学府考研
十年专注·只做考研

2018

# 高·等·数·学
# 名师辅导讲义

◎刘贤 编

数学全程答疑

下载答疑APP

基础薄弱考生专用

考研数学复习必备·紧扣同济七版教材

西北工业大学出版社

GAODENG SHUXUE MINGSHI FUDAO JIANGYI

# 高等数学名师辅导讲义

刘贤 编

西北工業大學出版社

**【内容简介】** 本书是严格按照最新《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学)的要求编写的，分为名师讲义和典型习题两部分.在名师讲义中，对函数、极限与联系，一元函数微分学，微分中值定理，一元函数积分学，常微分方程，向量代数与空间解析几何，多元函数微分学，多元函数积分学和无穷级数等9大类知识点进行了详细的讲解.典型习题对应于名师讲义，设置了相应的习题及答案解析，以使考生在熟练掌握基本概念、基本理论的基础上，将分析与解决问题的能力提升到轻松解答真题的水平，为考生取得考研数学高分奠定基础.

本书可作为备战2018年研究生入学考试的学生、提前备战2019年研究生入学考试的学生的辅导用书，也可供从事本专业教学的教师参考.

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学名师辅导讲义 / 刘贤编. —西安 ：西北工业大学出版社，2017.4
ISBN 978-7-5612-5299-4

Ⅰ.①高… Ⅱ.①刘… Ⅲ.①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第090116号

**策划编辑**:杨　军
**责任编辑**:王　静

**出版发行**:西北工业大学出版社
**通信地址**:西安市友谊西路127号　　**邮编**:710072
**电　　话**:(029)88493844　88491757
**网　　址**:www.nwpup.com
**印 刷 者**:西安东江印务有限公司
**开　　本**:787 mm×1 092 mm　1/16
**印　　张**:31.25
**字　　数**:760千字
**版　　次**:2017年4月第1版　2017年4月第1次印刷
**定　　价**:56.80元

# 风雨考研路　学府伴你行

“学府考研”是学府教育旗下专业从事考研辅导的品牌！

“学府考研”是一个为实现人生价值和理想而欢聚一堂的团队。2006年从30平方米办公室起步，历经十年，打造了一个考研培训行业的领军品牌。如今学府考研已发展成为集考研培训、图书编辑、在线教育为一体的综合性教育机构，扎根陕西，服务全国。

学府考研的辅导体系满足了考研学子不同层面的需求，主要以小班面授教学、全日制考研辅导、网络小班课为核心，兼顾大班教学、专业课一对一辅导等多层次辅导。学府考研在教学中的“讲、练、测、评、答”辅导体系，解决了考研辅导“只管教，不管学”的问题，保证学员在课堂上听得懂，课下会做题。通过定期测试，掌握学员的学习进度，安排专职教师答疑，保证学习效果。总结多年教学实践经验，学府考研逐渐形成了稳定的辅导教学体系，尽量做到一个学员一套学习计划、一套辅导方案，大大降低了学员考取目标院校的难度。在公共课教学方面实现零基础教学，在专业课方面，建立了遍及全国各大高校的研究生专业信息资源库，解决考生跨院校、跨专业造成的信息不对称、复习资料缺乏等难题。

