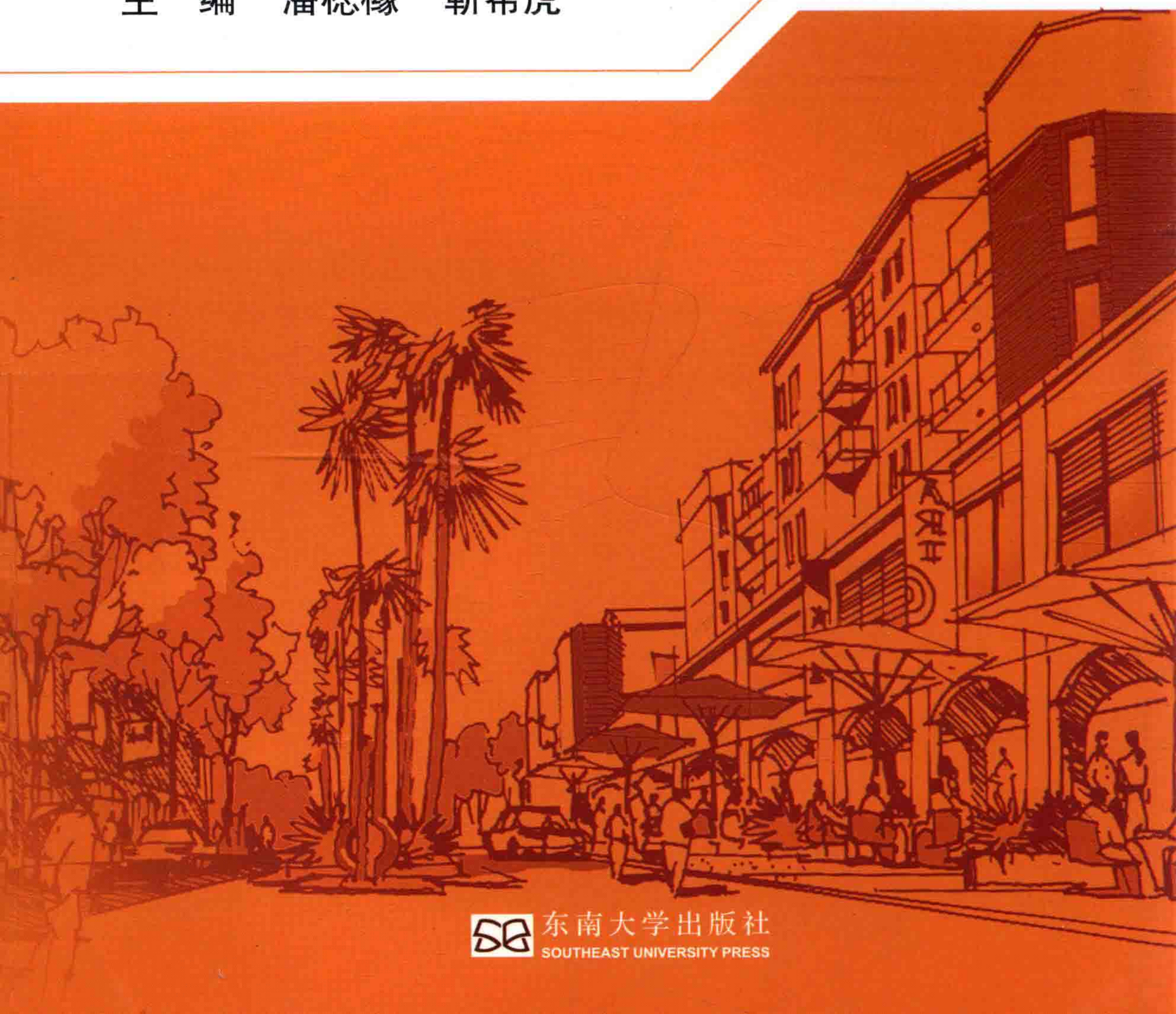
普通高等教育“十三五”应用型规划教材

建筑力学

JIANZHULIXUE

主　编　潘梽橼　靳帮虎



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

普通高等教育“十二五”应用型本科规划教材

建筑力学

主　编　潘梽橼　靳帮虎
副主编　肖　虹　李　静　石　静
参　编　顾　颖

东南大学出版社
·南京·

内容简介

本书编写以应用为目的，以必需、够用为度，主要内容包括14个部分：静力学的基本概念、平面力系的简化及平衡、刚体系统在平面力系作用下的平衡、空间力系、轴向拉伸与压缩、扭转、梁的内力、梁的应力、梁的变形、应力应变分析和强度理论、组合变形、压杆稳定、平面静定结构及超静定结构内力计算。

本书不涉及高深的数学知识，通俗易懂，各章配有本章小结、课后思考与练习，帮助读者巩固所学知识并掌握其在工程实际中的相关应用。

本书除作为应用技术型院校土建类专业教材外，也可作为成人教育的土建类及相关专业的力学课程教材，还可以供相关的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

