



“十二五”国家重点图书出版规划项目

ANALYSIS AND H_∞ CONTROL DESIGN OF SAMPLED-DATA CONTROL SYSTEMS

采样控制系统的分析及 H_∞ 控制设计

● 刘彦文 著 ● 王广雄 主审



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



“十二五”国家重点图书出版规划项目

ANALYSIS AND H_∞ CONTROL DESIGN OF SAMPLED-DATA CONTROL SYSTEMS

采样控制系统的分析及 H_∞ 控制设计

● 刘彦文 著 ● 王广雄 主审



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书系统地介绍了采样控制系统的基础知识、设计、分析方法及典型应用,在综合分析和验证提升法的缺点及应用局限性的基础上,提出了全新的鲁棒稳定性分析和 H_∞ 设计方法,并给出了一种既简单直观又没有保守性的采样控制系统频率响应的计算方法。全书共 12 章,除介绍经典的设计方法之外,还将目前流行的 3 种提升技术(连续时间域提升技术、离散时间域提升技术和频域提升技术)应用于标准结构的采样控制系统,并结合具体实例进行了分析和设计。本书最后针对两类典型的采样控制系统,即力觉接口系统和时滞不确定采样控制系统,应用本书所提出的新的设计思路和方法进行了鲁棒稳定性分析和 H_∞ 设计,并与提升法进行了对比。

本书取材广泛,内容新颖,结合了目前流行的先进控制理论和作者近年来的研究,可为本领域相关的理论工作者及工程设计人员提供参考。

图书在版编目(CIP)数据

采样控制系统的分析及 H_∞ 控制设计/刘彦文著. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社, 2016. 10

ISBN 978 - 7 - 5603 - 5762 - 1

I. ①采… II. ①刘… III. ①采样系统—研究 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 293529 号

策划编辑 王桂芝

责任编辑 刘 瑶

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 13.5 字数 327 千字

版 次 2016 年 10 月第 1 版 2016 年 10 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 5762 - 1

定 价 32.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

随着大规模集成电路技术的进一步发展,微计算机的性能及可靠性有了显著的提高,同时价格也大大下降,越来越成为人们信赖的控制硬件,而且容易实现和便于调整复杂的控制规律。在现代控制系统中,越来越多的设计者采用通过计算机实现的具有复杂算法的数字控制器,这种应用离散控制器来控制连续对象的系统称为采样控制系统。连续信号和离散信号共存,是采样控制系统的主要特征,也是系统分析和设计的难点。这决定了采样控制系统的数学模型、分析和设计方法必然和常规的纯连续和纯离散系统不同。同时,虽然连续对象和离散控制器都是线性时不变系统,但由于采样开关的作用,使得采样控制系统成为周期时变系统,这成为分析和设计采样控制系统的另一个难点。

采样控制系统中的对象是连续的,因此系统的性能分析要求知道连续的输入输出信号之间的关系。由于提升方法能考虑到采样时刻之间的性能,所以一经提出,就似乎成了采样控制系统分析和设计的唯一正确方法,其应用也正在扩大。但是在 H_∞ 设计中的应用却对其提出了质疑。本书对目前流行的 3 种提升技术,即连续时间域提升技术、离散时间域提升技术和频域提升技术进行了深入研究,结合具体应用实例,分析并指出了其应用局限性和所存在的问题。在此基础上,提出了一些新的采样控制系统的鲁棒稳定性分析和 H_∞ 设计方法。