“学府考研”的使命是帮助每一个信任学府的学员都能考上理想院校。

学府文化的核心是“专注文化”。

“十年专注，只做考研”。因为专业，所以深受万千考研学子信赖！

“让每一个来这里的考研学子都成为成功者”。正是这种责任，让学府考研快速成为考生心目中当仁不让的必选品牌。

人生能有几回搏，三十年太长，只争朝夕！

同学们，春华秋实，为了实现理想，努力吧！


学府考研总部 | 全国统一客服电话 | 400-090-8961
陕西·西安友谊东路75号新红锋大厦三层


学府官方微博

学府官方微信

# 致学府图书用户

亲爱的学府图书用户：

您好！欢迎您选择学府图书，感谢您信任学府！

“学府图书”是学府考研旗下专业从事考研教辅图书研发的图书公司！

为了更好地为您提供“优质教学、始终如一”的服务，对于您所提出的宝贵意见与建议，我们向您深表感谢！

若我们的图书质量或服务未达到您的期望，敬请您通过以下联系方式进行告知。我们珍视并诚挚地感谢您的反馈，谢谢您！

在此祝您学习愉快！

学府图书全国统一客服电话：400-090-8961

学府图书质量及服务监督电话：15829918816

学府图书总经理投诉电话：张城 18681885291 投诉必复！

您也可将信件投入此邮箱：34456215@qq.com 来信必回！

图书微博　　图书微信　　图书微店

# 前　言

当您拿起这本书时，您一定是有意向考研或者正在备战考研的学子，并且考研数学这门课程给您带来了一定的困惑.本书是根据笔者多年的考研教学经验，并结合历年考研真题命题趋势编写而成的，相信本书一定会给您带来意想不到的惊喜！

随着社会对学力的要求越来越高，为了提升自己的竞争优势，越来越多的大学生将考研作为必选之路，考研竞争之激烈，程度日趋白热化.现如今，很多高校（特别是普通高校）中的学子，夜以继日地在各大图书馆、阅览室里挑灯夜读，甚至很多高校中出现了专门为考研而生的考研自习室.选择考研的人，往往在备考的过程中过着煎熬的生活，其中的滋味只有经历过考研的人才能体会.考研不仅仅是对知识方面的考查，更是对一个人全方面综合能力的考查，正是走过了这条拼搏之路，考上理想的学校才显得更有意义，对生活的理解才会更加深刻.所谓世无巨艰，何来人杰！当我们走过这段艰辛的道路，回过头来，能够为曾经走过的这段风雨考研路而骄傲、而泪流满面，这本身就代表着一种成功.

考研数学在所有考研公共科目中是分值最高、难度最大、区分度最明显的一门学科.更让人头痛的是，考研数学题不仅总是“坑”多，而且考生拿到一道题总是没有思路.想要解决这一难题，需要做到两点：其一，夯实基础；其二，掌握“题眼法”.本书及随后出版的系列丛书就是为解决这两方面问题而编写的.

您的数学基础是否很扎实，在下面这道题的两种解答方法中可以得到检验，您是否能够检查出错误所在呢？

例题 1：求极限：$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x^2}}$.

方法一：因为 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=e$，所以 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x^2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{\left[\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right]^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{e^x}=1$.

方法二：$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x^2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{e^{x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{e^{x^2\cdot\frac{1}{x}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{e^x}=1$.

以上两种解法都是错误的，正确答案是 $e^{\frac{1}{2}}$.像这种有“坑”的题在考研数学试卷中比比皆是，这也是考研命题对学生基础知识是否掌握牢固的考查方法之一.因此，夯实数学基础是各位考生在备考之初务必做好的事情.

本书是为考研数学基础薄弱者而专门打造的一本全新类型的考研数学书籍，秉持从易到难、一步一步详细讲解的模式.此外，通过使用本书，各位考生能够对随后出版的系列丛书中“题

眼法”的掌握打下坚实的基础，提高解题的速度和正确率.

## 做数学题的最高境界——题眼法

在学习数学的过程中，有着各种各样的解题方法，比如，归纳法、数形结合法、逆推倒叙法等等.在所有的这些数学解题方法中，笔者认为题眼法是解决数学题的最好方法.所谓题眼法，就是将解题思路与题目中的某个条件或字眼联系起来，从而达到快速解题或快速想出解题思路的方法.题目中的这个条件或字眼就称为题眼，它是考生脑海中的基础知识和当前遇到的题目之间的一座桥梁，通过它可以直达彼岸，轻松解题.以下题为例：

例题 2：设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上 3 阶可导，$f(0)=1$，$f(1)=2$ 且 $f'\left(\frac{1}{2}\right)=0$，证明：$\exists\xi\in(0,1)$，使 $|f'''(\xi)|\geqslant 24$.

您是否拿到这道题就懵了呢？是否有一种无从下手的感觉？其实这就是基础不牢并且不懂题眼法的表现.题眼法告诉我们：当您看到题目中的条件“函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上 3 阶可导”时，您就应该立刻想到泰勒公式，因为泰勒公式是这样说的：

泰勒公式：设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上存在直至 $n$ 阶连续导数，在 $(a,b)$ 内存在 $n+1$ 阶导数，则对任意给定的 $x,x_0\in[a,b]$，至少存在位于 $x$ 与 $x_0$ 之间的一点 $\xi$，使得

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+R_n(x)$$

成立，其中

$$R_n(x)=\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}$$

称为拉格朗日余项.