建筑力学／潘梽橼，靳帮虎主编．—南京：东南大学出版社，2017.7

ISBN 978-7-5641-7328-9

Ⅰ.①建… Ⅱ.①潘… ②靳… Ⅲ.①建筑科学—力学 Ⅳ.①TU311

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第172063号

建筑力学

出版发行：东南大学出版社
社　　址：南京市四牌楼2号　邮编：210096
出 版 人：江建中
责任编辑：史建农　戴坚敏
网　　址：http://www.seupress.com
电子邮箱：press@seupress.com
经　　销：全国各地新华书店
印　　刷：南京工大印务有限公司
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：19
字　　数：487千字
版　　次：2017年7月第1版
印　　次：2017年7月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5641-7328-9
印　　数：1—3000册
定　　价：49.50元

目 录

0 绪 论

0.1 建筑力学的研究对象

建筑力学是将理论力学中的静力学、材料力学、结构力学等课程中的主要内容,依据知识自身的连续性和相关性,重新组织形成的力学知识体系。

建筑物中用于承受荷载、传递荷载并起骨架作用的物体或物体系统称为**建筑结构**,简称**结构**。组成结构的单个物体称为构件,根据构件的几何特征通常将结构分为三种类型:

(1) 杆系结构　一个方向的几何尺寸远大于另外两个方向的尺寸的构件称为杆件,由杆件组成的结构称为杆系结构,如梁、柱、屋架等都属于杆系结构。

(2) 薄壁结构　一个方向的几何尺寸远小于另外两个方向的尺寸的构件称为薄壁(又称为板或壳),由薄壁组成的结构称为薄壁结构,如屋面、墙面等都属于薄壁结构。

(3) 实体结构　三个方向的几何尺寸为同一个量级的构件称为块,由块组成的结构称为实体结构,如块式基础、挡土墙、堤坝等都属于实体结构。

建筑力学以杆系结构作为主要研究对象。

0.2 建筑力学的研究内容

为使建筑结构安全、正常地工作且经济,建筑力学的内容主要包含以下几个部分:

(1) 静力学基础　研究物体的受力分析、力系简化与平衡的理论。

(2) 内力分析　研究静定结构内力的计算方法及其分布规律。

(3) 构件的承载能力问题　即**强度**、**刚度**、**稳定性**问题。

① 构件应有足够的强度,即要求构件在一定的外力作用下不发生破坏,即指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。

② 构件应有足够的刚度,即要求构件在一定的外力作用下所产生的变形(形状的变化)不超过正常工作允许的限度。所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。

③ 构件应有足够的稳定性,即要求构件在一定的外力作用下,不会突然改变原有的形状,以致发生过大的变形而导致破坏。所谓稳定性即保持其原有的平衡状态的能力。

(4) 超静定结构问题　只应用静力学平衡条件不能完全确定超静定结构的支反力和内力，必须考虑结构的变形条件，补充方程才能求解。

0.3　变形固体的基本假设

在建筑力学中将研究物体抽象化为两种计算模型：刚体模型和理想变形固体模型。

刚体是指受力作用而不变形的物体。这是一种理想化的模型，实际上任何物体受力作用都会发生变形，但当分析问题时，物体变形与所研究的问题无关或对所研究的问题影响较小时，可以不考虑物体的变形，视为刚体，从而使研究的问题得到简化。

在物体变形这一因素不可忽略时，物体就视为理想变形固体。所谓理想变形固体，是根据研究问题的主要方面，常常略去一些次要的因素，对可变形固体作出某些假设，将它抽象为理想的模型。对可变形固体作如下基本假设：

(1) **均匀连续性假设**　该假设认为，固体整个体积内部毫无空隙地充满着物质，而且物体内任何部分的力学性质完全相同。从物质结构来说，组成固体的粒子之间并不连续，而且各个晶粒的力学性质也并不完全相同。但晶粒之间的空隙与构件的尺寸相比极其微小，而且晶粒的排列错综复杂，从统计学的观点来看，这些空隙和非均匀性可不考虑。根据该假设可将物体中的某些物理量当作位置的连续函数，从而可从物体中切取任一无限小的单元，在理论分析中应用极限、微分和积分等数学工具来研究，并将所得结果引用到物体的各个部分。

(2) **各向同性假设**　该假设认为，固体在各个方向上的力学性质完全相同。具有这种属性的材料称为各向同性材料。就金属而言，每个晶粒在不同方向上的力学性质并不相同，即具有方向性。但金属物体包含许多晶粒，而且其排列很不规则，从统计学的观点来看，它们在各方向上的性质基本接近相同。工程中还有各向异性的材料，即材料在各方向上的力学性质不同。例如，木材、拉拔过的钢丝等。

