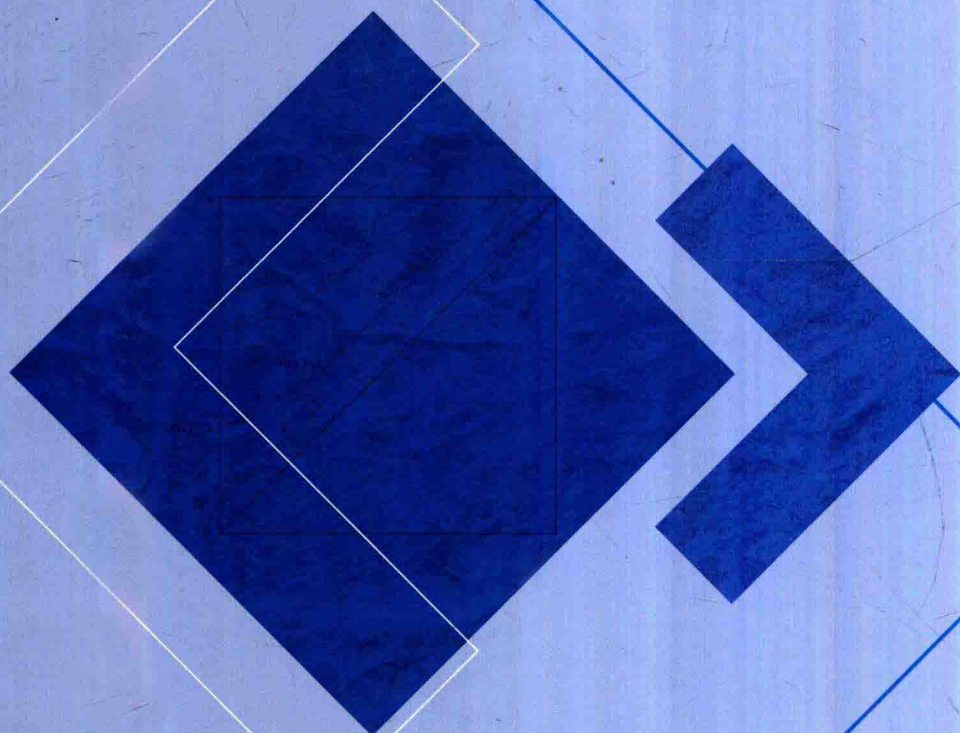


油气藏地质及开发工程国家重点实验室资助

低渗致密砂岩

非线性有效应力

赵金洲 肖文联 李 闽◎著



科学出版社

油气藏地质及开发工程国家重点实验室资助

低渗致密砂岩非线性有效应力

赵金洲 肖文联 李 闽 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书内容源于作者及其研究团队近十年来围绕岩石有效应力方面所开展的研究工作。本书共分为四章,内容涉及岩石有效应力理论、实验和数值模拟,以及其在油气田开发中的应用。本书主要内容有:有效应力的概念、有效应力系数的定义及其关系、孔隙型岩石和裂缝型岩石的渗透率有效应力模型、岩石变形特征与有效应力系数的关系、逾渗理论与水电相似原理、随机孔隙网络模型建立与模拟、非线性有效应力实验测试装置与测试方案、非线性有效应力计算方法、渗透率与有效应力关系模型、应力敏感性评价标准等。同时,全书附有相关参考文献,便于读者对相关信息进行追踪与收集。

本书可供油气田开发工程、油气井工程、地质和环境等诸多领域的教师、研究生、工程技术人员及研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

低渗致密砂岩非线性有效应力/赵金洲,肖文联,李闽著. —北京:科学出版社, 2017.3

ISBN 978-7-03-041285-0

I. ①低… II. ①赵… ②肖… ③李… III. ①低渗透储集层-致密砂岩-非线性-有效应力 IV. ①P588.21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 138500 号

责任编辑:张展罗莉/责任校对:邓利娜

责任印制:罗科/封面设计:墨创文化

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

四川煤田地质制图印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 3 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2017 年 3 月第一次印刷 印张: 12

字数: 254 000

定价: 118.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

在我国已被发现和开发的油藏中,低渗致密油气藏分布广泛且占有相当大的比例。根据现有的统计资料,低渗透天然气地质储量占全国天然气储量的 63.6%,而低渗油藏储量占到石油资源总量的近 1/3。近年来,新增石油探明储量的一半来自陆相低渗致密储层,且对应的难动用储量大部分是低渗致密砂岩储层。这类储层的显著特点之一是发育有高角度的构造裂缝,以及水平层理缝、粒内缝、粒缘缝等成岩裂缝。粒内缝和粒缘缝是沟通储层基质粒间孔隙和粒内溶孔的重要通道(曾联波等,2008)。这些沟通岩石孔隙的微裂缝在石油与天然气开采过程中会开启或闭合,导致岩石物性(如渗透率)的变化规律不再遵循线性有效应力方程,而符合非线性有效应力方程(李闽等,2009b;肖文联等,2013)。

然而,也许是为了简便起见,也可能受长期固化认识的影响,在实际应用时大家基本上都是用线性有效应力方程($p_{\text{eff}}=p_c-\kappa p_f$,其中,有效应力系数 κ 是常数)。在 κ 是常数(特别是 $\kappa=1$)时,容易通过线性有效应力方程,把岩石物性参数与变量围压和孔隙流体压力的变化关系转化成岩石物性随孔隙流体压力的变化结果,并将岩石物性转化成与单一变量之间的关系。作者及其所在的研究团队经过近十年的研究,不仅发现了有效应力具有非线性特点,而且实现了用非线性有效应力方程描述低渗致密砂岩,即论证了具有实际应用意义的非线性有效应力。