看到了吗？泰勒公式中的条件是“函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上存在直至 $n$ 阶连续导数”，也就是闭区间高阶可导，而上面例题的条件中恰好出现“闭区间 3 阶可导”这样的字眼，这就是题眼，因为它很容易让您想到泰勒公式中的条件，而且要求函数高阶可导的只有泰勒公式，别无其他定理，所以只能想到泰勒公式.结果是此题一用泰勒公式立刻得结论（请看本书第 3 章的证明过程）.看到题眼法的威力了吗？

编写本书曾参阅了相关文献、资料，在此谨向其作者深表谢忱.

鉴于能力有限，书中若有错误或不妥之处，恳请读者给予批评指正！在此，感谢所有为本书付出辛勤汗水及提出宝贵意见的人.最后，祝各位考研学子复习顺利，金榜题名！

编 者

2017 年 3 月

# 目　录

## 第一部分　名师讲义

## 第二部分　典型习题及解答

# 第一部分

# 名师讲义

# 第1章 函数、极限与连续

## 1.1 函数的概念与性质

### 一、函数的概念

#### 1. 集合的概念

19 世纪下半叶，德国数学家康托尔因创立著名的集合论而获得全世界的高度赞誉.在 1900 年的国际数学家大会上，法国著名数学家庞加莱就曾兴高采烈地宣称："借助集合论的概念，我们可以建造整个数学大厦.今天，可以说数学的绝对严格性已经达到了".可是，在这一宣称仅仅过了 3 年，第 3 次数学危机因一个震惊数学界的消息而引发：集合论是有漏洞的！这就是英国数学家罗素提出的著名的罗素悖论.危机产生后，世界各国的数学家纷纷提出自己的解决方案，经过长达 5 年之久的研究，策梅罗提出的第一个公理化集合论体系终于圆满地解决了第 3 次数学危机.而这一次数学危机也促进了数学界的蓬勃发展，集合论与罗素悖论也终将载入历史史册，下面从集合开始说起.

所谓集合，是指把具有某种共同特性的对象集到一块而构成的一个整体.集合用大写的拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 表示，里面的对象称为该集合的元素，用小写的拉丁字母 $a,b,c,\cdots$ 表示.若 $a$ 是集合 $A$ 中的元素，则称 $a$ 属于 $A$，记为 $a\in A$；否则，称 $a$ 不属于 $A$，记为 $a\notin A$.集合的表示方法有 3 种：列举法、描述法与图示法.通常情况下，考研只用到列举法和描述法.

所谓列举法，就是把集合中的全体元素一一列举出来.例如：由 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 组成的集合 $A$，可表示为 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$.而描述法是指用语言文字或数学符号描述集合 $A$ 是由具有某种特性 $P$ 的全体元素所组成的，通常可以表示成 $A=\{x\mid x$ 具有特性 $P\}$.例如：集合 $A$ 是方程 $3x^2-5x+2=0$ 的解集，就可以表示成 $A=\{x\mid 3x^2-5x+2=0\}$.

数集：由数所组成的集合称为数集.常见数集有：

(1)全体实数所组成的集合称为实数集，记为 $\mathbf{R}=(-\infty,+\infty)$；

(2)全体正实数所组成的集合称为正实数集，记为 $\mathbf{R}^+=(0,+\infty)$；

(3)全体有理数所组成的集合称为有理数集，记为 $\mathbf{Q}$；

(4)全体整数所组成的集合称为整数集，记为 $\mathbf{Z}=\{\cdots,-n,\cdots,-1,0,1,\cdots,n,\cdots\}$；

(5)全体正整数所组成的集合称为正整数集，记为 $\mathbf{N}^+=\{1,2,3,\cdots\}$；

(6)全体非负整数所组成的集合称为自然数集，记为$\mathbf{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}$.

除了以上常见数集外，下文主要介绍高等数学中最为常见的两种数集.

