



高等院校机械类特色专业系列规划教材

STRUCTURAL DYNAMICS

# 结构动力学 教程

侯祥林 赵晓旭 郑夕健 编著



东北大学出版社  
Northeastern University Press

清华大学出版社

（16开本）

2011年1月

# 结构动力学教程

侯祥林 赵晓旭 郑夕健 编著

东北大学出版社

· 沈 阳 ·

ISBN 7-311-03217-5

0-521-7122-7-879 978-7-311-03217-5

© 侯祥林 赵晓旭 郑夕健 2017

## 图书在版编目 (CIP) 数据

结构动力学教程 / 侯祥林, 赵晓旭, 郑夕健编著.

— 沈阳: 东北大学出版社, 2017. 3

ISBN 978-7-5517-1553-9

I. ①结… II. ①侯… ②赵… ③郑… III. ①结构动力学

— 高等学校 — 教材 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 065047 号

## 内容提要

本书为高等院校机械类特色专业系列规划教材, 全书内容分为基础篇、离散体系振动篇、弹性连续体振动篇和振动体系数值分析篇 4 篇共 7 章。基础篇为绪论; 离散体系振动篇包括单自由度体系振动、多自由度体系振动 2 章; 弹性连续体振动篇包括直梁的弯曲振动、杆(柱)体纵向振动 2 章; 振动体系数值分析篇包括非线性振动体系的动力响应数值计算、体系固有频率和振型数值方法 2 章。本书附有各章习题、参考答案和自测题。本书可作为高等院校机械等专业研究生和本科生的结构动力学与机械振动课程教材, 也可以供研究生和工程技术人员参考。

出版者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路三号巷 11 号

邮编: 110819

电话: 024-83683655(总编室) 83687331(营销部)

传真: 024-83687332(总编室) 83680180(营销部)

网址: <http://www.neupress.com>

E-mail: [neuph@neupress.com](mailto:neuph@neupress.com)

印刷者: 沈阳市第二市政建设工程公司印刷厂

发行者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 13.25

字 数: 325 千字

出版时间: 2017 年 4 月第 1 版

印刷时间: 2017 年 4 月第 1 次印刷

组稿编辑: 周文婷

责任编辑: 郎 坤

责任校对: 叶 子

封面设计: 潘正一

责任出版: 唐敏志

ISBN 978-7-5517-1553-9

定 价: 26.00 元



## 作者简介

侯祥林，1962年5月生，辽宁省新民人，博士（博士后），沈阳建筑大学教授，辽宁省教学名师、沈阳建筑大学基础力学系列课程团队带头人，研究生结构动力学精品课程负责人。中国力学学会一般力学专业委员会委员，辽宁省力学学会常务理事、固体力学专业委员会主任委员、辽宁省振动工程学会理事。

长期从事工程力学和机械工程学科的教学与科研工作，主要研究方向为非线性机械设备系统故障诊断与状态识别、非线性机械系统动力学与控制、工程机械结构减振方法、工程结构体系大变形与结构稳定分析方法等方面的研究。提出动态设计变量优化方法原理，并成功推广运用到多个领域，提出高精度神经网络算法与合理网络结构算法、复杂非线性动力学系统过程控制优化算法、杆件结构体系大变形求解算法、变截面结构稳定问题算法和非线性偏微分与常微分方程的优化算法。出版专著与教材共8部，以主要完成人参加国家自然科学基金、主持辽宁省自然科学基金、辽宁省实验室开放基金、教育厅科研项目和辽宁省本科教学改革与教育规划项目20余项，获得国家专利2项。先后在物理学报、机械工程学报、自动化学报、振动工程学报、计算力学学报、控制与决策、振动与冲击和CCDC、ICMIT等国内外重要学术刊物和国际会议上发表论文120余篇，被SCI、EI、ISTP检索收录70余篇。主讲理论力学、材料力学、结构力学、机械原理、结构动力学、弹性力学、非线性振动、数值分析等课程。获辽宁省教学成果二等奖1项、校教学成果一等奖2项，二等奖3项，讲课竞赛一等奖1项。所研发的理论力学、材料力学、建筑力学、结构力学、结构动力学等力学系列课程辅助教学与测试软件系统，共获国家教育部、辽宁省教育厅、建设部一等奖7项，二等奖5项，三等奖2项。