本书是作者及其所在研究团队共同努力研究的结晶。全书共分为四章,主要内容包括非线性有效应力理论模型、实验装置改进与方案设计、实验数据处理分析方法、随机孔隙网络模型建立与模拟,以及应力敏感性评价及其应用等。本书由赵金洲教授统稿,赵金洲教授、肖文联博士和李闽教授共同撰写完成,研究团队的一批博士生和硕士生也参与了相关实验、图件处理等工作。

最后,特别感谢西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室对作者研究工作的一贯支持。感谢美国麻省理工学院的 Bernabé 教授对本书 3D 微观实验方面提供的帮助和对本书修改方面所提的建议。感谢西南石油大学唐洪明教授、陶忠艳老师,西南油气田分公司周克明高级工程师,中国科学院武汉岩土力学研究所李小春研究员对本书研究工作所提出的建议与意见。

作 者

2016 年 8 月

目 录

第1章 渗透率有效应力理论	1
1.1 渗透率有效应力定义及理论研究进展	1
1.1.1 有效应力的定义	1
1.1.2 有效应力理论研究进展	4
1.2 孔隙型岩石渗透率有效应力模型	7
1.2.1 孔隙型单组分岩石模型	7
1.2.2 孔隙型双组分岩石模型	9
1.3 裂缝型岩石渗透率有效应力模型	16
1.3.1 椭圆裂缝黏土岩石模型	18
1.3.2 钉状裂缝黏土岩石模型	33
1.4 岩石变形响应特征	45
1.5 本章小结	46
第2章 渗透率有效应力孔隙网络模拟	47
2.1 孔隙网络模拟研究进展	47
2.2 孔隙网络模拟基础	52
2.2.1 逾渗理论	52
2.2.2 水电相似原理和基尔霍夫定律	53
2.2.3 孔隙模型及其流动方程	54
2.3 孔隙网络模拟模型建立与求解	57
2.4 孔隙网络模型模拟	60
2.4.1 网络模拟程序设计与编写	60
2.4.2 模拟方案和模拟结果	62
2.5 本章小结	77
第3章 渗透率有效应力实验	79
3.1 渗透率有效应力实验研究进展	79
3.2 实验测试技术	85
3.2.1 实验装置	85
3.2.2 实验方案	86
3.3 实验数据分析方法	90

3.4 典型岩石的渗透率有效应力测试	91
3.4.1 岩样基本物性	91
3.4.2 岩样微观特征	92
3.4.3 实验结果与分析	107
3.5 本章小结	125
第4章 储层岩石的应力敏感性及其在数值模拟中的应用	126
4.1 应力敏感性研究进展	126
4.1.1 渗透率与有效应力的关系	126
4.1.2 储层岩石应力敏感性	128
4.2 渗透率与有效应力的经验模型和理论模型	131
4.2.1 圆形孔隙模型、椭圆形孔隙模型与二项式模型	132
4.2.2 类三角形孔隙模型、星形孔隙模型和指数模型	132
4.2.3 Walsh 平板裂缝模型、Gangi 钉状裂缝模型与乘幂模型	133
4.3 应力敏感性系数与应力敏感性特征	143
4.4 应力敏感性模型在数值模拟中的应用	152
4.4.1 单井地质模型	152
4.4.2 数据准备	153
4.4.3 考虑应力敏感的单井数值模拟	153
4.5 本章小结	157
参考文献	158
附录 A	164
A1 孔隙壳状模型	164
A2 Berryman 双组分模型	167
A3 双组分孔隙模型	173
附录 B	180

第1章 渗透率有效应力理论

1.1 渗透率有效应力定义及理论研究进展

1.1.1 有效应力的定义

当饱和孔隙流体岩石所受应力发生改变时,岩石的物理性质(如渗透率 k 、孔隙度 ϕ 、压缩系数 C_f 等)会在围压 p_c 和孔隙流体压力 p_f 的作用下发生改变。因此,岩石的物理性质是围压和孔隙流体压力的函数。假设岩石物理性质是渗透率,当忽略应力滞后效应和实验流体与岩石间的物理化学反应(Robin, 1973)时有

$$k = K(p_c, p_f) \quad (1-1)$$

当孔隙流体压力 $p_f=0$ 时,方程(1-1)可改写为

$$k = K(p_c, 0) = K_0(p_{\text{eff}}) \quad (1-2)$$

其中, p_{eff} 为有效应力,数值上等于 p_f 为零时对应的围压 p_c ,其对岩石渗透率的作用效果与孔隙流体压力 p_f 为零时围压对岩石渗透率的作用效果相同,也与某一围压 p_c 和孔隙流体压力 p_f 共同对岩石渗透率的作用效果一致。根据方程(1-2)可知,有效应力 p_{eff} 可表示为围压 p_c 和孔隙流体压力 p_f 的函数关系,如:

$$p_{\text{eff}} = P(p_c, p_f) \quad (1-3)$$

通常方程(1-3)可进一步简化为如下表达式(Robin, 1973; 肖文联, 2013):

$$p_{\text{eff}} = p_c - \kappa p_f \quad (1-4)$$

其中, κ 为有效应力系数(一般认为是常数),无因次参数,与岩石孔隙形状、矿物组成、胶结物等因素有关,表示孔隙流体压力相对围压而言对渗透率影响程度的大小。

依据方程(1-4)可知,只要确定了有效应力系数,就可计算得到有效应力。可见,有效应力的研究主要体现在有效应力系数上。如果有效应力系数 κ 是常数,那么对应的有效应力为线性有效应力;如果有效应力系数是压力(如围压、孔隙流体压力等)的函数,那么对应的有效应力为非线性有效应力。此外,岩石物理性质不同,对应的有效应力也不相同,通常在有效应力之间增加相应的物理性质参数来区分不同性质所对应的有效应力,例如渗透率有效应力、孔隙度有效应力、形变有效应力等(Li et al., 2014; 肖文联等, 2013)。

