 dl (见图 1.6), 其电荷元 $dq = \lambda dl$, 此电荷元对点 P 处激起的电场强度为:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{e}_r$$

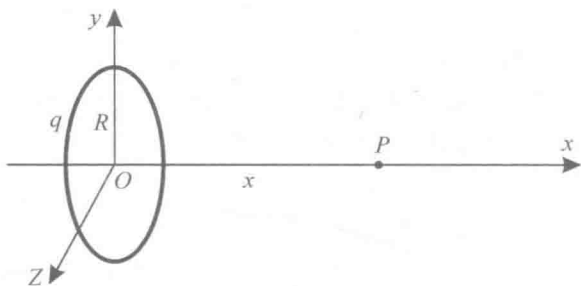


图 1.5 例 1.1 用图 1

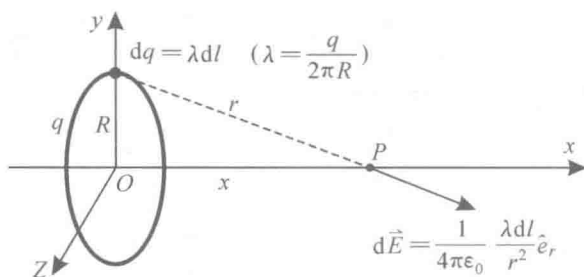


图 1.6 例 1.1 用图 2

由于电荷分布的对称性, 圆环上各电荷元对点 P 处激发的电场强度 dE 的分布也具有对称性, 故 $E_y = E_z = 0$ 。于是

$$\begin{aligned} E &= \int_q dE_x = \int_q dE \cos\theta = \int_l \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{x}{r}, \\ &= \int_0^{2\pi R} \frac{x\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

上式表明, 均匀带电圆环对轴线上任意点处的电场强度, 是该点距环心 O 距离 x 的函数, 即 $E = E(x)$ 。下面对几个特殊点的情况作一些讨论。

(1) $x \gg R$, 则 $(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}} \approx x^3$, 这时有 $E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$, 亦即在远离圆环的地方, 可以把带

电圆环看成为点电荷。这正与我们在前面对点电荷的论述相一致。

(2) $x \approx 0$, 则 $E_0 \approx 0$ 。这表明环心处的电场强度为零。

(3) 由 $\frac{dE}{dx} = 0$, 可求得电场强度极大的位置 $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}R$ 。这表明, 圆环轴线上具有最大电场强度的位置, 位于原点 O 两侧的 $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}R$ 处(见图 1.7)。

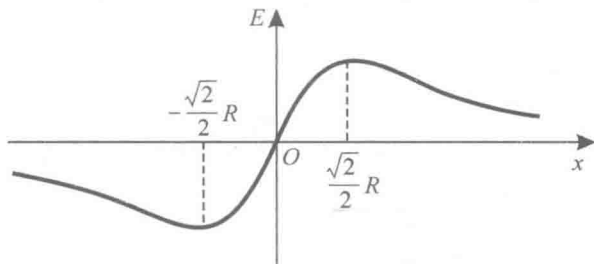


图 1.7 例 1.1 用图 3

处在信息化的时代, 读者可以尝试采用 Mathematica 或者 Matlab 等软件画图来观察电场的分布, 将会有更多的收获。

例 1.2 求半径为 R_0 , 电荷面密度为 σ 的均匀带电薄圆盘轴线上的电场。

解 电荷分布在二维平面, 取如图 1.8 所示的坐标系, 采取降维的思想, 把圆盘划分成许多细圆环带, 圆环带面积为 $dS = 2\pi R dR$, 圆环带上的电荷 $dq = \sigma dS = \sigma 2\pi R dR$ 。利用例 1.2 的结论 $E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$, 将其中的 E 和 q 分别代换为 dE_x 和 dq , 则

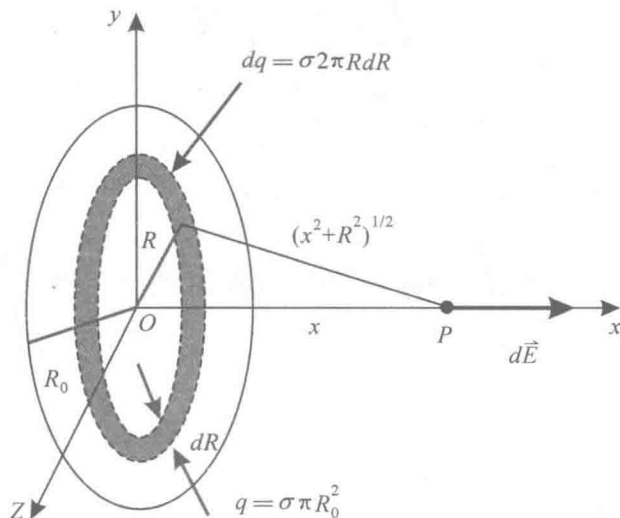


图 1.8 例 1.2 用图 1

$$dE = \frac{dqx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{xR dR}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

积分则可得 P 点的总场强为

$$E = \int dE_x = \int_0^{R_0} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{xR dR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}} \right)$$

当然,也可以取面元所带元电荷为 $dq = \sigma dS = \sigma R d\theta dR$,采取二重积分的方法来得到同样的结果:

$$E = \int dE_x = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{R_0} \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{xR dR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}} \right)$$

下面对几个特殊点的情况作一些讨论:

(1) $x \ll R_0$, 则 $E \approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, 相当于无限大均匀带电平面在附近产生的电场强度分布, 后面将会用高斯定律得到同样的结果。

(2) $x \gg R_0$, 则 $E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$, 这是合理的, 当 P 点远离带电圆盘后, 带电圆盘就相当于一个点电荷, 即点电荷在 P 点产生的场强。

(3) 求解了电荷分布在二维平面情况下电场分布, 读者可以尝试采用微积分的方法来求解电荷三维分布情况下电场的分布: 求半径为 R , 电荷面密度为 σ 的均匀带电球体外的电场(见图 1.9)。

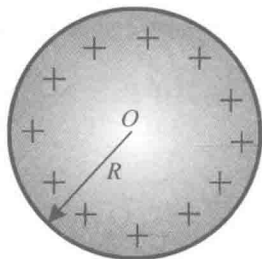


图 1.9 例 1.2 用图 2

1.2 电通量 高斯定理

1.2.1 电场线和电通量

1. 电场线

静电场是矢量场, 静电场中各点的场强, 不仅方向可以不同, 而且大小一般是空间坐标的函数。为形象地描述场强的分布, 历史上法拉第最早用电场线来描述电场分布, 即在电场中人为地画出一些有方向的曲线, 曲线上一点的切线方向表示该点场强的方向, 电场线