### 作者简介

赵晓旭，1974年4月生，辽宁台安人，博士，沈阳建筑大学讲师。从事以建筑机械为主的机械工程学科的教学与科研工作，主要研究方向为大型机械结构分析、岩石掘进机优化设计与功能仿真和真空干燥设备的研发，参加国家自然科学基金和国家高技术研究发展计划等项目。发表学术论文10余篇。主讲结构力学、机械振动和机械安全等课程。



### 作者简介

郑夕健，1963年2月生，山东荣成人，博士，沈阳建筑大学教授，辽宁省教学名师。辽宁省研究生精品课程“弹性力学与有限元”课程负责人，辽宁省省级精品课程“机械设计”课程负责人。中国工程机械学会工程起重机械分会理事、辽宁省机械工程学会理事、辽宁省特种设备安全技术协会常务理事。

长期从事机械工程学科的教学与科研工作，主要研究方向为机械现代设计理论、机械结构力学分析、施工机械控制技术、钢结构稳定理论等。先后发表科研论文80余篇，被SCI、EI检索收录40余篇，著书5部。主持国家“十一五”科技支撑重点项目、省部级科研与教研课题20余项。主讲机械设计、钢结构、弹性力学与有限元、钢结构稳定理论等课程。获得辽宁省教育教学成果一等奖、三等奖各1项，获得教育部教学等软件大赛一等奖、二等奖、三等奖共5项。

# 目 录

## 前 言

机械类结构动力学课程是机械工程等专业研究生的必修课程。随着高层建筑的发展,针对高耸大型起重机、混凝土泵车等工程机械存在的振动问题,需要掌握相应的振动理论和分析计算方法。本课程讲授机械结构系统的单自由度振动、多自由度振动、连续体振动、体系振动响应和固有特性的数值算法。通过课程学习,掌握离散体与连续体振动模型建立、体系固有特性、体系响应分析求解计算方法。

目前,机械类结构动力学教材较为缺少,因此多数采用土木工程类的结构动力学教材作为替代,造成学生缺乏对于机械工程类实例的了解。而既有的一些教材一方面年代久远,另一方面教材中多数是在绪论中引入机械类问题,而在主干内容上缺少实质性机械工程实例的讲解。针对这个问题,通过多年来讲授机械类结构动力学的教学实践,依托研究生机械类结构动力学精品课程建设,兼顾本科生专业课程教学,编写出针对机械工程类的结构动力学教程。教材具有下面几个特色。

(1) 模块化。《结构动力学教程》将整体内容划分为4个模块,共7章。基础篇为绪论;离散体系振动篇包括单自由度体系振动、多自由度体系振动;弹性连续体振动篇包括直梁的弯曲振动、杆(柱)体纵向振动;振动体系数值分析篇包括非线性振动体系的动力响应数值计算、体系固有频率和振型数值方法。

(2) 面向机械工程结构。书中注重引入桥式起重机、塔式起重机、混凝土泵车臂架、擦窗机等工程机械结构体系和振动机械的具体模型,以解决具体工程实际问题为主线。

(3) 步骤化分析。强调振动体系各类问题的求解过程步骤,便于复杂问题求解分析。

(4) 数值求解。书中给出自编的VB求解程序计算固有特性和系统响应。

(5) 习题方面。书后给出每个章节习题、习题参考答案和测试题。

本书由侯祥林、赵晓旭和郑夕健编著,研究生王家祥等在稿件编排等方面做了大量工作,在此表示衷心感谢。

本书为高等院校机械类特色专业系列规划教材。

本书出版获得沈阳建筑大学研究生教学改革项目与精品课程建设经费资助,在此表示衷心感谢。

限于作者水平,书中错误在所难免,敬请读者批评指正。

作 者

2017年2月

# 目 录

## 第 1 篇 基础篇

|                           |   |
|---------------------------|---|
| 第 1 章 绪 论 .....           | 2 |
| § 1.1 结构动力学的研究对象和任务 ..... | 2 |
| § 1.2 动力载荷及其分类 .....      | 3 |
| § 1.3 结构动力分析中的自由度 .....   | 4 |
| § 1.4 结构的动力特性 .....       | 5 |
| § 1.5 建立结构运动方程的一般方法 ..... | 5 |
| § 1.6 振动问题微分方程求解 .....    | 6 |