本书系统地介绍了采样控制系统的基础知识、设计和分析方法及典型应用。全书共分为 12 章。第 1 章介绍了采样控制系统的经典设计方法和现代控制结构,以及目前流行的 3 种提升技术的发展现状和在采样控制系统的 H_∞ 分析及设计中所出现的问题;第 2 章和第 3 章对采样控制系统的基础理论进行了研究,给出了经典的控制器设计方法;第 4 章对采样控制系统的连续时间域提升技术进行了研究,给出了详细的理论分析和推导过程,并给出了具体的提升计算公式;第 5 章研究了采样控制系统的频域提升技术,提出了 FR 算子的概念,并给出了采样控制系统频率响应增益及 H_∞ 范数的计算方法;第 6 章研究了采样控制系统的离散提升技术,包括离散信号的提升和系统的提升,结合具体算例给出了离散提升等价方法的实现过程;第 7 章将提升技术用于采样控制系统的 H_∞ 设计,结合具体例子,指出了提升法在 H_∞ 设计中的应用条件和局限性;第 8 章讨论了采样控制系统的频率响应,给出了一种简单直观的采样控制系统频率响应的计算方法;第 9 章提出了用离散不确定性来代替原采样控制系统的连续不确定性,给出了一种采样控制系统鲁棒稳定性分析的新方法;第 10 章结合混合灵敏度问题(S/T)和鲁棒扰动抑制问题给出了采样控制系统的 H_∞ 设计方法;第 11 章将采样控制系统的频域提升技术和频率响应的计算方法分别用于力觉接口系统,研究了力觉接口的无源性设计问题;第 12 章将本书前面章节给出的一些新的分析和设计方法应用于时滞不确定采样控制系统,讨论了鲁棒稳定性的分析方法和鲁棒控制器的设计问题。

本书在编写过程中,硕士生刘小雪和方加政协助完成了部分文字图表的编辑工作。另外,高振国、汪滨崎、杨生、张松涛、史洪宇、宋吉广、王春生等也为本书提供了相关资料,在此一并表示感谢。

本书所涉及的研究工作得到了国家自然科学基金项目“基于 H_2 理论的力觉接口系统的稳定性与透明性优化研究”(61304076)的资助,同时得到了中央高校基本科研业务费专项资金特区计划团队项目“深水铺管作业动力定位与 ROV 协同作业控制与稳定性研究”(HEUCFX041501)的资助,在此对项目资助单位表示感谢。

由于时间所限,本书难免有疏漏或不妥之处,敬请读者批评指正。

作 者

2016 年 3 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 采样控制系统	1
1.1.1 经典的离散控制器设计方法	1
1.1.2 现代采样控制系统结构	1
1.2 H_{∞} 控制理论	3
1.3 采样控制系统的提升技术	6
1.3.1 连续时间域提升技术	6
1.3.2 离散时间域提升技术	6
1.3.3 频域提升技术	8
1.4 本章小结	9
第 2 章 采样控制系统的数学描述	10
2.1 信号的采样与保持	10
2.1.1 采样过程及采样定理	10
2.1.2 信号重构	13
2.2 Z 变换与 Z 反变换	14
2.2.1 脉冲响应和卷积和	14
2.2.2 Z 变换	15
2.2.3 Z 反变换	17
2.3 Z 差分方程与离散传递函数	17
2.3.1 线性差分方程	17
2.3.2 离散传递函数	18
2.4 采样控制系统的离散模型	19
2.4.1 连续对象的 Z 传递函数	19
2.4.2 具有连续时滞的对象的改进 Z 变换	21
2.4.3 离散化状态空间描述	22
2.5 本章小结	24
第 3 章 经典单回路采样控制系统的控制器设计	25
3.1 数字控制器的连续化设计	25
3.1.1 设计原理和步骤	25
3.1.2 连续控制器的离散化方法	26
3.2 数字 PID 控制算法	29
3.2.1 位置式 PID 算法	30
3.2.2 增量式 PID 算法	30

3.2.3 数字 PID 算法的改进	31
3.3 数字 PID 控制器的参数整定	33
3.4 本章小结	35
第 4 章 采样控制系统的连续时间域提升技术	36
4.1 Hilbert 空间	36
4.1.1 范数	36
4.1.2 内积	36
4.2 线性算子理论	37
4.2.1 算子和伴随算子	37
4.2.2 酉算子及其性质	37
4.2.3 值域空间和零空间	37
4.2.4 算子的性质	37
4.3 提升技术基础	38
4.3.1 信号的提升	38
4.3.2 系统及广义对象的提升	39
4.4 采样控制系统的提升	41
4.5 提升系统的等价离散化	43
4.6 提升变换的算法和程序	45
4.6.1 计算公式	45
4.6.2 MATLAB 程序	46
4.6.3 $D_{12} \neq 0$ 时的算法	48
4.7 鲁棒稳定性问题的简化提升算法	50
4.8 算例	54
4.9 本章小结	57
第 5 章 采样控制系统的频域提升技术	58
5.1 基础知识	58
5.2 频域提升技术	59
5.2.1 频域提升的概念及信号的提升	59
5.2.2 系统及广义对象的提升	60
5.3 灵敏度算子及补灵敏度算子	61
5.3.1 扰动抑制问题与灵敏度算子	61
5.3.2 鲁棒稳定性问题与补灵敏度算子	62
5.4 混合灵敏度算子的 L_2 诱导范数	62
5.5 混合灵敏度算子的数值计算	66
5.6 采样控制系统的频率响应增益及 H_∞ 范数	67
5.6.1 FR 算子、频率响应增益及 H_∞ 范数	67
5.6.2 频率响应增益及 H_∞ 范数的计算	69
5.6.3 $G_{11\omega} \neq 0$ 时的扩展计算公式	71
5.7 本章小结	71