(3) **小变形假设**　构件在外力作用下所引起的变形远小于构件的原始尺寸。在研究构件的平衡和运动时，可忽略变形的影响，而按构件变形前的尺寸来计算。

0.4　外力及其分类

所谓外力，是指其他物体对所研究构件的作用。外力包括荷载和约束反力。

外力按其作用方式可分为体积力和表面力。体积力是分布在物体体积内的力，例如惯性力和重力。表面力是分布在物体表面上的力，例如流体压力和接触力，它又可分为集中力和分布力。

荷载按其作用性质可分为静荷载和动荷载。前者是指荷载缓慢地由零增加到一定值，以后保持不变或变动极不显著。例如物体在静止状态所受的重力，建筑物中的支柱、房梁在正常情况下所承受的荷载，均属静荷载。后者是指大小或方向随时间而变化的荷载，例如汽锤对工件的打击，物体振动时各部分所承受的荷载均属动荷载。由于材料在动荷载与在静荷载下的力学性质大不相同，因此，在以后所讨论的问题中，应当十分重视荷载的性质。

1 静力学的基本概念

静力学的任务，是研究处于静止或匀速直线运动状态的刚体或刚体系统所受外力的平衡规律。因此，我们首先要在物理学的基础上，统一对力学基本概念的认识。

1.1 力与力矩，力偶与力偶矩

1.1.1 力的概念

由物理学中我们已经了解了力的概念。所谓力是指物体之间的相互机械作用，这种作用的效应使物体的机械运动状态发生变化，而对于弹性物体，这种作用还使之产生变形。在理论力学中我们将不考虑力的来源，而只分析力对刚体的运动状态的效应。因此，我们提到力的时候，必须分清施力者与受力者。

我们也已经知道力的三要素：大小、方向和作用点。既然是相互独立的三个基本要素，任何一个要素变化就不是同一个力。这样，在几何上我们可以用一个矢量图形表示一个力，参见图 1-1，矢量的长度为力的大小，矢量的起点或终点表示其作用点，矢量的箭头表示它的方向。

力对刚体的作用效果是使该刚体沿力的作用方向产生移动或具有沿该方向移动的趋势。

为了描述力的大小，可以将力向坐标轴上投影，如图 1-2 所示，只要已知力的方向与轴的夹角 α，则力 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴上的投影（或称为 x 轴的分量）为 $F_x = F\cos\alpha$，在 y 轴上的投影（或称为 y 轴的分量）为 $F_y = F\sin\alpha$。

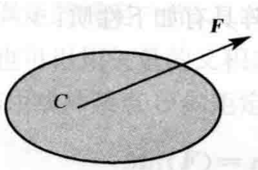


图 1-1　力的三要素

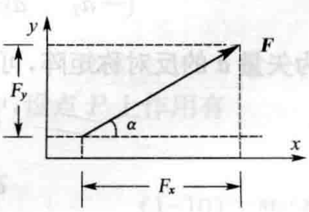


图 1-2　力在坐标轴上的投影

力在坐标轴上投影的正负号规定为：从力矢量起点的垂足到力矢量终点的垂足，与坐标轴同向为正，反向为负。

1.1.2 力矢量的表示及其运算

1）力矢量的矩阵表示

由力的概念可以知道，力是一个空间矢量。一个空间矢量 $\boldsymbol{a}$ 可以用一个列矩阵表示为 $\boldsymbol{a}=(a_1 \quad a_2 \quad a_3)^{\mathrm{T}}$，其中，$a_1$、$a_2$、$a_3$ 分别表示矢量 $\boldsymbol{a}$ 在笛卡儿坐标系 x、y、z 轴上的投影或称坐标，也称为分量。因此，力 $\boldsymbol{F}$ 可以表示为 $\boldsymbol{F}=(F_x \quad F_y \quad F_z)^{\mathrm{T}}$ 或者 $\boldsymbol{F}=(F_1 \quad F_2 \quad F_3)^{\mathrm{T}}$，如果该力位于 xOy 坐标平面内，则为 $\boldsymbol{F}=(F_x \quad F_y \quad 0)^{\mathrm{T}}$，参见图 1-2。

2）力矢量的代数表示

由代数学，一个空间矢量 $\boldsymbol{a}$ 可以用其在笛卡儿直角坐标系 x、y、z 轴上的投影及坐标轴的单位矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 表示为

$$\boldsymbol{a}=a_1\boldsymbol{i}+a_2\boldsymbol{j}+a_3\boldsymbol{k}$$

如图 1-3 所示。因此，空间力矢量 $\boldsymbol{F}$ 也可以表示为

$$\boldsymbol{F}=F_x\boldsymbol{i}+F_y\boldsymbol{j}+F_z\boldsymbol{k}$$

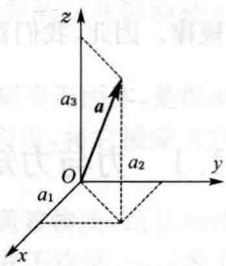


图 1-3 空间矢量

3）力矢量的运算

(1) 矢量的点积(标量积)