## 第 2 篇 离散体系振动篇

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| 第 2 章 单自由度体系振动 .....           | 9  |
| § 2.1 体系运动微分方程推导 .....         | 9  |
| § 2.2 无阻尼体系自由振动 .....          | 12 |
| § 2.3 有阻尼体系自由振动 .....          | 19 |
| § 2.4 单自由度体系简谐载荷的无阻尼受迫振动 ..... | 24 |
| § 2.5 单自由度体系简谐载荷的有阻尼受迫振动 ..... | 32 |
| § 2.6 周期激振力引起的受迫振动 .....       | 39 |
| § 2.7 任意激振力引起的受迫振动 .....       | 41 |
| § 2.8 减振与隔振 .....              | 42 |
| § 2.9 振动系统的弹簧刚度、阻尼系数 .....     | 47 |
| 第 3 章 多自由度体系振动 .....           | 53 |
| § 3.1 体系运动微分方程推导 .....         | 54 |
| § 3.2 无阻尼自由振动 .....            | 66 |
| § 3.3 振型的正交性 .....             | 85 |
| § 3.4 多自由度系统动力响应 .....         | 88 |

## 第 3 篇 弹性连续体振动篇

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 第 4 章 直梁的弯曲振动 .....    | 105 |
| § 4.1 直梁弯曲振动微分方程 ..... | 105 |

|  |     |
|--|-----|
| § 4.2 直梁弯曲无阻尼自由振动 .....                              | 106 |
| § 4.3 主振型的正交性 .....                                  | 116 |
| § 4.4 直梁弯曲受迫振动 .....                                 | 118 |
| 第 5 章 杆(柱)体纵向振动 .....                                | 127 |
| § 5.1 杆(柱)的纵向自由振动微分方程 .....                          | 127 |
| § 5.2 杆(柱)体自由振动 .....                                | 128 |
| § 5.3 杆(柱)纵向受迫振动 .....                               | 134 |
| <b>第 4 篇 振动体系数值分析篇</b>                               |     |
| 第 6 章 非线性振动体系的动力响应数值计算 .....                         | 140 |
| § 6.1 线性加速度法 .....                                   | 140 |
| § 6.2 威尔逊 (Wilson)- $\theta$ 法和纽马克 (NewMark) 法 ..... | 143 |
| § 6.3 多自由度非线性振动数值方法 .....                            | 145 |
| § 6.4 非线性振动体系响应实例分析 .....                            | 146 |
| 第 7 章 体系固有频率和振型数值方法 .....                            | 152 |
| § 7.1 能量法 .....                                      | 152 |
| § 7.2 矩阵迭代法(幂法) .....                                | 160 |
| § 7.3 集中质量法 .....                                    | 164 |
| § 7.4 传递矩阵法 .....                                    | 167 |
| § 7.5 QR 方法 .....                                    | 170 |
| 习题与参考答案 .....  | 176 |
| 附录 QR 法 VB 算法程序 .....                                | 200 |
| 参考文献 .....   | 203 |

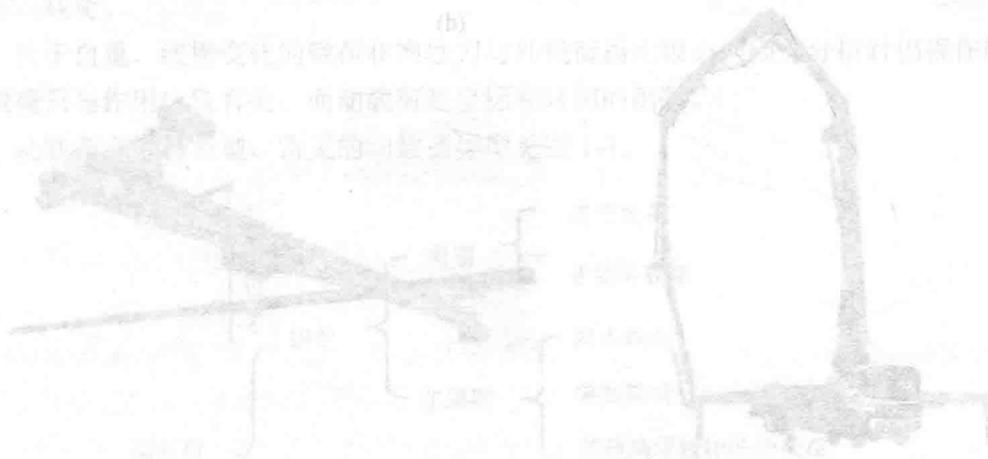
# 第 1 篇 基础篇

结构动力学是机械设计理论专业的必修课程。本课程讲述机械结构系统的单自由度、多自由度和连续体振动问题的理论和分析计算方法。

通过课程教学，培养学生掌握振动的科学理论知识；掌握离散体以及连续体力学模型的建立方法；掌握固有频率、阻尼比、模态、频率响应函数等重要概念；掌握模态分解与叠加等主要的振动分析方法；掌握结构动力学中的数值计算方法，获得综合训练。

