



“十二五”国家重点出版规划项目

现代激光技术及应用丛书

激光模场及光束 质量表征

冯国英 周寿桓 高春清 编著

Laser Mode Field and Beam
Quality Characterization



国防工业出版社
National Defense Industry Press



“十二五”国家重点出版规划项目

现代激光技术及应用丛书

激光模场及 光束质量表征

冯国英 周寿桓 高春清 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书系统阐述了激光模场及光束质量表征的相关知识,内容包括激光模式的解析表达和数值求解,激光模式的产生、传输及相干和非相干叠加,激光光束质量评价方法, M^2 因子及 M^2 曲线,光纤激光器中模式的传输和脉冲放大,光纤模式的测量等。

本书可供从事光学、光学工程、电子科学与技术及相关专业的科技人员和大专院校师生阅读。

图书在版编目(CIP)数据

激光模场及光束质量表征/冯国英,周寿桓,高春清
编著. —北京:国防工业出版社,2016. 11
(现代激光技术及应用)
ISBN 978 - 7 - 118 - 11176 - 7

I. ①激… II. ①冯… ②周… ③高… III. ①激
光—研究 IV. ①TN24

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 298919 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司印刷

新华书店经售

*

开本 710 × 1000 1/16 印张 23 $\frac{3}{4}$ 字数 465 千字

2016 年 11 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2500 册 定价 108.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

丛书学术委员会 (按姓氏拼音排序)

主 任	金国藩	周炳琨		
副主任	范滇元	龚知本	姜文汉	吕跃广
	桑凤亭	王立军	徐滨士	许祖彦
	赵伊君	周寿桓		
委 员	何文忠	李儒新	刘泽金	唐 淳
	王清月	王英俭	张雨东	赵 卫

丛书编辑委员会 (按姓氏拼音排序)

主 任	周寿桓			
副主任	何文忠	李儒新	刘泽金	王清月
	王英俭	虞 钢	张雨东	赵 卫
委 员	陈卫标	冯国英	高春清	郭 弘
	陆启生	马 晶	沈德元	谭峭峰
	邢海鹰	阎吉祥	曾志男	张 凯
	赵长明			

世界上第一台激光器于1960年诞生在美国,紧接着我国也于1961年研制出第一台国产激光器。激光的重要特性(亮度高、方向性强、单色性好、相干性好)决定了它五十多年来在技术与应用方面迅猛发展,并与多个学科相结合形成多个应用技术领域,比如光电技术、激光医疗与光子生物学、激光制造技术、激光检测与计量技术、激光全息技术、激光光谱分析技术、非线性光学、超快激光学、激光化学、量子光学、激光雷达、激光制导、激光同位素分离、激光可控核聚变、激光武器等。这些交叉技术与新的学科的出现,大大推动了传统产业和新兴产业的发展。可以说,激光技术是20世纪最具革命性的科技成果之一。我国也非常重视激光技术的发展,在《国家中长期科学与技术发展规划纲要(2006—2020年)》中,激光技术被列为八大前沿技术之一。

近些年来,我国在激光技术理论创新和学科发展方面取得了很多进展,在激光技术相关前沿领域取得了丰硕的科研成果,在激光技术应用方面取得了长足的进步。为了更好地推动激光技术的进一步发展,促进激光技术的应用,国防工业出版社策划并组织编写了这套丛书。策划伊始,定位即非常明确,要“凝聚原创成果,体现国家水平”。为此,专门组织成立了丛书的编辑委员会。为确保丛书的学术质量,又成立了丛书的学术委员会。这两个委员会的成员有所交叉,一部分人是几十年在激光技术领域从事研究与教学的老专家,一部分人是长期在一线从事激光技术与应用研究的中年专家。编辑委员会成员以丛书各分册的第一作者为主。周寿桓院士为编辑委员会主任,我们两位被聘为学术委员会主任。为达到丛书的出版目的,2012年2月23日两个委员会一起在成都召开了工作会议,绝大部分委员都参加了会议。会上大家进行了充分讨论,确定丛书书目、丛书特色、丛书架构、内容选取、作者选定、写作与出版计划等等,丛书的编写工作从那时就正式地开展起来了。