今有两个矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，它们的点积为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=C$，结果为一个标量。该运算的矩阵形式为

$$C=\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}=(a_1 \quad a_2 \quad a_3)\cdot\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3 \tag{1-1}$$

这里，黑体字母 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 分别表示矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的矩阵表达形式，即由它们的三个坐标组成的列矩阵。

(2) 矢量的叉积(矢量积)

两个矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的叉积为 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，结果为一个矢量。该运算的矩阵形式为

$$\boldsymbol{c}=\tilde{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}0 & -a_3 & a_2\\a_3 & 0 & -a_1\\-a_2 & a_1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{pmatrix} \tag{1-2}$$

其中，矩阵 $\tilde{\boldsymbol{a}}$ 称为矢量 $\boldsymbol{a}$ 的反对称矩阵，可以证明，该矩阵具有如下性质：

$$\tilde{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{T}}=-\tilde{\boldsymbol{a}} \tag{1-3}$$

$$\tilde{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}=-\tilde{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{a} \tag{1-4}$$

$$\tilde{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0} \tag{1-5}$$

$$\tilde{\boldsymbol{a}}\tilde{\boldsymbol{b}}=\boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}\boldsymbol{E} \quad (\boldsymbol{E}\text{ 为同阶单位矩阵}) \tag{1-6}$$

矢量 $\boldsymbol{c}$ 写成代数形式为

$$\boldsymbol{c} = (a_2b_3 - a_3b_2)\boldsymbol{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\boldsymbol{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\boldsymbol{k} \tag{1-7}$$

1.1.3 力偶、力偶矩与力矩

1）力偶

我们把一对大小相等、方向相反、作用线相互平行的力合称为**力偶**。如图 1-4 所示，力偶与单个力对刚体的效应不同，它的作用是使得刚体发生转动或具有转动趋势，该转动发生在这一对力的作用线所构成的平面内。

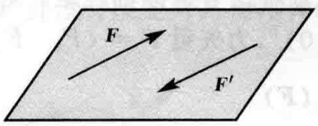


图 1-4　力偶及其作用面

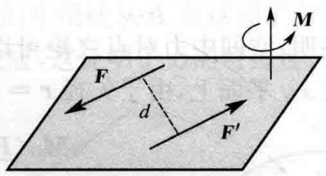


图 1-5　力偶矩

2）力偶矩

力偶对刚体的转动效应用**力偶矩 $\boldsymbol{M}$** 表示，参见图 1-5，它的大小等于构成该力偶的一个力的大小与该对力的作用线之间的距离 d 的乘积，即

$$M = F \cdot d \tag{1-8}$$

力偶矩 $\boldsymbol{M}$ 的方向与该力偶的作用面垂直，力偶矩的方向按照右手法则确定，即四个手指跟随力偶转动，大拇指为力偶矩的指向。由此可知，力偶矩也是一个矢量。

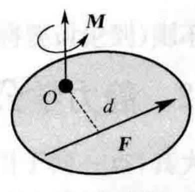


图 1-6　力对点之矩

3）力对点之矩

前面提到，力对刚体的作用效果是使该刚体沿力的作用方向产生移动或具有沿该方向移动的趋势。但是，如果刚体在该力的作用线以外某一点由于某种限制使之不能移动时，力对刚体的作用将使刚体发生绕该点的转动或转动趋势，如图 1-6。衡量该力的效应可用**力矩**描述，记为 $\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})$，表示力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点之矩，其大小等于力的大小与该限制点到该力作用线的距离的乘积，其数学描述为

$$M_O(\boldsymbol{F}) = Fd \tag{1-9}$$

力矩的方向与力偶矩的规定一样。

力对点之矩也可以用矢量的叉积表示，图 1-7 中，设点 P 上作用有力 $\boldsymbol{F}$，该力对其作用线外某点 O 的矩定义为

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} \tag{1-10}$$

这里，$\boldsymbol{r}$ 表示从 O 到 P 的矢径，也称向径；O 称为矩心。

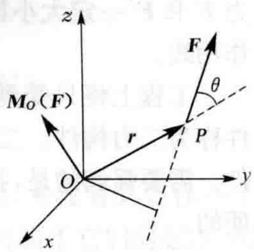


图 1-7

根据物理学的知识，我们已经知道，力对点之矩的大小按下式计算：

$$M_O(\boldsymbol{F}) = Fr\sin\theta \tag{1-11}$$

式中，F、r 分别表示力和矢径的大小(模)，θ 为力矢量和矢径正方向的夹角。

更为一般性，如果在 O 点建立一参考基 $\boldsymbol{r} = (x \quad y \quad z)^{\mathrm{T}}$，力矩在该基上的坐标矩阵形式为

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \tilde{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{F} \tag{1-12}$$