内容包括：

- (1) 结构动力学的研究对象和任务；
- (2) 动力载荷及其分类；
- (3) 结构动力分析中的自由度；
- (4) 结构的动力特性；
- (5) 建立结构运动方程的一般方法；
- (6) 振动问题微分方程求解。



# 第1章 绪论

## § 1.1 结构动力学的研究对象和任务

### 1. 结构动力学的研究对象

振动机械设备、一般机械设备等称为机械结构体系，包括离散体系和连续体系。工作中，均存在受随时间变化的动载荷作用，使其结构体系产生振动。图 1-1 (a) 振动筛、图 1-1 (b) 振动压路机为机械振动设备，均是利用振动工作的。图 1-1 (c) 混凝土泵车、图 1-1 (d) 桥式起重机为工程机械设备，工作中存在不可忽视的振动问题。需要弄清楚结构体系在动载荷作用下的位移、应力等变化规律。

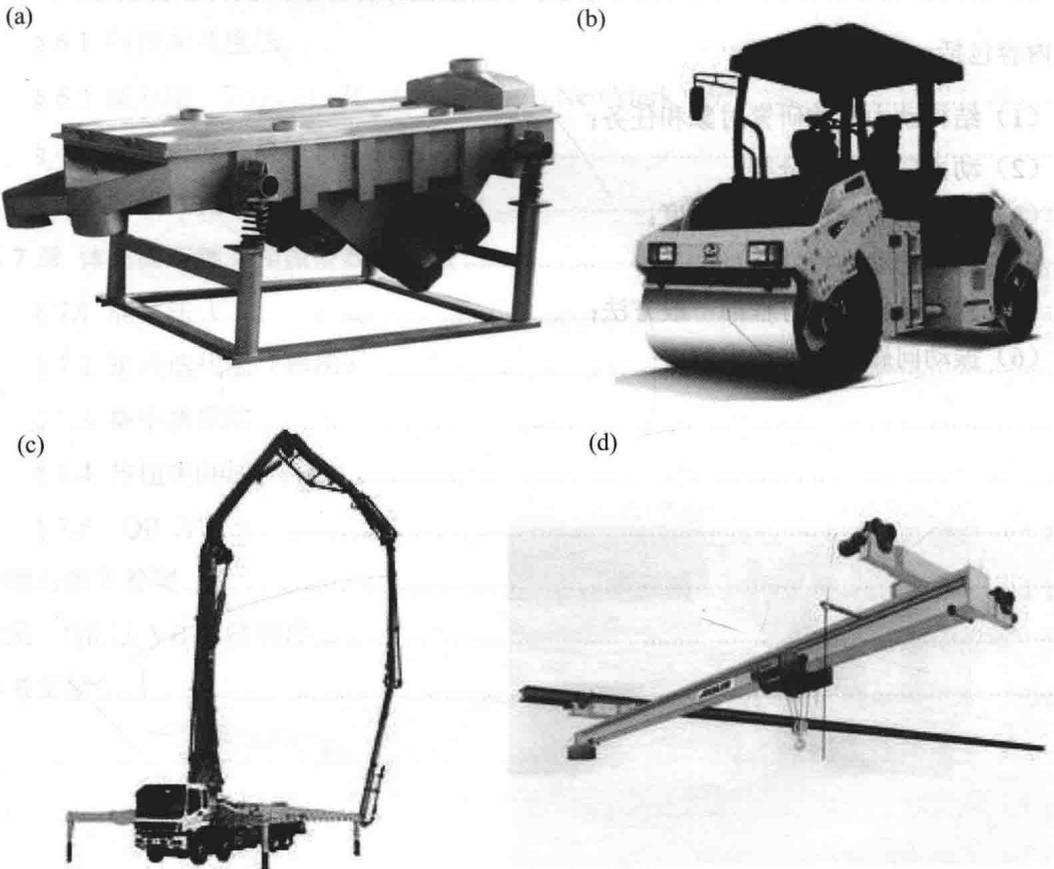


图 1-1

结构动力学是研究动载荷作用下结构体系动力响应规律的学科，为机械设备设计提供依据。

### 2. 结构动力学的研究内容

结构动力学的研究内容主要是系统、激励和响应的关系，见图 1-2。

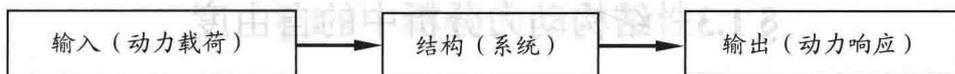


图 1-2

### (1) 响应分析

已知系统参数和激励的情况下求系统的响应问题,包括求出系统位移、速度、加速度、力和结构最大内力,为结构设计满足强度、刚度和允许振动能量要求提供依据。

### (2) 系统识别

已知系统激励和响应情况下求出系统参数,了解系统特性。

## 3. 结构动力学的任务

研究结构在动力载荷作用下响应分析的方法;寻找结构固有动力特性、动力载荷和结构响应的相互关系,即结构在动力载荷作用下的响应规律,为结构的动力可靠性设计提供依据。

## 4. 与其他课程关系

(1) 结构动力学的前期准备:力学和数学知识,主要使用高等数学、线性代数、理论力学、材料力学、结构力学等课程知识。

(2) 结构动力学为机械结构体系的分析、设计等提供理论依据。