历时四年至今日,丛书已大部分编写完成。其间两个委员会做了大量的工作,又召开了多次会议,对部分书目及作者进行了调整,组织两个委员会的委员对编写大纲和书稿进行了多次审查,聘请专家对每一本书稿进行了审稿。

总体来说,丛书达到了预期的目的。丛书先后被评为“十二五”国家重点出

版规划项目和国家出版基金项目。丛书本身具有鲜明特色:①丛书在内容上分三个部分,激光器、激光传输与控制、激光技术的应用,整体内容的选取侧重高功率高能激光技术及其应用;②丛书的写法注重了系统性,为方便读者阅读,采用了理论—技术—应用的编写体系;③丛书的成书基础好,是相关专家研究成果的总结和提炼,包括国家的各类基金项目,如973项目、863项目、国家自然科学基金项目、国防重点工程和预研项目等,书中介绍的很多理论成果、仪器设备、技术应用获得了国家发明奖和国家科技进步奖等众多奖项;④丛书作者均来自国内具有代表性的从事激光技术研究的科研院所和高等院校,包括国家、中科院、教育部的重点实验室以及创新团队等,这些单位承担了我国激光技术研究领域的绝大部分重大的科研项目,取得了丰硕的成果,有的成果创造了多项国际纪录,有的属国际首创,发表了大量高水平的具有国际影响力的学术论文,代表了国内激光技术研究的最高水平,特别是这些作者本身大都从事研究工作几十年,积累了丰富的研究经验,丛书中不仅有科研成果的凝练升华,还有着大量作者科研工作的方法、思路和心得体会。

综上所述,相信丛书的出版会对今后激光技术的研究和应用产生积极的重要作用。

感谢丛书两个委员会的各位委员、各位作者对丛书出版所做的奉献,同时也感谢多位院士在丛书策划、立项、审稿过程中给予的支持和帮助!

丛书起点高、内容新、覆盖面广、写作要求严,编写及组织工作难度大,作为丛书的学术委员会主任,很高兴看到丛书的出版,欣然写下这段文字,是为序,亦为总的前言。

金国藩 周如琨

2015年3月

前言

自 1960 年梅曼发明了世界上第一台红宝石激光器以来,在应用需求的牵引下,激光模场及光束质量表征工作一直是人们关心的问题。系统掌握激光模场相关的基础知识和研究方法,并应用这些知识来指导激光器的设计及应用,对激光科学家和工程师等都是十分必要的。

本书以激光模场的描述、模场的叠加和光束质量测量为重点内容编写而成,从内容上可分为以下几个部分。第 1 章和第 2 章阐述了激光模场的解析表达和数值求解;第 3 章主要介绍了涡旋光场的特性;第 4 章着重从近场、远场和传输等三个方面来描述激光的光束质量;第 5 章研究了模式相干叠加和非相干叠加的场分布及光束质量;第 6 章和第 7 章主要针对光纤激光器开展研究,第 6 章研究了多模光纤激光器中泵浦光和信号光的分布情况,第 7 章介绍了光纤模式的多种测量方法,着重介绍了 S^2 法和 F^2 法测量光纤中的模式。本书的第 3 章主要由高春清完成,第 1 章、第 2 章、第 4 章至第 7 章主要由冯国英和周寿桓完成。

本书是以 2006 年以来作者在四川大学、中电集团 11 所、北京理工大学等单位从事本科生及研究生教学相关课程所用讲义和专题报告等为素材加以整理完善而成的。在编写过程中还广泛参考了这一领域发表的学术论文、硕士及博士学位论文和研究报告。每章末编入了参考文献,供进一步学习参考之用。本书力求较为全面和系统反映国内外在激光模场和光束质量评价领域的主要论文和有代表性的研究成果,其中包括国内外有重要意义的研究成果,也写入了作者及研究团队在国内外从事相关课题的研究体会,希望能编写一本适于高等院校光学、光学工程、物理电子学及电子科学与技术等专业高年级本科生和研究生的教材。本书可供上述专业高年级本科生、研究生以及相关领域的教师和科技人员参考。采用本书作为教材时,可按授课对象和需求对书中的章节进行

选取。

李大义教授、陈建国教授仔细通览了本书初稿,提出了宝贵意见,李玮、傅玉青、杜永兆、阴明、胡丽荔、邓国亮、鲜佩、张涛、兰斌、张澍霖、戴深宇、梁井川、王国振等参与了本书源程序及文字等的编制工作,在此深表感谢!