将式(1-12)展开，可得

$$\begin{bmatrix} M_{Ox}(\boldsymbol{F}) \\ M_{Oy}(\boldsymbol{F}) \\ M_{Oz}(\boldsymbol{F}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z y - F_y z \\ F_x z - F_z x \\ F_y x - F_x y \end{bmatrix} \tag{1-13}$$

式(1-13)表明，空间中力对点之矩可以分解为力对三个坐标轴之矩。对于平面问题，假设力和向径均在 xy 平面上，由于矢径 $\boldsymbol{r} = (x \quad y \quad 0)^{\mathrm{T}}$，力矢量 $\boldsymbol{F} = (F_x \quad F_y \quad 0)^{\mathrm{T}}$，故

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = M_{Oz}(\boldsymbol{F}) \tag{1-14}$$

其大小为

$$M_O(\boldsymbol{F}) = M_{Oz}(\boldsymbol{F}) = F_y x - F_x y = (\tilde{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{r})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F} \tag{1-15}$$

其中
$$\tilde{\boldsymbol{I}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

既然力偶矩和力矩都是矢量，它们对物体的作用效应也是一样的，因此，如果某一点存在若干个力偶矩和(或)力矩，我们也可以利用平行四边形法则求得它们的合力矩。

1.2 静力学公理

刚体的静力平衡问题是以静力学基本公理为前提的，这五个公理是人们经过长期实践总结出来的客观规律。根据理论力学的任务，有必要进行重新认识。

公理一 二力平衡公理

该公理认为：作用于刚体上的两个力，它们使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是：这两个力大小相等、方向相反，并且沿同一作用线。如图 1-8，刚体在力 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{F}'$ 作用下处于平衡，则力 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{F}'$ 一定大小相等、方向相反，并且沿同一作用线。

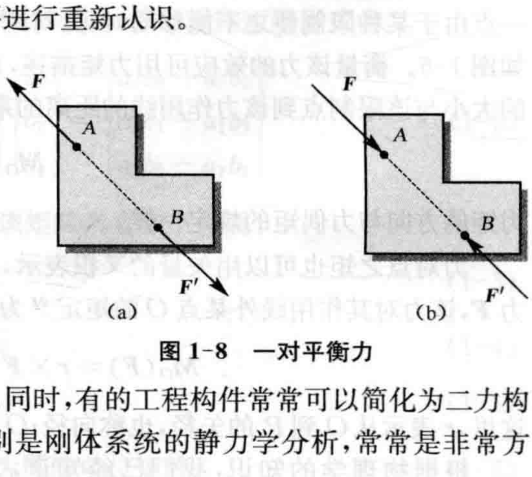


图 1-8 一对平衡力

工程上将只受到两个力作用处于平衡的构件称为二力构件。二力构件在工程上会经常遇到，同时，有的工程构件常常可以简化为二力构件。需要强调的是，找出二力构件，对于刚体，特别是刚体系统的静力学分析，常常是非常方便的。

公理二 加减平衡力系公理

该公理认为:在已知作用力系中加上或减去任意平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应。

一个力系的作用效果使得刚体处于静止或匀速直线运动状态,则该力系称为**平衡力系**。由于平衡力系不影响刚体的运动状态,这个公理是显而易见的。由这个公理我们可以得到一个重要的推论,即力的可传性。

假设在刚体上某点 A 作用有力 $\boldsymbol{F}$,如图 1-9(a)所示,如果我们在该力的作用线上(或作用线的延长线上)任一点 B 施加一对大小相等、方向相反的平衡力 $\boldsymbol{F}'$ 和 $\boldsymbol{F}''$,并令这一对力的大小等于力 $\boldsymbol{F}$ 的大小,参见图 1-9(b),此时,力 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{F}'$ 也是一对平衡力,将这一对平衡力减去,并不改变原力系对刚体的作用效应。于是,力 $\boldsymbol{F}$ 就沿着它的作用线从 A 点移到了 B 点,如图 1-9(c)所示。此时,力 $\boldsymbol{F}''$ 并没有改变力 $\boldsymbol{F}$ 对刚体的作用效应,这证明了力的可传性。

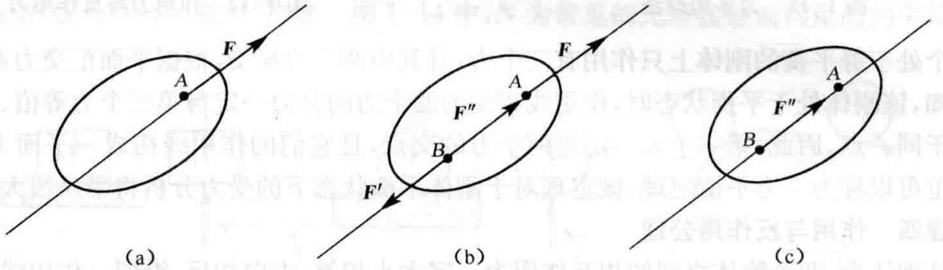


图 1-9 力的可传性

根据力的可传性,力的三要素也可以描述为大小、方向、作用线。

需要指出的是,力的可传性仅仅适用于刚体,对于变形体(材料力学中将要讨论到)则不再适用。

公理三 力的平行四边形公理

该公理认为:作用于刚体上同一点的两个力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 的合力 $\boldsymbol{R}$ 也作用于同一点,其大小和方向由这两个力为边所构成的平行四边形的对角线来表示,如图 1-10(a)所示。本公理的代数表示为矢量关系式:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 \tag{1-16}$$