第 6 章 采样控制系统的离散提升技术	72
6.1 离散提升技术的引出	72
6.1.1 离散信号的提升	73
6.1.2 离散系统的提升	75
6.2 采样控制系统的离散提升技术	76
6.2.1 采样控制系统的快速离散化	76
6.2.2 系统提升及慢速离散化等价	77
6.3 算例	82
6.4 本章小结	85
第 7 章 采样控制系统的提升法 H_∞ 设计	86
7.1 采样控制系统的标准 H_∞ 结构描述	86
7.2 H_∞ 灵敏度问题的提升法 H_∞ 设计	87
7.2.1 H_∞ 灵敏度问题	87
7.2.2 采样控制系统的 H_∞ 灵敏度问题及提升法设计	87
7.3 鲁棒稳定性问题的提升法 H_∞ 分析	90
7.3.1 鲁棒稳定性问题	90
7.3.2 采样控制系统的鲁棒稳定性问题及提升法分析	91
7.4 扰动抑制问题的提升法 H_∞ 设计	95
7.4.1 扰动抑制问题	95
7.4.2 采样控制系统的扰动抑制问题及提升法设计	96
7.5 提升法的应用条件	98
7.5.1 满足提升应用条件的 H_∞ 设计	101
7.5.2 关于范数等价性的补充说明	104
7.6 本章小结	106
第 8 章 采样控制系统的频率响应	107
8.1 采样控制系统的频率响应: 已有的工作	107
8.2 频率响应的直接计算	109
8.2.1 采样控制系统的频率响应计算公式	109
8.2.2 算例	111
8.3 应用: 计算机控制系统的非线性分析	113
8.4 本章小结	118
第 9 章 采样控制系统的鲁棒稳定性分析	120
9.1 对象的不确定性	120
9.1.1 不确定性的描述	120
9.1.2 不确定性和鲁棒性	123
9.1.3 范数有界不确定性	123
9.2 小增益定理	124
9.3 鲁棒稳定性分析的新方法	125
9.3.1 鲁棒稳定性的离散化分析	125

9.3.2 算例	128
9.4 本章小结	129
第 10 章 基于离散不确定等价法的采样控制系统的 H_∞ 设计	130
10.1 标准 H_∞ 问题	130
10.1.1 混合灵敏度问题	131
10.1.2 扰动抑制及鲁棒扰动抑制问题	133
10.2 采样控制系统的 H_∞ 混合灵敏度设计	135
10.3 采样控制系统的 H_∞ 扰动抑制设计	140
10.4 扰动抑制的鲁棒 H_∞ 设计	142
10.5 本章小结	146
第 11 章 典型应用:力觉接口系统	147
11.1 力觉交互及力觉接口系统	147
11.1.1 力觉交互系统介绍	147
11.1.2 力觉交互系统的国内外研究现状	148
11.1.3 耗散性与无源性	150
11.2 力觉接口系统的无源性分析	151
11.2.1 基于频域提升法的无源性条件及其问题分析	151
11.2.2 基于采样控制系统频率响应的无源性条件	161
11.3 不同采样信号下力觉接口的无源性条件	164
11.3.1 位置信号采样时力觉接口的无源性条件	164
11.3.2 速度信号采样时力觉接口的无源性条件	170
11.4 遥操作系统力觉接口的无源性设计	174
11.4.1 力觉接口的无源性要求	174
11.4.2 综合考虑性能的无源性设计	176
11.5 本章小结	181
第 12 章 典型应用:时滞不确定性采样控制系统	182
12.1 时滞不确定采样控制系统描述	182
12.1.1 时滞不确定采样控制系统描述	182
12.1.2 时滞不确定采样控制系统的等价 H_∞ 结构	183
12.2 时滞不确定采样控制系统的鲁棒稳定性分析	185
12.2.1 提升法	185
12.2.2 离散不确定等价法	186
12.2.3 算例	186
12.3 基于频率响应的时滞不确定采样控制系统的鲁棒稳定性	191
12.3.1 频率法分析	191
12.3.2 算例	193
12.4 本章小结	198
参考文献	199
名词索引	205