限于编者水平且时间仓促,书中难免有欠妥之处,恳请读者批评指正,不胜感激!

冯国英 周寿桓 高春清
2016年7月

第 1 章 激光模式的解析表达

1.1	传输方程	001
1.2	基模高斯光束	003
1.2.1	高斯模场的求解	003
1.2.2	基本性质	006
1.2.3	高斯光束 q 参数	007
1.2.4	$ABCD$ 定律	009
1.2.5	谐振腔中的 q 参数	010
1.2.6	高斯光束 Q 参数	011
1.2.7	$ABCD$ 定律	011
1.2.8	谐振腔中的 Q 参数	012
1.2.9	本征光线描述高斯光束	015
1.3	高阶高斯光束	016
1.4	矩形域的模式 ($H-G_{mn}$ 模式)	019
1.5	圆形域的模式 ($L-G_{pl}$ 模式)	027
1.6	稳定球面腔中的模式	030
1.6.1	模式参数	030
1.6.2	共焦腔与无穷多个稳定球面腔等价	034
1.6.3	稳定球面腔的等价共焦腔	035
1.7	阶跃光纤中的模式	036
1.7.1	导波模模式	036
1.7.2	边界条件和本征值方程	039
1.7.3	传导模式及截止频率	040
1.7.4	归一化传输常数	042
1.7.5	弱波导近似	043
1.7.6	阶跃光纤中的 LP 模式 (LP_{mn} 模式)	043
1.8	有效折射率法	054
	参考文献	054

第2章 模场的数值求解

2.1	开腔衍射理论	056
2.2	复杂光学系统的 $ABCD$ 矩阵及衍射积分方程	059
2.3	Fox - Li 数值迭代法	060
2.4	分步傅里叶变换	062
2.5	无源腔中的模场	063
2.6	有源腔分析	066
2.7	VRM 腔中的模场	068
2.8	特征向量法	070
2.9	平面波展开法	072
2.10	有限差分法	073
2.11	有限元法	076
2.12	多模式的调 Q 激光	078
2.12.1	理论分析	078
2.12.2	实验测量	081
	参考文献	082

第3章 涡旋光束

3.1	涡旋光束简介	084
3.2	涡旋光束的特性	086
3.2.1	轨道角动量	087
3.2.2	由偏振引起的角动量	088
3.3	涡旋光束的产生方法	089
3.3.1	腔内选模法	089
3.3.2	腔外转换法	090
3.4	涡旋光束的测量方法	098
3.4.1	扭矩测量法	099
3.4.2	光强二阶矩测量法	099
3.4.3	利用全息光栅法测量光束的螺旋相位	100
3.4.4	利用 Mach - Zehnder 干涉仪进行测量	101
3.4.5	利用周期渐变光栅进行测量	102
	参考文献	103