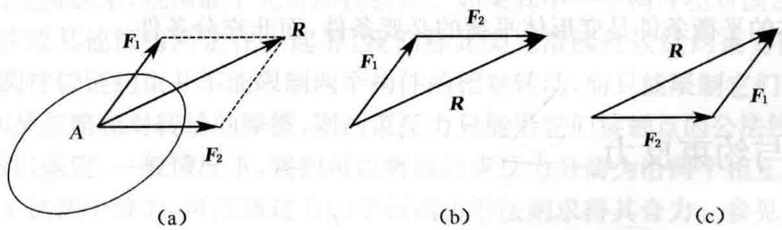


图 1-10 力的平行四边形法则

实际上,根据平行四边形的性质,确定作用于一点的两个力的合力时,并没有必要作一个平行四边形,只要不改变这两个力的大小和方向,将它们首尾相接,则合力始于它们的起点,而

终于它们的终点，参见图 1-10(b)、(c)，这种求合力的方法是一种几何法，被称为力的平行四边形法则。利用力的平行四边形法则，对于作用于同一点的多个力的情况，仍然可以将各个力依次首尾相接，则它们的合力依然是始于它们的起点，而终于它们的终点，成为这个"力多边形"的封闭边，这就是求合力的力多边形方法，见图 1-11(a)、(b)。

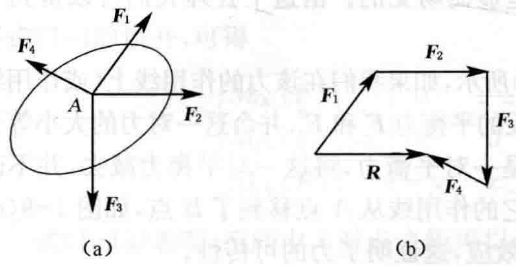


图 1-11　力多边形法

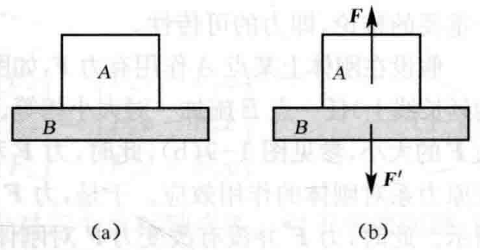


图 1-12　作用力与反作用力

某个处于静平衡的刚体上只作用有三个力，且其中两个力相交，根据平面汇交力系的平衡条件可知，该刚体处于平衡状态时，作用线相交的两个力的合力一定与第三个力等值、反向，并且作用于同一点，因此，第三个力一定过两个力的交点，且它们的作用线构成一平面力系。这个结论也可以称为三力平衡定理，该定理对于刚体平衡状态下的受力分析将带来很大方便。

公理四　作用与反作用公理

该公理认为：两个物体之间的相互作用力一定大小相等、方向相反，沿同一作用线。

换句话说，一个物体受到其他物体作用时，施力物体一定也受到受力物体发出的等值、反向的力的作用，这两个力就是一对作用力和反作用力。但是需要指出的是，作用力和反作用力虽然大小相等、方向相反，沿同一条作用线，但它们不是平衡力，因为它们作用在不同的物体上，参见图 1-12。

公理五　刚化原理

该公理认为：变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，其平衡状态保持不变。

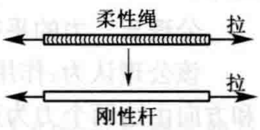


图 1-13　变形体平衡刚化为刚体

此公理提供了把变形体看作为刚体模型的条件。如图 1-13，绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡，如将平衡的绳索刚化为刚体，其平衡状态不变。若绳索在两个等值、反向、共线的压力作用下不能平衡，这时绳索不能刚化为刚体，但刚体在上述两种力系的作用下都是平衡的。

因此，刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件，而非充分条件。

1.3　约束与约束反力

1.3.1　约束与约束反力

这里的约束是指运动物体的几何位置所受到的限制。当物体受到外力作用会产生运动或

具有运动趋势，这种外力称为主动力。一旦这种运动或运动趋势被限制，该物体就会对限制其运动的限制物产生作用力，根据作用与反作用公理，限制物也必然会对该物体产生等值、反向的作用力，这类作用力称为约束反力。