方程(1-3)简化为方程(1-4)使得确定渗透率有效应力变得容易。Robin(1973)指出这一简化的依据是,在应力变化范围内,岩石满足弹性变形且孔隙连通性不变,即有效应力系数 κ 为常数——渗透率有效应力为线性有效应力。这也是 κ 计算方法建立的基础。此时,方程(1-4)可以表示为

$$dp_{\text{eff}} = dp_c - \kappa dp_f \quad (1-5)$$

假设方程(1-1)中 $k=K(p_c, p_f)$ 在应力变化范围内连续且可导,那么存在:

$$dk = (\partial k / \partial p_c) dp_c + (\partial k / \partial p_f) dp_f \quad (1-6)$$

Bernabé(1986)基于渗透率有效应力数据和 Todd 声波有效应力数据,推测绘制得到渗透率等值线(图 1-1)。

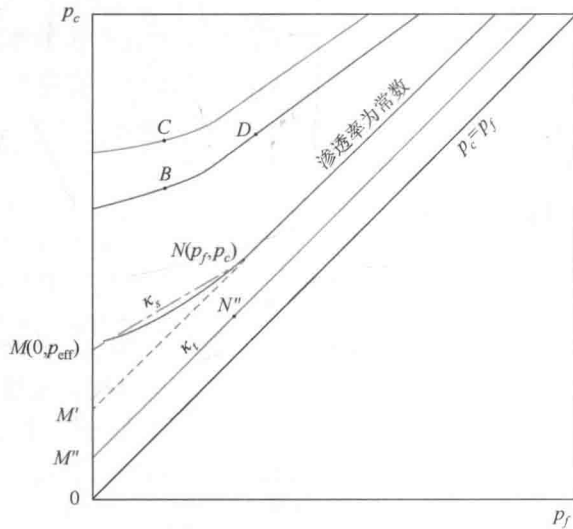


图 1-1 渗透率等值线图

渗透率等值线上压力点 $N(p_f, p_c)$ 及其附近很小范围内有 $dk=dp_{\text{eff}}=0$,对比方程(1-5)和方程(1-6),可得到渗透率有效应力系数 κ_t 的表达式如下:

$$\kappa_t = - \frac{\partial k / \partial p_f}{\partial k / \partial p_c} \quad (1-7)$$

有效应力系数为常数意味着表征该关系的曲线簇为相互平行的直线(Bernabé, 1986),此时渗透率与围压 p_c 和孔隙流体压力 p_f 之间的函数关系是线性关系。然而,图 1-1 中的该曲线簇不是相互平行的直线关系,因此方程(1-7)并不能表征岩样的这种非线性特征。只有在压力变化很小的范围内,方程(1-7)才成立。例如,图 1-1 中的点 $N(p_f, p_c)$,该压力点及其临近压力点对应的渗透率可视为不变,有效应力不变,则渗透率等值线可视为是相互平行的,此时方程(1-7)表示过点 $N(p_f, p_c)$ 的

切线的斜率, Bernabé称对应的有效应力系数 κ_t 为“局部”系数或者切线有效应力系数(简称“切线系数”), 根据切线系数 κ_t 计算的有效应力称为切线有效应力, 并认为这个有效应力系数并没有实际意义。例如, 沿图 1-1 中 N 点的切线方向可以延伸至孔隙流体压力为零的 M' 点。显然, M' 点的围压与 N 点等值线延伸至孔隙流体压力为零时的围压(此时 $p_f=0$, $p_c=p_{\text{eff}}$) 不相同。图 1-1 中 N 点的围压和孔隙流体压力对岩石渗透率的作用效果与 M 点孔隙流体压力为零时围压对岩石渗透率的作用效果一样, M 点的围压等于 N 点的有效应力 p_{eff} , 而 M' 则因渗透率值与 N 点的渗透率值不一样, M' 点的围压不等于 N 点的有效应力 p_{eff} , 因此按照方程 (1-7) 计算有效应力系数得到的有效应力不满足有效应力的基本概念。同时, M' 点的渗透率不等于 N 点的渗透率, 这一差别是造成切线有效应力没有实际应用意义的原因。

因此, 当渗透率等值线是曲线时(图 1-1), 有效应力系数 κ 是围压和孔隙流体压力的函数, 那么方程 (1-4) 可以改写为

$$p_{\text{eff}} = p_c - \kappa(p_c, p_f)p_f \quad (1-8)$$

由图 1-1 中连接 N 点和 M 点的割线(图中虚线)可以看出, 割线连接的 M 和 N 点都在渗透率等值线上。因为孔隙流体压力等于零, M 点的围压就是 M 和 N 点等值线上的有效应力。 M 和 N 点的坐标已知, 通过建立 M 和 N 点的直线方程, 并考虑 M 点的围压 $(p_c)_M$ 等于有效应力 p_{eff} , 可得

$$(p_c)_M = p_{\text{eff}} = p_c - \frac{(p_c)_N - (p_c)_M}{(p_f)_N} p_f \quad (1-9)$$