### 2. 区间与邻域

**定义 1** 设 $a$ 和 $b$ 都是实数，且 $a<b$，数集 $\{x\mid a<x<b\}$ 称为开区间，记为 $(a,b)$，即有

$$(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$$

$a$ 和 $b$ 分别称为开区间 $(a,b)$ 的左、右端点，这里 $a\notin(a,b)$，$b\notin(a,b)$.类似地可以依次定义左开右闭区间 $(a,b]$、左闭右开区间 $[a,b)$ 和闭区间 $[a,b]$ 如下：

$$(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\};\quad [a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\};\quad [a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$$

名师点拨

以上定义的区间都是长度为 $b-a$ 的有限区间，也可以定义长度为无限的无限区间：

$$(a,+\infty)=\{x\mid a<x<+\infty\};\quad [a,+\infty)=\{x\mid a\leqslant x<+\infty\}$$
$$(-\infty,b)=\{x\mid -\infty<x<b\};\quad (-\infty,b]=\{x\mid -\infty<x\leqslant b\}$$
$$(-\infty,+\infty)=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}$$

**定义 2** 设 $\delta>0$，以 $x_0$ 点为中心、$\delta$ 为半径的开区间称为以 $x_0$ 为中心、$\delta$ 为半径的邻域，记为 $U(x_0,\delta)=\{x\mid |x-x_0|<\delta\}$，其中 $x_0$ 为该邻域的中心，$\delta$ 为该邻域的半径.事实上，有

$$U(x_0,\delta)=\{x\mid |x-x_0|<\delta\}=(x_0-\delta,x_0+\delta)$$

**定义 3** 把邻域 $U(x_0,\delta)$ 的中心 $x_0$ 去掉后的邻域称为以 $x_0$ 为中心、$\delta$ 为半径的去心邻域，记为 $\mathring{U}(x_0,\delta)$，即有 $\mathring{U}(x_0,\delta)=\{x\mid 0<|x-x_0|<\delta\}$.

名师点拨

(1)为了方便，把开区间 $(x_0-\delta,x_0)$ 称为 $x_0$ 的左 $\delta$ 邻域，记为 $\mathring{U}_-(x_0,\delta)$.把开区间 $(x_0,x_0+\delta)$ 称为 $x_0$ 的右 $\delta$ 邻域，记为 $\mathring{U}_+(x_0,\delta)$.

(2)有时候在 $\delta$ 未知或不关心的情况下，可以把以 $x_0$ 为中心、$\delta$ 为半径的邻域简记为 $U(x_0)$.而把以 $x_0$ 为中心、$\delta$ 为半径的去心邻域简记为 $\mathring{U}(x_0)$.

### 3. 映射

**定义 4** 设 $f$ 是一个从非空集合 $A$ 到非空集合 $B$ 上的对应法则，若对 $A$ 中任意元素 $x\in A$，都存在 $B$ 中唯一的元素 $y$ 通过对应法则 $f$ 与 $x$ 对应，则称对应法则 $f$ 为定义在 $A$ 到 $B$ 的映射，记为 $f:A\to B$ 或 $f:x\to y$.

名师点拨

(1)设 $f$ 为定义在 $A$ 到 $B$ 的映射，若对集合 $A$ 中任意不同元素 $x_1\neq x_2$，有 $f(x_1)\neq f(x_2)$ 成立，则称 $f$ 为定义在 $A$ 到 $B$ 的单射.

(2)设 $f$ 为定义在 $A$ 到 $B$ 的映射，若对集合 $B$ 中任一元素 $y$，都存在集合 $A$ 中某元素 $x$，使得 $y=f(x)$，则称 $f$ 为定义在 $A$ 到 $B$ 的满射(即任意像集 $B$ 中的像都有原像的映射，称为满射).

(3)若映射 $f$ 既是单射又是满射,则称映射 $f$ 为双射(或一一映射).

(4)下面定义的函数是特殊的映射,特殊之处在于:函数是从数集到数集的映射.