## § 1.2 动力载荷及其分类

随时间变化,且作用结果使受载荷物体质量的加速度不可忽视,这种载荷称动力载荷,简称动载荷。

由于自重、缓慢变化的载荷和惯性力与外载荷相比很小,因此分析时仍视作静载荷。静载荷只与作用位置有关,而动载荷是坐标和时间的函数。

动载荷有多种类型,常见的动载荷类型见图 1-3。



图 1-3

## § 1.3 结构动力分析中的自由度

### 1. 自由度的定义

确定体系中质量位置的独立坐标数，称作体系的自由度数。应注意：自由度数和质量点个数有关，但没有确定关系。

### 2. 实际结构自由度的简化方法

实际结构都是无限自由度体系，这不仅导致分析困难，而且从工程角度也没必要。常用简化方法如下：

#### (1) 集中质量法

将实际结构的质量看成（按一定规则）集中在某些几何点上，除这些点之外物体是无质量的。这样就将无限自由度系统变成一个有限自由度系统。图 1-4 (a) 所示为无限自由度梁系统，其梁总质量为  $m$ ，按段将质量集中于三点，化为图 1-4 (b) 所示的单自由度振动系统，按段将质量集中于四点，化为图 1-4 (c) 所示的 2 个自由度振动系统。

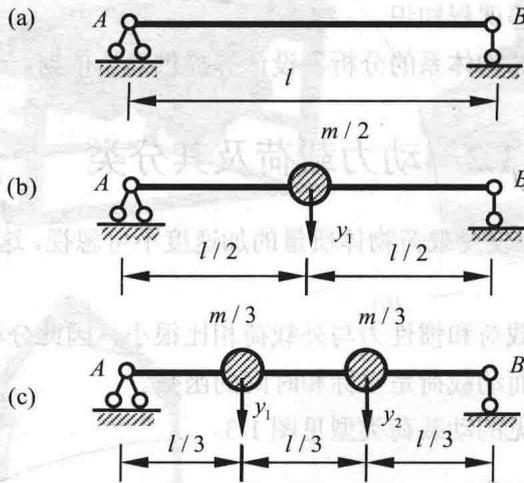


图 1-4

#### (2) 广义坐标法

以简支梁无限自由度体系为例，设梁上任意一点的位移可分离变量成  $y(x,t)=Y(x)T(t)$ ，而  $Y(x)$  和里兹法一样可用满足位移边界条件的“基函数”（例如正弦级数）线性组合来逼近，组合系数就是广义坐标，从而将无限自由度系统变成有限个广义坐标的系统。因此，简化系统的自由度就是广义坐标数。

#### (3) 有限单元法

与静力问题一样，可通过将实际结构离散化为有限个单元的集合，将无限自由度问题化为有限自由度问题来解决。

## § 1.4 结构的动力特性

结构受动载荷作用，它的响应不仅和动载荷有关，还和结构本身固有的特性（包括结构阻尼、固有频率和振型等）有关。

设有单自由度的刚架和桁架，如果它们具有相同的阻尼、频率，在相同动载荷下将具有相同的反应。可见结构的固有特性能确定动载荷下的反应程度，因此将它们称作结构的动力特性。