对比方程 (1-8) 和方程 (1-9), 得到

$$\kappa_s = \frac{(p_c)_N - (p_{\text{eff}})_M}{(p_f)_N} \quad (1-10)$$

其中, κ_s 被称为割线有效应力系数(简称“割线系数”), 根据割线系数 κ_s 计算得到的有效应力称为割线有效应力。

这里不妨讨论一下 κ_t 和 κ_s 的关系及对应的切线有效应力和割线有效应力是否满足有效应力的基本定义。

(1) 当等值线是曲线时, κ_t 和 κ_s 都是围压和孔隙流体压力的函数, 两个系数都表现出非线性特征, 但是二者不相等, 对应的切线有效应力不等于割线有效应力, 切线系数 κ_t 对应的是微分有效应力, 而割线系数 κ_s 对应的是积分有效应力。切线有效应力不满足有效应力的定义, 而割线有效应力满足有效应力的定义。

(2) 等值线不是相互平行的直线时, 切线和割线重合, κ_t 和 κ_s 相等且都是围压和孔隙流体压力的函数, 具有非线性特征。例如, 图 1-1 中的 M'' 和 N'' 所在的直线上, 切线和割线重合并都落在 M'' 和 N'' 所在的等值线上, 孔隙流体压力等于零时, M'' 点的渗透率与 M'' 和 N'' 所在等值线上的渗透率处处相等, 切线有效应力等于割线有效应力, 且都满足有效应力的定义。

(3) 当所有等值线均为斜率相等的平行直线时, 切线和割线重合, κ_t 和 κ_s 相等且为一常数, 用这个常数计算得到的有效应力是线性有效应力, 此时切线有效应力等于割线有效应力, 且都满足有效应力的定义。因此, 用 κ_s 计算得到的有效应力在任何情况下都满足有效应力的定义, 而用 κ_t 计算得到的有效应力在情况(1)中不满足有效应力的定义。

很多情况下, κ_t 和 κ_s 是相等的, 这是部分岩心的有效应力和渗透率实验数据点在有效应力和渗透率图中重合在一起的原因, 这也是以往没有区分两种有效应力系数的根本原因(李闯等, 2009)。

结合图 1-1 还可以发现, 在孔隙流体压力不变时, B 点的 κ 值大于 C 点; 而在围压不变时, C 点的 κ 值小于 D 点, 即有效应力系数随围压的增加而减小, 随孔隙流体压力的增加而增加, 切线系数和割线系数都具有这样的规律。

既然如此, 在计算 κ_s 前, 并不清楚要计算岩样的 κ_t 和 κ_s 是否相等。在任何情况下割线系数 κ_s 计算得到的有效应力均满足有效应力的定义, 满足有效应力定义的切线有效应力只是割线有效应力的特殊情况。

在此特别指出: ①不管是方程(1-4)还是方程(1-8), 有效应力系数都仅仅与岩石的应力状态相关, 忽略了实验方式、化学反应等因素的影响; ②计算得到的有效应力需要满足“相同有效应力对应的渗透率相等”这一规律, 即有效应力的定义。此外, 非线性有效应力在实际工程问题中是普遍存在的, 那么要使非线性有效应力与线性有效应力一样具有实际应用意义, 除了满足有效应力的定义之外, 还必须建立起岩石物理性质与单一变量间的简单关系。例如, 对于线性有效应力, 由于 κ 是常数, 给定不同的变量围压和孔隙流体压力, 根据方程(1-4)线性组合得到的有效应力仍然是单一变量, 那么就可以把渗透率与围压和孔隙流体压力两变量的关系转化为渗透率与单变量有效应力(围压和孔隙流体压力的线性组合)的关系。换句话说, 由方程(1-4)线性组合后得到的变量是单一变量, 线性有效应力方程正是通过这种线性组合, 将两变量问题转化成了单变量问题, 简化了所要研究的问题。当方程(1-4)给出的有效应力系数 κ 不是常数, 而是围压和孔隙流体压力的函数(方程(1-8))时, 就不能把渗透率与围压和孔隙流体压力两变量的关系转化成渗透率与单变量有效应力(围压和孔隙流体压力的非线性组合)间的关系, 除非非线性有效应力系数 κ 是围压和孔隙流体压力线性组合的函数(此时用方程(1-8)可方便地将渗透率转换成有效应力这一单一变量的函数)。

1.1.2 有效应力理论研究进展

渗透率有效应力理论模型包含概念模型和解析模型, 这些模型源于对岩石微观孔隙结构特征的认识, 这为有效应力的分析和运用奠定了基础。

1923年, Terzaghi 将有效应力引入到多孔介质土壤中, 以表征孔隙流体压力的影响, 认为唯有效应力作用于固体骨架, 于是有效应力也被称为颗粒间的应力。也许是这个原因, 在有效应力的研究中常采用微观处理的方法。Terzaghi 于1925年提出了点接触的颗粒微观模型(图1-2), 并论证了有效应力等于围压与孔隙流体压力的差值, 即有

$$p_{\text{eff}} = p_c - p_f \quad (1-11)$$

这与方程(1-4)和方程(1-8)中有效应力系数等于1时的表达式一样, 简单的形式使得其在土壤力学中得到了广泛、有效的应用, 方程(1-11)也就是大家所熟知的 Terzaghi 有效应力定律, 这奠定了土力学的基础。随后, Terzaghi 有效应力被推广到岩石力学中, 且不仅用于分析岩石的强度、变形等, 而且还被用于分析岩石的渗透率、声波、孔隙度等。