### 4. 函数的概念

无论在现实生活中,还是在整个数学中,函数都是无处不在的.函数的英文单词是function,意思是“功能,作用”.函数这个中文名词最早是由清朝曾国藩幕府中的数学家李善兰先生在他的著作《代数学》中提出的,他给出的原因是“凡此变数中函彼变数者,则此为彼之函数”,即函数是一个变量,它会随着另一个变量的变化而变化,或者说,函数是一个变量,它包含的另外一个变量.今天,人们把函数这个变量称为因变量,它包含的另外的这个变量称为自变量.顾名思义,自变量是自己会变化的量,因变量是因为自变量的变化而变化的量.下面是函数的正式定义:

**定义5** 设 $D$ 是一个非空数集,$f$ 是一个从 $D$ 到实数集 $\mathbf{R}$ 上的对应法则,若对 $D$ 中任意实数 $x\in D$,都存在 $\mathbf{R}$ 中唯一的实数 $y$ 通过对应法则 $f$ 与 $x$ 对应,则称对应法则 $f$ 为定义在 $D$ 上的函数,记为 $y=f(x)$,$x\in D$.称 $x$ 为函数的自变量,$y$ 为因变量(即 $y$ 或者 $f(x)$ 就是自变量 $x$ 的函数),$D$ 称为函数 $f(x)$ 的定义域,并把实数集 $\mathbf{R}$ 的子集 $E=\{y\mid y=f(x),x\in D\}$ 称为函数的值域.

名师点拨

(1)一般情况下,对应法则是没有任何要求的,元素之间也是随意对应的.但函数中的对应法则 $f$ 是有要求的,它的唯一一个要求是:定义域 $D$ 中任意实数 $x\in D$,都对应值域 $E$ 中唯一实数 $y$.只要对应法则满足这个要求就是函数.

(2)函数有三大要素:定义域 $D$、值域 $E$、对应法则 $f$.若定义域 $D$ 和对应法则 $f$ 相同,则值域 $E$ 必定相同,故要讨论任给的两个函数是否为同一个函数,只要考虑定义域和对应法则是否相同即可.而对应法则是否相等,取决于对定义域 $D$ 中的任意 $x$ 是否对应于同一个 $y$.

(3)若一个函数未给出定义域,则默认其定义域为取自一切使函数表达式有意义的值.

**例1** 求函数 $f(x)=\ln\ln\ln x+\sqrt{100-x^2}$ 的定义域.

【分析】本题求解函数的定义域,一般要从使函数有意义,且联系初等函数的定义域的角度出发.

【解析】由题意可得

$$\begin{cases}\ln\ln x>0\\ \ln x>0\\ x>0\\ 100-x^2\geqslant 0\end{cases}$$

求解可得函数 $f(x)$ 的定义域为 $(\mathrm{e},10]$.

例 2 求 $y=\sqrt{x-\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\ln|x-5|}$ 的定义域.

【解析】由题意可得 $\begin{cases} x-\sqrt{x}\geqslant 0 \\ x\geqslant 0 \\ \ln|x-5|\neq 0 \\ x-5\neq 0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x\geqslant 1 \\ x\geqslant 0 \\ x\neq 4 \text{ 且 } x\neq 6 \\ x\neq 5 \end{cases}$.

因此，函数 $y=\sqrt{x-\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\ln|x-5|}$ 的定义域为 $\{x\,|\,x\geqslant 1$，且 $x\neq 4,x\neq 6,x\neq 5\}$.

例 3 求 $y=e^{\frac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}}}$ 的值域.

【分析】求函数的值域，必须先确定函数的定义域，然后根据函数的特性求解出函数的值域.

【解析】由题意可得 $\sqrt[3]{x^3-1}\neq 0$，则 $x\in(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$. 因此 $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}}$ 的值域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，由此可知 $y=e^{\frac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}}}$ 的值域为 $(0,1)\cup(1,+\infty)$.

名师点拨

在中学阶段，求函数的值域是重点，也是难点. 而在考研当中只要会求一般简单函数的值域即可，没必要追求太复杂的值域求法.

例 4 下列为同一函数的是(　　).

(A) $f(x)=\ln x^2$ 与 $g(x)=2\ln x$

(B) $f(x)=\sqrt{x^2}$ 与 $g(x)=x$

(C) $f(x)=\ln(1-x^2)$ 与 $g(x)=\ln(1+x)+\ln(1-x)$

(D) $f(x)=\ln(x^2-1)$ 与 $g(x)=\ln(x+1)+\ln(x-1)$

【解析】应选(C).