### 1. 自振频率和频率谱

无外载荷作用时系统在平衡位置附近所产生的振动称作自由振动，自由振动的频率称自振频率，简称自频。将其按从小到大依次排列，此排列称作频率谱。频率谱中最小的频率称作基本频率，简称基频，其后依次称为第二、第三频率等。

### 2. 结构的振型

当在一定条件下结构按频谱中某一频率振动时，在任意时刻各质量的位移都保持同一比例，也即变形形状是固定的，这一变形形式称作此频率对应的振型。与基频对应的振型称第一振型或基本振型，其他依次称第二、第三振型等。

### 3. 结构阻尼

实际结构的自由振动都是衰减的，经一定时间后将仍处于平衡，表明振动过程有能量耗散，这种能量耗散作用称作阻尼。产生能量耗散的原因很多，如材料的内摩擦、周围介质对能量的吸收等。“等效黏滞”阻尼理论运用广泛，该理论认为导致能量耗散的阻尼力的大小与运动速度成正比，方向和速度方向相反，其比例系数称阻尼系数，其数值由试验确定。

## § 1.5 建立结构运动方程的一般方法

掌握结构动力反应的规律，首先需要建立结构运动（微分）方程。常采用的方法如下：

### 1. 牛顿法

应用质点运动微分方程或刚体平面运动微分方程，列出系统振动微分方程。

### 2. 达朗贝尔原理

按动载荷、惯性力、阻尼力和恢复力的动态平衡关系来建立系统振动微分方程。

### 3. 拉格朗日方程法

系统动能  $T$ 、势能  $V$ 、耗能  $W_D$  和广义力  $Q_y$ ，满足拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W_D}{\partial \dot{y}} = Q_y, \text{ 建立系统振动微分方程。}$$

### 4. 哈密顿原理

系统动能  $T$ 、势能  $V$  和耗能  $W_D$ ，形成哈密顿方程  $H = \int_{t_1}^{t_2} (T - V + W_D) dt$ ，由哈密顿原

理, 哈密顿泛函的一阶变分等于零条件, 可以建立系统振动微分方程。

## § 1.6 振动问题微分方程求解

### 1. 离散体振动-常微分方程

常微分方程

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (1-1)$$

对应离散体系自由振动, 设  $y = e^{\lambda t}$ , 可得特征方程

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0 \quad (1-2)$$

其解为具有负实部复根  $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$

其微分方程通解为

$$y = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} = e^{\alpha t} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t) \quad (1-3)$$

常微分方程

$$y'' + py' + qy = f(t) \quad (1-4)$$

对应体系受迫振动, 其解的形式为

$$y(t) = Y(t) + y^*(t) \quad (1-5)$$

其中,  $Y(t)$  为对应齐次方程通解

$$Y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} = e^{\alpha t} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t) \quad (1-6)$$

$y^*(t)$  为特解, 若  $f(t) = r \sin \omega t$ , 其形式为

$$y^*(t) = t^k (D_1 \cos \omega t + D_2 \sin \omega t) \quad (1-7)$$

$k = 0, 1$  分别对应非共振和共振解。

### 2. 连续体振动-偏微分方程

偏微分方程

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1-8)$$

对应连续体自由振动, 设  $y(x, t) = Y(x)T(t)$ , 通过分离变量法, 可以获得

$$\begin{cases} \frac{d^4 Y}{dx^4} - \frac{\rho \omega^2}{EI} Y = 0 \\ \frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \end{cases} \quad (1-9)$$

其中,  $\omega$  为特征参量, 设  $\lambda^4 = \frac{\rho \omega^2}{EI}$ , 可得:  $Y(x) = C_1 S_{\lambda x} + C_2 T_{\lambda x} + C_3 U_{\lambda x} + C_4 V_{\lambda x}$ , 对应振型



## 第 2 篇 离散体系振动篇

### 1. 离散体系

离散体系分为单自由度体系和多自由度体系，离散体系振动问题研究体系运动微分方程建立，自由振动、强迫振动求解。

### 2. 离散体系研究内容

- (1) 单自由度体系振动；
- (2) 多自由度体系振动。

### 3. 课程基本要求

(1) 掌握单自由度体系运动微分方程的建立方法；掌握固有频率、阻尼比、稳态响应等基本概念；了解共振现象；掌握阻尼比与系统物理参数的关系及对响应作用；掌握稳态响应幅频和相频图、位移及力传递规律曲线图的特点；掌握任意激励响应分析方法和杜哈曼积分。