相比于土壤, 岩石的孔隙结构和矿物组分更为复杂, 因此 Terzaghi 有效应力定律应用在岩石中便出现了偏差。或许如此, Robin 于1973年研究了各种不同物理性质的有效应力表达式。他假设岩石变形是弹性的, 在分析围压和孔隙流体压力对岩石物理性质(例如渗透率、形变等)的影响之后, 指出有效应力系数等于1时对应的有效应力才有用, 非线性有效应力不满足其给出的有效应力定义且不具有实际的应用意义。

然而, Robin 的观点(1973)却不能用于解释 Zoback 和 Byerlee (1975) 在实验过程中观察到有效应力系数大于1的现象。为解释这种现象, Zoback 和 Byerlee (1975) 提出了双组分岩石的概念模型。难压缩的(诸如石英之类的)骨架颗粒在外环, 内环是易于压缩的诸如黏土矿物之类的矿物, 该模型被称为“黏土壳状模型”。孔隙流体压力作用于易于变形的内环, 围压作用于难以变形的内环, 因此, 相对由围压引起的孔隙空间的变形, 由孔隙流体压力引起的孔隙空间变形更加显著, 对渗透率的影响也更大, 从而使有效应力系数 κ 大于1。Al-Wardy 和 Zimmerman (2004) 在 Zoback 和 Byerlee (1975) 壳状模型的基础上, 提出了另外一种双组分模型: 外环是难压缩的骨架颗粒, 易于压缩的矿物以粒状的方式粘附于外环的内壁, 该模型被称为“黏土粒状模型”。在两种概念模型的基础上, 基于弹性圆柱管应力应变方程、泊肃叶方程和达西公式, 分别得到了壳状模型和粒状模型有效应力系数 κ 的表达式。 κ 是黏土矿物含量和硬度比(岩石剪切模量与黏土矿物剪切模量的比值)的函数, 随黏土矿物含量和硬度比的增加而增加; 黏土矿物含量和硬度比相等时, 壳状模型的 κ 小于粒状模型的 κ ; 岩石含黏土矿物时, κ 会大于1, 甚至高达8; 岩石不含黏土矿物时, 两种模型的 κ 相等, 且为 $(2+\phi)/3$ (ϕ 为孔隙度)。

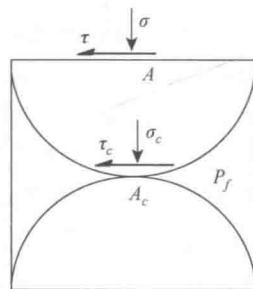


图1-2 点接触微观模型

τ : 剪切应力; σ : 总应力
相当于围压 P_c ; A : 颗粒
直径; σ_c : 接触点应力;
 τ_c : 接触点剪切应力;
 p_f : 孔隙流体压力;
 A_c : 接触面积

随后, Ghabezloo 等 (2009) 提出了“孔隙壳状模型”, 即外环是难压缩的骨架颗粒, 中心是易于压缩的部分, 两者之间是环状孔隙, 根据弹性球形孔和圆柱管的应力应变方程、渗透率函数和有效应力系数的定义, 建立了 κ 与外环难压缩骨架弹性模量、中心易于压缩部分弹性模量比值的线性函数。Berryman (1992) 将黏土矿物产状的影响忽略, 从另外一个角度提出了“双组分孔隙岩石模型”。在 Gassmann 的假设下建立了双组分岩石的有效应力系数计算表达式, 并发现 κ 为常数, 可出现远大于 1 的情况; 将双组分岩石 κ 计算式简化为单组分时, 结果是 κ 为不超过 1 的常数。Berryman 模型在使用之前需要确定岩石的孔隙流体压缩系数。当双组分模型中的两个组分性质一样时, 便可得到单组分岩石的 κ 计算公式。结果发现, 单组分岩石 κ 为小于 1 的常数, Al-Wardy 和 Zimmerman (2004) 的 κ 模型下限值为 $(2+\phi)/3$ 。然而, 这些模型实际都是圆形孔隙管束模型, 不能表征裂缝性岩石的孔隙特征。

在 (微) 裂缝花岗岩和微裂缝发育的低渗砂岩中有效应力系数不是常数, 而是随应力的变化而变化 (李闯等, 2009b, Bernabé, 1986; David et al., 1989; 乔丽苹等, 2011), 那么圆形孔隙管束模型不能解释有效应力系数不是常数这一特征。于是, Walsh (1981) 根据渗透率与热传导的相似性, 视岩石骨架为一个组分, 假设裂缝壁面满足指数分布, 由此得到了二维平面裂缝模型的有效应力系数 κ 的表达式, 发现 κ 值是小于 1 的常数; 同时, 在管束模型的基础上简化了 κ 表达式, 得到 κ 的范围是 $[0.4, 1.0]$, 下限值小于 $(2+\phi)/3$ 。