第 4 章 激光束的束宽及光束质量评价参数

4.1 束半宽的定义 106

4.1.1 1/n 定义 106

4.1.2 环围功率(能量)定义 106

4.1.3 熵束宽的定义 107

4.1.4 高斯拟合定义 107

4.1.5 二阶矩定义 107

4.2 束宽的测量 108

4.2.1 针孔扫描法测束宽 108

4.2.2 刀口法测束宽 108

4.2.3 狭缝扫描法测束宽 108

4.2.4 可变光阑法测束宽 108

4.2.5 成像器件测束宽 109

4.3 近场光束质量评价参数 109

4.3.1 光强调制度 109

4.3.2 光强均匀度 109

4.3.3 光强对比度 110

4.3.4 波前分布的均方根 110

4.3.5 波前梯度的均方根 110

4.3.6 高阶对比度 111

4.3.7 强度概率密度分布 111

4.3.8 功率谱密度 111

4.4 远场光束质量评价参数 112

4.4.1 聚焦光斑尺寸 112

4.4.2 远场发散角 112

4.4.3 斯特列尔比 113

4.4.4 桶中功率 114

4.4.5 衍射极限倍数 115

4.4.6 BQ 因子 118

4.4.7 BPF 因子 119

4.4.8 VBQ 因子 119

4.5 传输质量评价参数 119

4.5.1 束参数积 119

4.5.2 空间束宽积 120

4.5.3	M^2 因子	120
4.5.4	K 因子	132
4.5.5	M^2 曲线	132
4.6	光束质量因子 M^2 和 M^2 曲线的测量方法	137
4.6.1	聚焦两点法测 M^2	137
4.6.2	光腰两点法测 M^2	137
4.6.3	调焦两点法测 M^2	137
4.6.4	三点法测 M^2	138
4.6.5	多点拟合法测 M^2	139
4.6.6	M^2 因子实时测量方法	139
4.6.7	M^2 曲线的测量	144
4.6.8	基于 MZ-PDI 的复振幅重建及 M^2 曲线测量	145
	参考文献	159

第 5 章 激光模式的产生、线性传输及叠加

5.1	TEM _{mn} 模式的产生	164
5.2	H-G _{mn} 模式的传输	168
5.3	L-G _{pl} 模式的传输	171
5.4	LP _{mn} 模式的传输	172
5.5	H-G _{mn} 模式的相干叠加	175
5.5.1	两个 H-G _{mn} 模式相干叠加	175
5.5.2	三个 H-G _{mn} 模式相干叠加	181
5.5.3	多个 H-G _{mn} 模式相干叠加	183
5.5.4	多个 H-G _{mn} 模式叠加为 L-G _{mn} 模式	183
5.6	L-G _{mn} 模式相干叠加	187
5.6.1	两个 L-G _{mn} 模式相干叠加	187
5.6.2	三个 L-G _{mn} 模式相干叠加	193
5.6.3	多个 L-G _{mn} 模式相干叠加	194
5.7	LP _{mn} 模式相干叠加	196
5.7.1	两个 LP _{mn} 模式相干叠加	197
5.7.2	三个 LP _{mn} 模式相干叠加	206
5.7.3	多个 LP _{mn} 模式相干叠加	209
5.8	H-G _{mn} 模式非相干叠加	211
5.8.1	两个 H-G _{mn} 模式非相干叠加	211

5.8.2	三个 $H-G_{mn}$ 模式非相干叠加	216
5.8.3	多个 $H-G_{mn}$ 模式非相干叠加	217
5.9	$L-G_{pl}$ 模式非相干叠加	219
5.9.1	两个 $L-G_{pl}$ 模式非相干叠加	219
5.9.2	三个 $L-G_{pl}$ 模式非相干叠加	226
5.9.3	多个 $L-G_{pl}$ 模式非相干叠加	228
5.10	LP_{mn} 模式非相干叠加	229
5.10.1	两个 LP_{mn} 模式非相干叠加	229
5.10.2	三个 LP_{mn} 模式非相干叠加	235
5.10.3	多个 LP_{mn} 模式非相干叠加	237
5.11	正交偏振模式的叠加	239
5.11.1	两个正交偏振的 $H-G_{01}$ 和 $H-G_{10}$ 模式的叠加	239
5.11.2	两个正交偏振的 $H-G_{02}$ 和 $H-G_{20}$ 模式的叠加	242
5.11.3	两个正交偏振的 $L-G_{01}$ 模式的叠加	244
5.11.4	两个正交偏振的 $L-G_{n1}$ 模式的叠加	247
5.11.5	两个正交偏振的 LP_{11} 模式的叠加	249
5.11.6	两个正交偏振的 LP_{1n} 模式的叠加	251
5.12	模式耦合	253
5.12.1	到 $H-G_{mn}$ 模式的耦合	253
5.12.2	到 $L-G_{mn}$ 模式的耦合	253
5.12.3	到阶跃光纤的耦合	254
5.12.4	到其他正交模式系的耦合	254
	参考文献	255

第6章 基于速率方程的光纤激光器模式分析

6.1	多模光纤放大器速率方程组的建立	257
6.1.1	光子速率方程	258
6.1.2	泵浦光速率方程	260
6.1.3	信号光速率方程	260
6.1.4	粒子数密度速率方程	260
6.1.5	三能级系统的速率方程组	261
6.1.6	四能级系统的速率方程组	261
6.1.7	多模光纤放大器速率方程组	262
6.1.8	两个 LP 模式的放大	263