(2) 掌握多自由度系统振动微分方程的建立方法，重点掌握影响系数法；掌握多自由度系统具有多个固有频率、模态、主振动、模态质量、刚度等基本概念；掌握坐标变换方法，掌握用振型分析法求解多自由度系统振动问题；了解动力减振器设计原理。

## 第 2 章 单自由度体系振动

在机械结构动力学中，体系振动是存在的。图 2-1 (a) 所示为桥式起重机起吊重物，若将桥结构体和钢丝绳视为没有质量的弹簧，由于起吊速度变化，将产生振动，模型简化图如图 2-1 (b)、图 2-1 (c) 所示。图 2-2 (a) 所示为擦窗机的支撑装置，模型简化图如图 2-2 (b)、2-2 (c) 所示。单自由度体系的振动是最简单的振动，但是，这部分内容十分重要，因为从中可得到有关振动理论的一些最基本的概念和分析问题的方法，同时它也适用于更为复杂的振动问题，是分析多自由度体系振动问题的基础。因此搞清楚单自由度体系的振动，将有助于提高分析和解决其他各种振动问题的能力。另外，在实际工程中，确实有许多振动问题可简化为单自由度问题，或近似地用单自由度理论去分析解决。

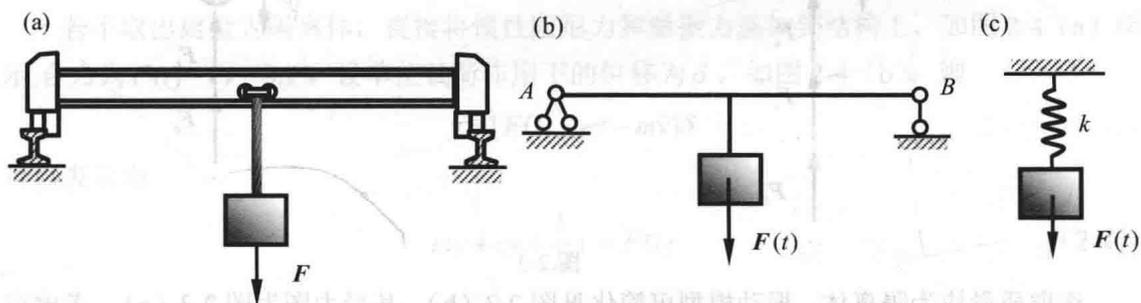


图 2-1

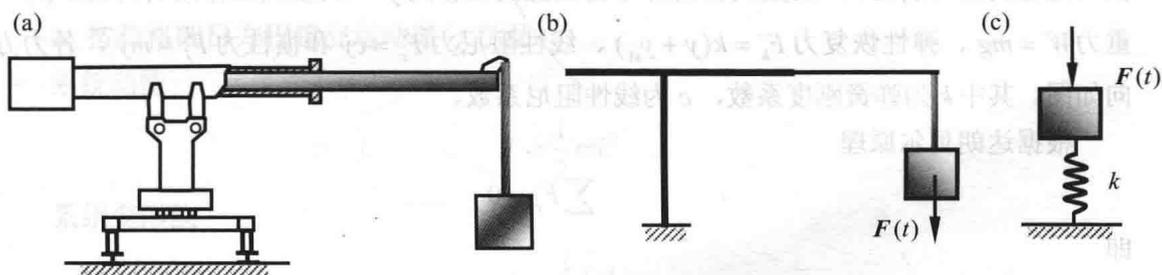


图 2-2

本章讲述运动微分方程推导、无阻尼体系自由振动、有阻尼体系自由振动，单自由度体系强迫振动，并结合具体工程实例分析。

### § 2.1 体系运动微分方程推导

#### 1. 按达朗贝尔原理建立运动微分方程

图 2-3 (a) 所示为单自由度体系实例，设此梁上的集中质量为  $m$ ，梁由于重力引起的质量块的静力位移用  $y_{st}$  表示，与  $y_{st}$  相应的质量位置称为质量的静力平衡位置。满足  $ky_{st} = mg$  条件，质量块受激振力  $F(t)$  作用，体系发生振动。图中振动方向与梁垂直，故称为横向振动。