之后, Bernabé (1995) 将裂缝等效为截面为二维椭圆的无限体, 结合受力二维平面椭圆的应力应变方程和 N-S 流动方程, 推导出有效应力系数是椭圆纵横比 (椭圆截面短半轴长度与长半轴长度的比值) 的函数。当纵横比趋近于 0 时, 代表无限长裂缝, κ 达到上限值且等于 1; 当纵横比为 1 时, 代表圆形管束孔隙, κ 为下限值且等于 0.5。

真实岩心中可能会同时存在圆形管束孔隙和裂缝, 并且裂缝随应力的增加会逐渐表现为圆形孔隙的特征。据此, 李闯等 (2009b) 提出了均一骨架岩石的双组分孔隙 (圆形管束和裂缝) 概念模型, 指出当有效应力较小时, 岩石有显著的裂缝特征, 随有效应力的增加, 岩石过渡到裂缝和孔隙共同作用的阶段, 若有效应力进一步增加, 岩石表现为孔隙特征。郑玲丽 (2009) 和李闯 (2009b) 分别进行了理论推导和网络模拟, 证明了圆形管束孔隙的 κ 下限值等于孔隙度。因此, 李闯 (2009) 认为有效应力系数 κ 的变化范围是 $[\phi, 1]$, 随有效应力的增加 (围压不变时孔隙流体压力减小) κ 值逐渐减小。

综上所述, 有效应力系数的理论研究都是基于线弹性理论。如果将岩石骨架视为单一组分, 那么 κ 不超过 1, 变化范围是 $[\phi, 1.0]$; 如果岩石除了骨架颗粒之外, 在孔隙中还分布有易于压缩的部分 (例如黏土矿物), 那么 κ 将大于 1, 甚至远大

于1; 如果岩石表现为孔隙性特征(岩石的孔隙空间可以用圆形管束表征), 那么有效应力系数是常数; 如果岩石孔隙中包含有(微)裂缝, 那么有效应力系数将随应力的变化而变化。岩石的组成和孔隙类型影响有效应力系数的变化。

1.2 孔隙型岩石渗透率有效应力模型

对孔隙型岩石进行分析时采用最多的是球形和圆柱形模型(图1-3), 当研究渗透率的流动性质时圆柱形模型更为合适。岩石骨架的组成比较复杂, 尤其是砂岩骨架——主要为石英、长石和岩屑以及一些胶结物, 其中, 岩屑和胶结物中含有的矿物也是非常复杂的, 这与岩石的沉积环境、后期作用等因素有关。在建立理论模型时, 通常做法是将岩石所有的固体部分视为一个组分, 对应单组分岩石模型; 当岩石中含有易于压缩的部分(如黏土矿物)时, 将黏土矿物单独划分为一个组分, 即岩石中存在两个组分, 对应岩石双组分模型。为此, 下面将给出孔隙型单组分岩石模型和孔隙型双组分岩石模型。

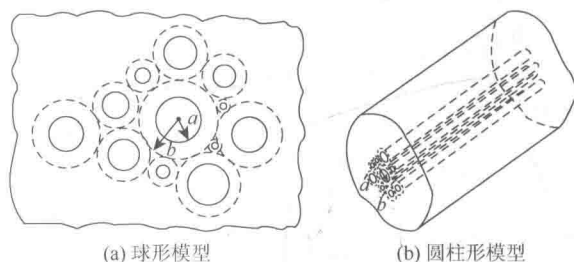


图 1-3 孔隙型岩石孔隙模型

1.2.1 孔隙型单组分岩石模型

圆柱形管模型截面如图1-4所示, 孔隙半径为 a , 岩石半径为 b 。模型外部和内部所受应力分别为围压 p_c 和孔隙流体压力 p_f , 且均匀作用在模型的外部 and 内部, 轴向上没有应变。取圆形管柱的任意截面为研究对象, 其仅发生径向对称形变, 根据二维弹性平面应变理论 (Sokolnikoff, 1956), 有

$$u = [u_r(r, \theta, \zeta), u_\theta(r, \theta, \zeta), u_\zeta(r, \theta, \zeta)] \\ \Rightarrow [u_r(r, 0, 0), 0, 0]$$

对应的两个非零应变量为

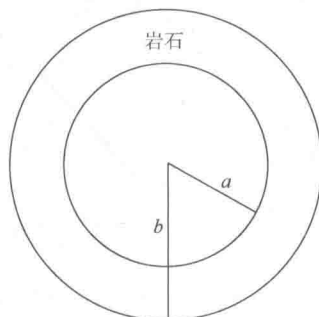


图 1-4 圆柱形管模型截面

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} \quad (1-12)$$

方程(1-12)已满足三个应力平衡方程中的两个方程(Sokolnikoff, 1956), 因此第三个方程表示为

$$\frac{d\tau_{rr}}{dr} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (1-13)$$

各向同性介质的应力应变方程表示为

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + 2\mu\varepsilon_{rr} \\ \tau_{\theta\theta} &= \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + 2\mu\varepsilon_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (1-14)$$

方程中用来表征物体弹性的两个常数, 称为拉梅常数。结合方程(1-12)和方程(1-14), 有

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \frac{du}{dr} + \lambda \frac{u}{r} \\ \tau_{\theta\theta} &= \lambda \frac{du}{dr} + (\lambda + 2\mu) \frac{u}{r} \end{aligned} \quad (1-15)$$

将方程(1-15)代入方程(1-13), 有

$$\frac{d}{dr} \left[(\lambda + 2\mu) \frac{du}{dr} + \lambda \frac{u}{r} \right] + 2u \left[\frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} \right] = 0 \quad (1-16)$$