第 1 章 绪 论

1.1 采样控制系统

随着大规模集成电路技术的进一步发展,微计算机的性能及可靠性有了显著的提高,同时价格也大大下降,越来越成为人们信赖的控制硬件。而且由于计算机容易实现和便于调整复杂的控制规律,在现代控制系统中,越来越多的设计者采用了通过计算机实现的具有复杂算法的数字控制器,这种应用离散控制器来控制连续对象的系统称为采样控制系统,又称为采样数据系统(Sampled-Data System)或混合系统(Hybrid System)^[1,2],本书称其为采样控制系统。

采样控制系统中控制器是离散的,对象的输入输出信号则是连续的,因而连续信号和离散信号共存,是采样控制系统的主要特征,也是系统分析和设计的难点。这决定了采样控制系统的数学模型、分析和设计方法必然和常规的纯连续及纯离散系统不同。同时,虽然连续对象 P 和离散控制器 K_d 都是线性时不变系统,但由于采样开关的作用,使得采样控制系统成为周期时变系统,这成为分析和设计采样控制系统的另一个难点。

1.1.1 经典的离散控制器设计方法

对于图 1.1 所示的经典时期的单回路采样控制系统,传统的分析和设计方法有两种,一种是连续设计方法,另一种是离散设计方法。它们的出发点都是根据已知连续的 LTI(Linear Time-Invariant)被控对象模型 P ,设计离散控制器 K_d ,并分析由被控对象 P 和离散控制器 K_d 组成的闭环系统的稳定性问题。在连续设计方法中,对采样控制系统的分析和设计完全在连续时间域内进行,即根据被控对象 P ,首先在连续时间域内设计连续控制器 K ,然后再应用常规离散化方法将其离散化得到离散控制器 K_d ,对由 P 和 K_d 组成的闭环系统的分析采用由 P 和 K 组成的连续闭环系统的分析来代替。离散设计方法是首先将连续被控对象离散化,得到离散化模型 P_d ,即 P 的近似模型,然后应用离散控制理论在离散时间域内,以离散化模型 P_d 为被控对象,设计离散控制器 K_d ,对由 P 和 K_d 组成的闭环系统的分析采用由 P_d 和 K_d 组成的离散闭环系统的分析来代替。无论是哪一种设计方法,最终都是用离散时刻的信号来对系统进行描述。这种离散化分析的观点在经典理论时期是完全适用的,因为那时候主要考虑名义系统的稳定性以及一些简单的静态指标。

1.1.2 现代采样控制系统结构

现代采样控制系统设计则需要处理如图 1.2 所示的系统,而不是经典理论时期的单回路系统。图 1.2 是标准采样控制系统框图^[2],也是后现代控制理论(Postmodern Control Theory)中标准的线性分式变换(Linear Fractional Transformation, LFT)结构^[3]。图 1.2

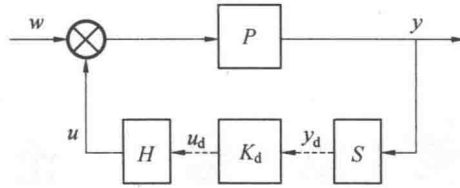


图 1.1 单回路采样控制系统

中, G 为广义被控对象, 是连续线性定常系统; 控制器 K_d 为离散线性定常系统; S 为理想采样开关; H 为零阶保持器, 虚线表示离散信号, 实线表示连续信号; w 为外部输入信号, 包括参考指令、扰动及测量噪声等; z 为输出信号; y 为控制器的输入信号; u 为控制输入; u_d, y_d 为离散信号。