1.3.2 约束反力的类型

约束的形式决定了约束反力的类型，工程实际中的平面约束主要有以下几种：

1）光滑接触面约束

光滑接触面是指两个物体之间接触的摩擦力很小，与它们相互作用力相比可以忽略不计，即所谓接触面为理想光滑。对于光滑接触面约束，不管接触面是曲面还是平面，限制物只能限制另一个物体沿接触面的公法线朝支撑面方向的运动，因此约束反力的作用线一定沿该公法线指向运动（或具有运动趋势）物体。图 1-14 中，$\boldsymbol{N}$ 为常见的光滑接触面约束的约束反力。

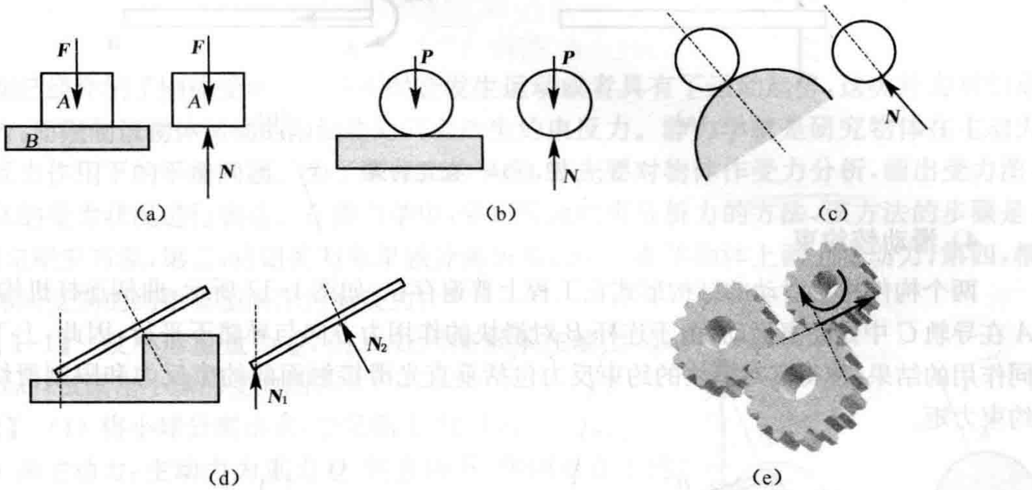


图 1-14 光滑接触面约束

2）光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链是两个相对转动构件的连接形式，在两个构件上各自有直径相同的圆孔，并用圆柱销将它们连接起来，就构成了光滑圆柱铰链。如果其中一个构件相对固定，比如与地基固定连接、与机座或其他机构固定在一起等，我们称此类光滑圆柱铰链约束为固定铰支座约束。显然，光滑圆柱铰链约束并不能限制两个构件的相对转动，而只能限制它们沿圆柱销的径向相对运动。如果忽略相对转动的摩擦，则约束反力只能沿它们接触点的公法线。但是，由于接触点的位置难以确定，一般情况下，我们可以将该约束反力分解为沿两个相互垂直的方向的分力，只要确定了这两个分力，可以通过力的平行四边形法则求得其合力。参见图 1-15，其中 1-15(d)为固定铰支座约束反力的简化模型。

3）固定约束

如图 1-16 所示，构件 AB 的 A 端被固定住，此时，该构件既不能移动又不能转动，因此，它将受到沿其移动趋势反方向的约束反力，以及与其转动趋势反方向的约束力矩。如果仅仅

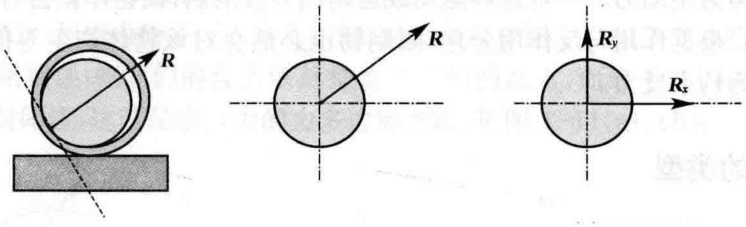


图 1-15　光滑圆柱铰链约束

考虑平面范围内的约束反力，同样，由于约束反力方向的不确定，可将其分解为相互垂直的两个分力。因此，可以认为固定约束具有三个约束反力。

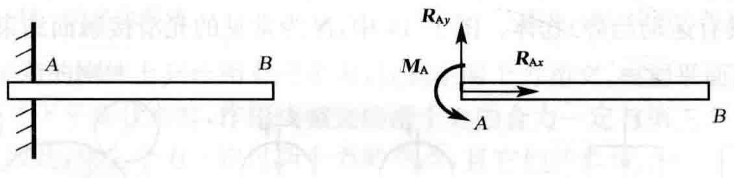


图 1-16　固定约束

4）滑动铰约束

两个构件相对滑动的结构形式在工程上普遍存在，如图 1-17 所示，曲柄连杆机构中，滑块 A 在导轨 C 中做往复运动，由于连杆 B 对滑块的作用力方向与导轨不平行，因此，上下导轨共同作用的结果，使得其对滑块的约束反力包括垂直光滑接触面的约束反力和限制滑块转动的约束力矩。