当 λ 和 μ 都是常数时, 方程(1-16)改写为

$$(\lambda + 2\mu) \left[\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} \right] = 0 \quad (1-17)$$

方程(1-17)是描述圆柱形管应力应变的二阶偏微分方程, 根据 Jaeger 和 Cook (2007) 的研究, 可以得到其通解为

$$u(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (1-18)$$

结合边界条件: 内边界 $r=a$ 处, $p=-p_f$; 外边界 $r=b$ 处, $p=-p_c$, 得到通解中的系数 A 和 B , 其表达式为

$$A = \frac{p_c b^2 - p_f a^2}{2(\lambda + \mu)(a^2 - b^2)} \quad (1-19)$$

$$B = \frac{a^2 b^2 (p_c - p_f)}{2\mu(a^2 - b^2)} \quad (1-20)$$

将 A 和 B 的表达式带入方程(1-18)中, 得到圆形管的应力应变方程如下:

$$u(r) = \frac{(p_c b^2 - p_f a^2)r}{2(\lambda + \mu)(a^2 - b^2)} + \frac{a^2 b^2 (p_c - p_f)}{2r\mu(a^2 - b^2)} \quad (1-21)$$

根据 Hagen-Poiseuille 方程, 通过圆柱形管的流量表达式为(White, 1991):

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{dp}{dz} \quad (1-22)$$

式中, η ——流体的黏度;

dp/dz ——轴向上的压力梯度。

结合达西定律, 单管岩石的渗透率为

$$k = \frac{\pi a^4}{8A} \quad (1-23)$$

式中, A ——垂直于渗流方向的过流端面的面积。

由此可见, 渗透率正比于孔隙半径的四次方 (a^4), 渗透率的变化取决于孔隙半径的变化, 且半径 a 的较小变化会引起渗透率的显著变化。整个模型的推导是基于线弹性理论, 因此有效应力将表现出线性特征, 此时可根据方程 (1-7) 计算有效应力系数, 则由链式法则得

$$\kappa = -\frac{\left(\frac{\partial k}{\partial p_f}\right)_{p_c}}{\left(\frac{\partial k}{\partial p_c}\right)_{p_f}} = -\frac{\left(\frac{dk}{da}\right)\left(\frac{\partial a}{\partial p_f}\right)_{p_c}}{\left(\frac{dk}{da}\right)\left(\frac{\partial a}{\partial p_c}\right)_{p_f}} = -\frac{\left(\frac{\partial a}{\partial p_f}\right)_{p_c}}{\left(\frac{\partial a}{\partial p_c}\right)_{p_f}} \quad (1-24)$$

根据方程 (1-21), 可以得到圆形管内半径 a 随孔隙流体压力 p_f 和围压 p_c 的变化关系, 具体如下:

$$\left(\frac{\partial u(a)}{\partial p_f}\right)_{p_c} = \frac{a^3}{2(\lambda + \mu)(b^2 - a^2)} + \frac{ab^2}{2\mu(b^2 - a^2)} \quad (1-25)$$

将方程 (1-25) 代入方程 (1-24), 得到渗透率有效应力系数的表达式为

$$\kappa = \frac{\lambda + \mu(1 + \phi)}{\lambda + 2\mu} = \frac{1 + (1 - 2\nu)\phi}{2(1 - \nu)} \quad (1-26)$$

方程 (1-26) 中孔隙度 $\phi = (a/b)^2$ 。当泊松比 ν 取 0.25 时, 方程 (1-26) 进一步简化为

$$\kappa = \frac{2 + \phi}{3} \quad (1-27)$$

可见, 圆形管束模型的有效应力系数是常数, 有效应力表现为线性特征, 且有效应力系数的变化范围是 $[2/3, 1]$ 。

1.2.2 孔隙型双组分岩石模型

黏土矿物会显著影响岩石的物理性质, 包含渗透率、声波、电阻率等 (Zoback

et al., 1975; Sams et al., 2001; Durand et al., 2001), 因此有必要将黏土矿物单独划分出来作为一个组分(岩石剩下的固体部分作为一个组分)进行分析。黏土矿物通常以斑点式、薄膜式和桥式存在于岩石喉道中(图 1-5), 那么圆柱形管与黏土矿物的结合特征可以简化为图 1-6 所示的模型, 即两个双组分模型——黏土粒状模型和黏土壳状模型。

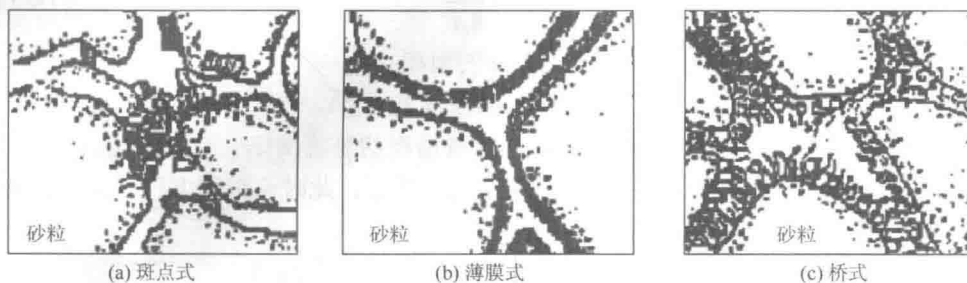


图 1-5 岩石中黏土矿物的产状(何更生等, 2011)