(A) 因为 $f(x)=\ln x^2$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，而 $g(x)=2\ln x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，所以 $f(x)=\ln x^2$ 与 $g(x)=2\ln x$ 不是同一函数；

(B) 因为 $\sqrt{x^2}\neq x$，所以 $f(x)=\sqrt{x^2}$ 与 $g(x)=x$ 不是同一函数；

(C) 因为 $f(x)=\ln(1-x^2)$ 与 $g(x)=\ln(1+x)+\ln(1-x)$ 的定义域都是 $(-1,1)$，且 $\ln(1-x^2)=\ln(1+x)+\ln(1-x)$，所以 $f(x)=\ln(1-x^2)$ 与 $g(x)=\ln(1+x)+\ln(1-x)$ 是同一函数；

(D) 因为 $f(x)=\ln(x^2-1)$ 的定义域为 $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，而 $g(x)=\ln(x+1)+\ln(x-1)$ 的定义域为 $(1,+\infty)$，所以 $f(x)=\ln(x^2-1)$ 与 $g(x)=\ln(x+1)+\ln(x-1)$ 不是同一函数.

## 二、几类常见的函数

由于函数是一种对应法则，所以现实生活中，类似这样的对应法则几乎无处不见，一张电

影票对应一个座位，一把钥匙对应一把锁，等等，函数实在太多了，导致人们没办法把所有的函数都研究清楚，当然也没这个必要.试想一下，当无法把百万敌军全部消灭时，人们经常采取的最好的办法应该是把某些容易消灭或具有代表性的人物消灭，实在不行也可以分块消灭，所谓"挑软柿子捏""擒贼先擒王""各个击破"就是这个道理.研究函数的思路也类似，当无法把所有函数研究清楚时，就试着把一些很典型的或很容易研究的函数先掌握，然后再研究一些具有共同特性的函数(也就是一类一类地进行研究)，比如：函数的单调性、周期性、奇偶性、有界性，等等.

### 1. 基本初等函数

(1)常函数：$y=C$($C$ 为常数)；

(2)幂函数：$y=x^{\alpha}$($\alpha$ 为常数)；

(3)指数函数：$y=a^x, x\in(-\infty,+\infty)$，其中 $a$ 为大于 0 且不等于 1 的常数，

特别地，常用的指数函数为 $y=e^x$($e=2.718\ 2\cdots$，无理数).指数函数的图形如图 1—1 所示.

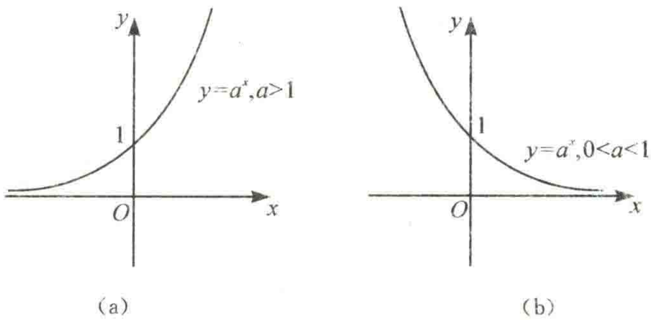


图 1—1

名师点拨

指数函数的基本运算法则：

①$a^{x_1}a^{x_2}=a^{x_1+x_2}$；　②$\dfrac{a^{x_1}}{a^{x_2}}=a^{x_1-x_2}$；　③$(a^{x_1})^{x_2}=a^{x_1x_2}$；④$a^{x_1^{x_2}}\neq(a^{x_1})^{x_2}$.

(4)对数函数：$y=\log_a x, x\in(0,+\infty)$，其中 $a$ 为大于 0 且不等于 1 的常数.特别地，常用的对数函数有 $y=\log_{10}x=\lg x$ 和 $y=\log_e x=\ln x$.对数函数的图形如图 1—2 所示.

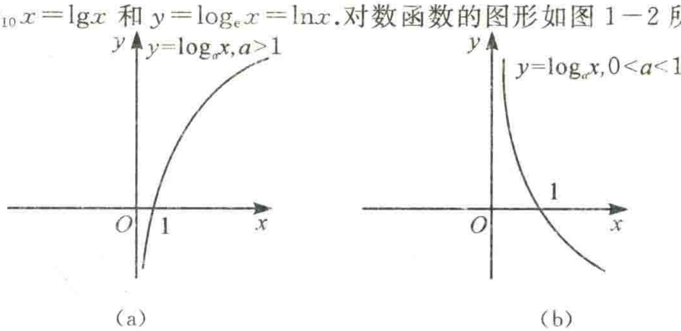


图 1—2