6.1.9	三个 LP 模式的放大	265
6.2	光纤激光脉冲放大的模式分析	267
6.2.1	多模式高斯单脉冲放大	268
6.2.2	多模式脉冲放大速率方程	270
6.3	共掺光纤激光器理论模型	274
6.3.1	泵浦光和信号光的功率分布	278
6.3.2	不同信号光波长时的输出功率	279
6.3.3	交叉弛豫过程对镱铒共掺光纤激光器的影响	280
6.3.4	输出功率随泵浦功率的变化	280
6.3.5	输出功率随掺杂浓度的变化	281
	参考文献	282

第 7 章 光纤模式的测量

7.1	模式分析的研究进展	287
7.1.1	解析 CCD 图像法	288
7.1.2	三镜环形腔法	289
7.1.3	低相干干涉法	290
7.1.4	C^2 成像法	290
7.1.5	相关滤波器法	291
7.2	S^2 法	292
7.2.1	基本原理	292
7.2.2	数值模拟	294
7.2.3	实验测量	302
7.3	F^2 法	306
7.3.1	基本原理	306
7.3.2	数值模拟	310
7.3.3	实验测量	313
	参考文献	316

激光的模式^[1-6]一般是指光学谐振腔内电磁场可能存在的本征态。不同的模式对应于不同的光场分布和振荡频率,模式又可以分为纵模和横模。通常把由整数 j (纵模序数)所表征的谐振腔内纵向(设为 z 轴方向)的稳定场分布称为激光的纵模(或轴模)。不同的纵模对应不同的 j 值,对应不同的频率。而腔内电磁场在垂直于其传播方向的横向平面($x-y$ 面)内存在的稳定场分布则称为横模。不同的横模对应于不同的横向稳定光场分布和频率^[7]。激光的模式一般用 TEM_{mnj} 来标记,其中 j 为纵模序数,即纵向驻波波节数,一般为 $10^4 \sim 10^7$ 量级,通常不写出来。 m, n 为横模序数,当 $m=0$ 且 $n=0$ 时为 TEM_{00} 基横模,即基模,其他情况则为高阶横模。对于矩形域情况,如 $H-G_{mn}$ 模式, m 表示 x 方向暗区数, n 表示 y 方向暗区数。对于圆域情况,如 $L-G_{pl}$ 模式, p 表示径向节线数即暗环数, l 表示角向节线数即暗直径数;而弱导阶跃光纤中的线偏振 LP_{mn} 模式, m 表示角向节线数即暗直径数, $n-1$ 表示径向节线数即暗环数。激光的横模与光束质量有重要关系。

在激光谐振腔中存在稳定的模场分布^[5,6,8],获得腔中模场分布解析表达的关键在于建立正确的理论模型并做适当的简化。开腔式稳定腔的模式理论是以共焦腔模的解析理论为基础的。对于方形镜共焦腔,博伊德(Boyd)和戈登(Gordon)^[1]用分离变量法进行严格的解析求解,得出的解是一组特殊定义的长椭球函数,在腔的非涅尔数 N 值($N=a^2/(\lambda L)$)不很小时,可近似表示为厄米多项式与高斯函数乘积的形式;而对于圆形镜共焦腔,本征函数的解为超椭球函数,在非涅尔数 N 不是很小的条件下,可近似表示为拉盖尔多项式、余弦(或正弦)函数和高斯函数乘积的形式。而对于光纤类的波导器件,在弱导近似下,英国学者 D. Gloge 提出了线偏振模简化解^[9],即由贝塞尔函数和余弦(或正弦)函数表示的 LP_{mn} 模式。模式的解析解表达可使人们对模式的分布特点有一个清晰的了解。

1.1 传输方程

麦克斯韦成功地把前人在电磁学领域的研究经验总结成了一组方程,并且

预言了电磁波的存在。电磁场随空间和时间周期性变化,形成电磁波的传输。光波就是电磁波。电磁场用电矢量 $\mathbf{E}$ (电场强度) 和磁感应强度 $\mathbf{B}$ 表示。要描写场对物质的作用,须引进第二套矢量,即电流密度矢量 $\mathbf{j}$ 、电位移矢量 $\mathbf{D}$ (电感强度)、磁矢量 $\mathbf{H}$ (磁场强度)。麦克斯韦方程组通常有积分和微分两种形式。微分形式的麦克斯韦方程组可以表示为^[10]