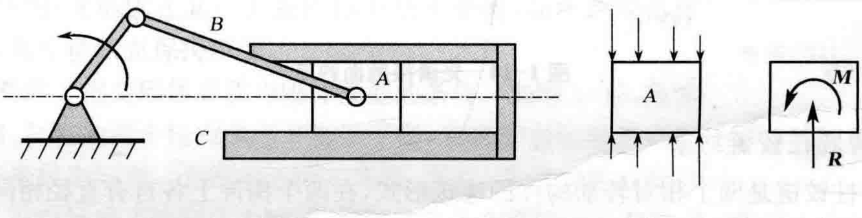


图 1-17　滑动铰约束

5）柔索约束

柔索，如绳索、钢缆等对运动物体或具有运动趋势物体的限制显然只能沿着柔索的方向，因此约束反力一定从柔索与被限制物体的连接点出发，沿柔索离开该物体，如图 1-18 所示。

6）二力杆约束

二力构件的概念前面已经作了介绍，如果一构件只在两端分别有一个铰链与两个其他构件连接，同时不计本身的重量，该构件即为二力构件，这类约束即为二力杆约束。如图 1-19 所示，根据二力平衡公理可以知道，其他两个构件对二力杆的约束反力通过铰链的圆柱销等值、反向

作用于铰链上，力的作用线沿二力杆的轴线。

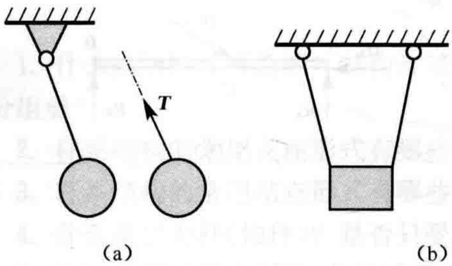


图 1-18　柔索约束

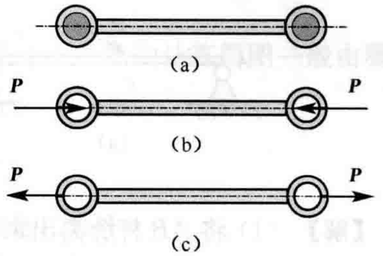


图 1-19　二力杆约束

1.4　刚体的受力分析、受力图

前面已经介绍了刚体受到外力作用时会发生运动或者具有了运动趋势，这类外力我们称为主动力；而限制该物体运动的限制物对其会产生约束反力。静力学就是研究物体在主动力和约束反力作用下的平衡问题。为了研究力的平衡，首先要对物体作受力分析，画出受力图，即对物体的受力状况进行表达。在静力学中，采用解除约束分析力的方法，该方法的步骤是：第一，确定研究对象；第二，将研究对象单独分离出来；第三，在该物体上画上主动力；第四，根据该物体所受到的约束类型画出约束反力。

【例 1-1】　设小球重量为 Q，在 A 处用绳索系在墙上，如图 1-20(a)，试画出小球的受力图。

【解】　(1) 将小球分离出来，参见图 1-20(b)；

(2) 画主动力：主动力为重力 Q，竖直向下，作用点在小球质心 O；

(3) 画约束反力：约束反力有 2 个，一是绳索的反力 T，作用于 A 点，沿绳索离开小球；二是墙面的反力 N，属于光滑接触面约束，作用点为接触点 B，因此，约束反力 N 垂直墙面指向小球。

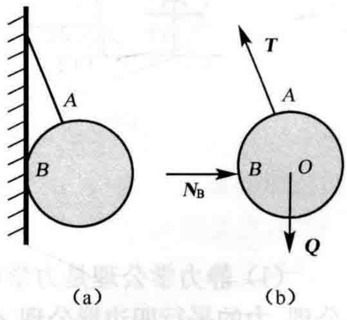


图 1-20

【例 1-2】　杆 AB 置于一半圆槽内，如图 1-21(a)所示，试画出 AB 杆的受力图。

【解】　(1) 将 AB 杆分离出来，参见图 1-21(b)；

(2) 画主动力：主动力为重力 Q，竖直向下，作用点在杆的质心 C；

(3) 画约束反力：约束反力有 2 个，均为光滑接触面约束，N_A 作用于 A 沿半圆在该点的法线指向圆心，N_B 作用于 B 点沿半圆在该点的法线指向圆心。

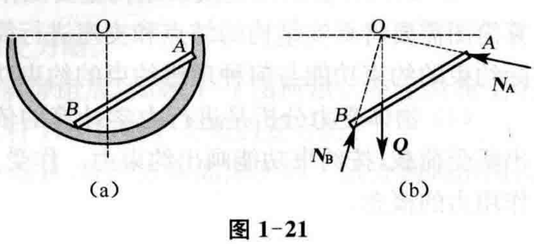


图 1-21

【例 1-3】　构件 AB 左端为固定铰支座，右