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

即

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$

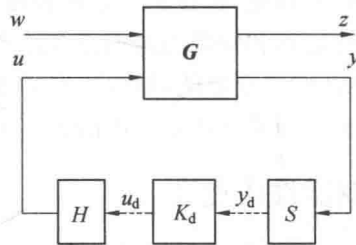


图 1.2 标准采样控制系统

对于现代采样控制系统来说, 设计 requirements 是反映在连续的输入(w) 和输出(z) 上的。例如, 对于扰动抑制问题, 由于被控对象是在连续时间上变化的, 显然扰动信号是连续信号, 因此, 当测量扰动信号对系统有影响时, 就要考虑连续信号的全部信息。另外, 对鲁棒稳定性问题, 由于对象是连续的, 对象的摄动也是连续时间的, 因此当采用小增益定理时就需要知道相应的连续信号之间系统的范数。

由于要求考虑系统在采样时刻之间的连续信号, 近年来兴起的提升技术 (Lifting Technique)^[1,2,4,5] 就成为系统分析和设计的首选工具。

对一连续信号 $f(t)$, 提升是指如下定义的映射:

$$\begin{aligned} W_\tau: L_{p,e}[0, \infty) &\rightarrow L_{L_p}[0, \tau) \\ \hat{f} &= W_\tau f \\ \hat{f}_i(t) &= f(\tau i + t), 0 \leq t \leq \tau, i=0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

如图 1.3 所示, 提升算子 W_τ 可以看作是将一连续信号 $f(t)$ 按采样时间 τ 切成互相衔接的各段信号 $\hat{f}_i(t)$, 这个序列 $\{\hat{f}_i\}$ 也是一种离散信号, 只是其中的每个元素 $\hat{f}_i(t)$ 是在函数空间 $L_p[0, \tau)$ 取值。

可以证明^[1], 这个提升信号的范数与原连续信号的范数是相等的, 即

$$\|\hat{f}\|_{L_2[0,\tau]} = \|f\|_{L_2[0,\infty)} \quad (1.2)$$

提升技术本是由于 H_∞ 设计的需要而提出的,但是关于提升技术的文献基本上都是理论上的进一步美化和算法的进一步完善,而有关提升技术的 H_∞ 设计和分析等方面的文献却很少。为此,本书的最初目的是要把提升技术应用于采样控制系统的 H_∞ 控制,包括鲁棒稳定性问题、扰动抑制问题、灵敏度问题等。但是随着研究的进展发现,提升技术实际上并不适用于 H_∞ 控制,因此进一步提出了适用于采样控制系统 H_∞ 设计的方法。

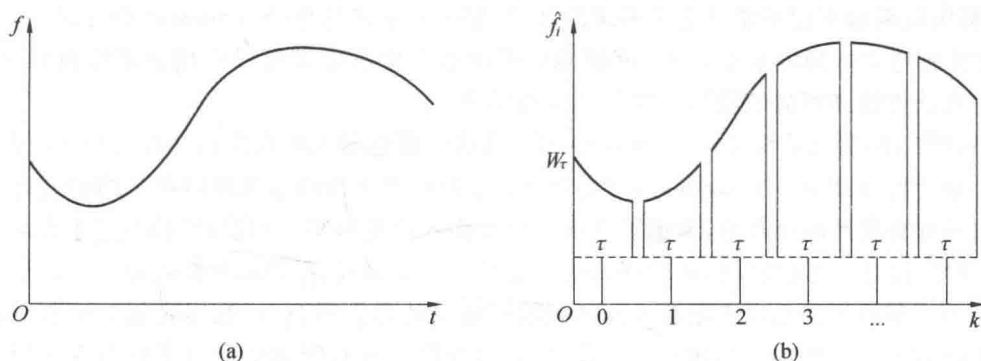


图 1.3 算子 W_T 示意图

1.2 H_∞ 控制理论

20 世纪 60 ~ 70 年代,基于状态空间模型的现代控制理论得到了突破性的进展,人们建立了刻画控制系统本质的基本理论,如线性系统的能控性、能观性、实现理论以及分解理论等,并在此基础上提出了反馈镇定的一整套严密的理论和方法,使控制由一类工程设计方法提高成为一门新的学科。然而这些理论和方法却依赖于被控对象的精确的数学模型。在实际的工程应用中,获取系统的精确数学模型是很困难的,或者说几乎是不可能的。因为精确的数学推导不可能完全符合实际情况,测试手段也不可能覆盖所有频率,测试方法自身也存在误差,都严重影响模型的精确性;而且控制系统在运行中还会出现环境变化、元件老化等一系列问题;另外,由于被控对象的复杂性,常常要以低阶的线性定常集中参数模型来代替实际的高阶非线性时变分布参数系统。以上种种都会带来系统模型的不确定性,或者说实际的物理系统和描述这一系统的数学模型之间总会存在差异。基于数学模型的设计在实际系统中能否达到预期的控制效果,就成为控制领域研究的一个热点问题。这导致专门分析和处理具有不确定性系统的控制理论——鲁棒控制理论的产生。