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-4)$$

式中: ρ 表示电荷密度; $\partial \mathbf{D} / \partial t$ 表示位移电流密度。算符

$$\nabla \equiv \mathbf{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \quad (1-5)$$

称为哈密顿 (Hamilton) 算子, $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$ 分别为 x, y, z 坐标轴的单位矢量。设 F_x, F_y, F_z 分别为矢量场 $\mathbf{F}$ 在 x, y, z 坐标轴上的分量, 则 $\nabla \cdot \mathbf{F}$ 表示矢量场 $\mathbf{F}$ 的散度 (也记为 $\text{div} \mathbf{F}$):

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \left(\mathbf{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (F_x \mathbf{x}_0 + F_y \mathbf{y}_0 + F_z \mathbf{z}_0) = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \quad (1-6)$$

$\nabla \times \mathbf{F}$ 表示矢量场 $\mathbf{F}$ 的旋度 (也记为 $\text{rot} \mathbf{F}$ 或 $\text{curl} \mathbf{F}$):

$$\nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{x}_0 & \mathbf{y}_0 & \mathbf{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \mathbf{x}_0 + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right) \mathbf{y}_0 + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \mathbf{z}_0 \quad (1-7)$$

标量场 $A(x, y, z)$ 的梯度可表示为 ∇A (也记为 $\text{grad} A$):

$$\nabla A = \left(\mathbf{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) A(x, y, z) = \mathbf{x}_0 \frac{\partial A}{\partial x} + \mathbf{y}_0 \frac{\partial A}{\partial y} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial A}{\partial z} \quad (1-8)$$

一般情况下, 在光波导中既没有自由电荷也没有自由电流, 因此这里 $\rho = 0$, $\mathbf{J} = 0$ 。当电磁场随时间以简谐规律 $e^{i\omega t}$ 变化时, 麦克斯韦方程组可以表示为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1-9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B} \quad (1-11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = i\omega \mathbf{D} \quad (1-12)$$

因此, 结合物质方程^[10]

$$D = \varepsilon E \quad (1-13)$$

$$B = \mu H \quad (1-14)$$

并且假设 ε 变化缓慢的情况下,可以得到光波导中关于电场强度 E 和磁场强度 H 的方程:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (1-15)$$

$$\nabla^2 H + k^2 H = 0 \quad (1-16)$$

式中:

$$k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon = k_0^2 n^2 \quad (1-17)$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1-18)$$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 称为拉普拉斯算符; k_0 为真空中的波数; λ 为工作波长; n 为介质折射率。式(1-15)、式(1-16)称为亥姆霍兹方程。式(1-15)也可写为如下形式:

$$\nabla^2 U(x, y, z) + k^2 U(x, y, z) = 0 \quad (1-19)$$

将电场表示为缓变振幅 $E(x, y, z)$ 和快变相位部分的乘积:

$$U(x, y, z) = E(x, y, z) e^{ikz} \quad (1-20)$$

将式(1-20)代入式(1-19),在缓变振幅近似(SAV)下,忽略对 z 的二阶导数,可以得到近轴亥姆霍兹方程或近轴波方程:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} = 0 \quad (1-21)$$

1.2 基模高斯光束

1.2.1 高斯模场的求解

容易证明,平面波和球面波是亥姆霍兹方程的两个特解,但平面波和球面波不适宜用来描述激光系统中的横模分布。为此,应寻找其他形式的特解来描述特定的光场分布,尤其是在激光谐振腔中振荡的光场和激光在传输放大过程中的光场。设试解:

$$E(x, y, z) = E_0 e^{i[P(z) + \frac{k(x^2 + y^2)}{2q(z)}]} \quad (1-22)$$

式中: $P(z)$ 和 $q(z)$ 是两个复函数; $P(z)$ 代表相移动因子; $q(z)$ 表征光束的参量。

式(1-22)对应于基模高斯光束, E_0 为常数,与高斯光束振幅有关,由边界条件确定。令 $r^2 = x^2 + y^2$ 表示点 (x, y) 离传播轴 z 的距离的平方。式(1-21)和式(1-22)变为