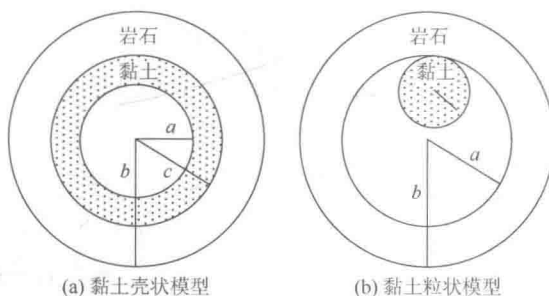


图 1-6 简化的黏土壳状模型示意图

1. 黏土壳状模型

黏土壳状模型对应的是黏土矿物薄膜式产状特征, 该模型是 Zoback 和 Byerlee 于 1975 年提出的, 用于解释所观察到的孔隙流体压力相对围压对渗透率影响更为显著的现象。黏土壳状模型如图 1-6 (a) 所示, 固体骨架部分由同心的岩石外环和黏土内环组成, 黏土矿物相对于岩石更容易压缩, 其中岩石外环半径是 b , 黏土矿物内环半径是 a , 黏土矿物外环半径与岩石内环半径均为 c , 对应边界条件如下:

- ①黏土矿物区域: $a < r < c$, $\sigma_r(r=a) = -p_f$, 拉梅常数记为 (λ_c, μ_c) ;
- ②岩石区域: $c < r < b$, $\sigma_r(r=b) = -p_c$, 拉梅常数记为 (λ_r, μ_r) ;
- ③黏土矿物与岩石相交处应力相等: $\sigma_{r, \text{clay}}(r=c) = \sigma_{r, \text{rock}}(r=c)$;
- ④黏土矿物与岩石相交处位移相等: $u_{r, \text{clay}}(r=c) = u_{r, \text{rock}}(r=c)$ 。

将边界条件代入方程 (1-15) ~ 方程 (1-18), 可以得

$$(\lambda_c + 2\mu_c) \left(A_1 - \frac{B_1}{a^2} \right) + \lambda_c \left(A_1 + \frac{B_1}{a^2} \right) = -p_f \quad (1-28)$$

$$(\lambda_r + 2\mu_r) \left(A_2 - \frac{B_2}{b^2} \right) + \lambda_r \left(A_2 + \frac{B_2}{b^2} \right) = -p_c \quad (1-29)$$

$$(\lambda_c + 2\mu_c) \left(A_1 - \frac{B_1}{c^2} \right) + \lambda_c \left(A_1 + \frac{B_1}{c^2} \right) = (\lambda_r + 2\mu_r) \left(A_2 - \frac{B_2}{c^2} \right) + \lambda_r \left(A_2 + \frac{B_2}{c^2} \right) \quad (1-30)$$

$$A_1 c + \frac{B_1}{c} = A_2 c + \frac{B_2}{c} \quad (1-31)$$

结合上述四个方程, 求得 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 的表达式分别如下。

$$A_1 = \frac{(p_f - p_c)c^2}{2(c^2 - a^2)(\lambda_c + \mu_c)} - \frac{p_f}{2(\lambda_c + \mu_c)} - \frac{\mu_c(b^2 - c^2)}{b^2(c^2 - a^2)(\lambda_c + \mu_c)} \quad (1-32)$$

$$\left[\frac{\frac{(p_f - p_c)c^2}{2(c^2 - a^2)(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{(p_f - p_c)a^2}{2\mu_c(c^2 - a^2)} - \frac{p_f}{2(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{p_c}{2(\lambda_r + \mu_r)}}{\frac{\mu_c(b^2 - c^2)}{b^2(c^2 - a^2)} \left[\frac{1}{(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{a^2}{\mu_c c^2} \right] + \frac{\mu_c}{b^2(\lambda_r + \mu_r)} + \frac{1}{c^2}} \right]$$

$$A_2 = \frac{-p_c}{2(\lambda_r + \mu_r)} + \frac{\mu_r}{b^2(\lambda_r + \mu_r)} \quad (1-33)$$

$$\left[\frac{\frac{(p_f - p_c)c^2}{2(c^2 - a^2)(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{(p_f - p_c)a^2}{2\mu_c(c^2 - a^2)} - \frac{p_f}{2(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{p_c}{2(\lambda_r + \mu_r)}}{\frac{\mu_r(b^2 - c^2)}{b^2(c^2 - a^2)} \left[\frac{1}{(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{a^2}{\mu_c c^2} \right] + \frac{\mu_r}{b^2(\lambda_r + \mu_r)} + \frac{1}{c^2}} \right]$$

$$B_1 = \frac{(p_f - p_c)a^2 c^2}{2\mu_c(c^2 - a^2)} - \frac{\mu_c(b^2 - c^2)a^2}{\mu_c(c^2 - a^2)b^2} \quad (1-34)$$

$$\left[\frac{\frac{(p_f - p_c)c^2}{2(c^2 - a^2)(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{(p_f - p_c)a^2}{2\mu_c(c^2 - a^2)} - \frac{p_f}{2(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{p_c}{2(\lambda_r + \mu_r)}}{\frac{\mu_r(b^2 - c^2)}{b^2(c^2 - a^2)} \left[\frac{1}{(\lambda_c + \mu_c)} + \frac{a^2}{\mu_c c^2} \right] + \frac{\mu_r}{b^2(\lambda_r + \mu_r)} + \frac{1}{c^2}} \right]$$