回顾经典频域设计方法可以发现,由于采用 Bode 图或 Nyquist 图设计时保证了一定的稳定裕度,可使设计结果具有一定的鲁棒性。因而一些学者开始将 SISO 系统的经典设计方法应用于 MIMO 系统的设计中。如 RosenBrock 的逆奈氏阵列法 (INA)、Macfarlane 的特征轨迹法 (CL)、Owens 的并矢展开法和 Mayne 的序列回差法等,在 20 世纪 70 年代中后期形成了多变量控制系统现代频域理论。现代频域理论将 MIMO 系统以及回路之间有严重耦合的多变量系统进行解耦,将其转化成单变量系统的设计。但是因为解耦并不是反馈设计,而是一种开环设计,它并没有考虑反馈系统的一些特点,因而没有鲁棒性。

这就引发了鲁棒性问题及 H_∞ 控制问题。 H_∞ 设计中的性能指标是指加权传递函数的 H_∞ 范数,例如,对灵敏度(S)问题来说,设计时要求 $J = \|W_1 S\|_\infty \leq \gamma$,其中, W_1 为权函数, H_∞ 优化问题就是求解下列 minimax 问题:

$$\min_k \|W_1 S\|_\infty \leq \gamma \quad (1.3)$$

minimax 问题的优化解是一条全通特性。例如,设 $W_1 = \rho/s$,设计时尽量提高 ρ ,使 $\sigma[S(j\omega)]$ 尽量下压,得到最好的性能。所以 H_∞ 设计是一种频域成形(Loop Shaping)的设计,是利用权函数来使系统具有所要求的性能,是一种系统综合(Synthesis)的方法。

对鲁棒稳定性问题来说, H_∞ 范数的提出使得小增益定理可以应用到系统设计中,因此 H_∞ 设计方法还可以解决相应的模型扰动问题。

1981 年,加拿大学者 Zames 首先将 H_∞ 范数的概念引入到控制系统设计中,从而开创了 H_∞ 最优控制理论^[6]。Zames 主要针对 LQG 设计中干扰信号采用白噪声的假设存在局限性和不可实现性而展开的,考虑了这样一个单输入单输出系统的设计问题:对于有限能量的干扰信号设计一个控制器,使闭环系统稳定且干扰对系统期望输出影响最小。由于传递函数的 H_∞ 范数可以描述有限输入能量到输出能量的最大增益,因此用表示上述影响的传递函数的 H_∞ 范数作为目标函数进行设计,就可以使具有有限功率谱的干扰对系统期望输出影响最小。

在过去的几十年中,许多学者对 H_∞ 控制理论及其应用进行了深入的研究,发表了许多相关的文献,极大地推动了 H_∞ 控制理论的发展和成熟。回顾其发展历程,大体经过了 3 个阶段。

第一阶段从 1981 年 Zames 提出 H_∞ 范数指标到 1984 年求解 H_∞ 问题的“84 年法”的形成。这一阶段是 H_∞ 发展的初期阶段,由于 Zames 的 H_∞ 控制思想是一种频域设计技术,这时 H_∞ 控制理论的研究方法集中在频域或者频域同时域结合的方法。这时, H_∞ 最优问题的求解主要借助于有理函数的插值方法和逼近方法。插值方法主要使用 Nevanlinna—Pick 插值理论以及矩阵形式的 Sarason 理论,具有概念直观和清晰等优点,但是这一方法并没有给出较好的算法。逼近方法主要借助于 AAK 理论,在 H_∞ 控制问题的求解计算上取得了一定的进展。逼近方法使得整个 H_∞ 优化问题可以应用状态空间方法求解,由此将 H_∞ 优化问题的研究推向一般性问题的研究阶段。

至 1984 年前后,Doyle, Glover 等人对当时的 H_∞ 控制理论进行了总结,形成了所谓的“84 年法”。这种方法的主要思路是使闭环系统内稳定的控制器 K 参数化,即使用 Youla 参数化方法,把 K 表示为稳定的传递函数 Q 的函数,使问题转化为易于求解的无约束问题。参数化后,标准问题转化为模型匹配问题(Model—Matching Problem);再将模型匹配问题转化为广义距离问题(General Distance Problem)(函数逼近理论中 Nehari 问题的推广,也称为扩展 Nehari 问题,Extended Nehari Problem);最后用 Hankel 范数逼近理论解决 Nehari 问题,并最终求得控制器 K 。

第二阶段是从 1985 年到 1989 年著名的 DGKF 法的发表。 H_∞ 控制理论提出以后,为了减少计算的复杂性和降低控制器的维数,许多学者进行了深入的研究。Limebeer, Hung, Halikias 研究了 H_∞ 优化设计中的零极点对消现象,给出了控制器阶次的上界,指出其上界不大于广义对象的阶次。Jonckheere, Verma, Chang 将 2 块 H_∞ 优化问题的最优值用 Toeplitz—Hankel 算子的谱半径来刻画,根据 Jonckheere 等人所研究的二次型问题谱理论

的结果,给出了求 Toeplitz—Hankel 算子的谱半径的状态空间算法,即线性二次型逼近的方法。其主要优点是在一步计算后就可精确评估 H_∞ 性能最优值,计算速度快。Chang 对于 2 块和 4 块问题的简化和快速计算也进行了深入研究。Safonov 等人给出了当时说来相当实用的标准 H_∞ 问题算法。

学者们在各方面的工作都为 H_∞ 理论的进一步发展打下了坚实的基础。Ball 和 Cohen 将 Ball 和 Helton 的几何理论进行简化,把 H_∞ 控制的求解问题化为 J -谱和 J' -谱的分解问题,从而获得 3 个 Riccati 方程。此法为后来的 J -谱分解法、 (J, J') -无损分解法的形成和完善,以及其与插值方法、多项式方法的沟通产生了重要的影响。Khargonekar 等人创立了 H_∞ 控制的代数 Riccati 方程法^[7],研究了 H_∞ 状态反馈控制问题。这主要源于一个含有不确定性系统的鲁棒稳定性问题,即求一控制器使得具有结构式不确定性系统的复稳定半径最大。他们将此问题转化为某一系统的 H_∞ 范数优化问题,获得 H_∞ 状态反馈控制问题有解的充要条件是一个含有正参数的代数 Riccati 方程(参数化的 ARE)具有正定解。这一结果对简化 H_∞ 状态空间解法的形成具有重要意义。此外,该方法还建立了 H_∞ 控制和二次镇定、线性二次微分对策之间的联系,对后来的微分对策方法的产生和发展起到了促进作用。其不足之处是参数化的 ARE 不易检验。

1988 年, Glover 和 Doyle 给出了 H_∞ 标准控制问题的以两个 Riccati 方程表示的状态空间解,这个结果已相当令人满意,但他们未给出证明。1989 年, Doyle, Glover, Khargonekar 和 Francis 四人发表了著名的 DGKF 法的论文^[8],证明了 H_∞ 控制问题的解可以通过解两个 Riccati 方程得到,即只需求解两个非耦合的代数 Riccati 方程,便可获得阶次不超过广义对象的 McMillan 阶次的次优 H_∞ 控制器,即控制器的阶次等于被控对象的阶次加权函数的阶次。这样, H_∞ 控制问题在概念和算法上都被大大地简化了, DGKF 法的形成标志着 H_∞ 控制理论走向成熟。

第三个阶段为 1990 年之后,这一阶段 H_∞ 控制理论得到了迅速的丰富、完善和推广。 H_∞ 控制理论在概念和算法上进一步简化,许多 H_∞ 理论及鲁棒控制专著面世,多个 H_∞ 鲁棒控制软件包研制成功。

在 DGKF 工作的同时, Khargonekar 等人也给出了较为简单的 H_∞ 控制器求解的方法,指出状态反馈 H_∞ 控制问题可以通过求解一个代数 Riccati 方程来获得。Peterson 提出了抑制干扰的 H_∞ 状态反馈律设计方法。Safonov 等人给出了应用多变量矩阵理论中的系统等价而将设计问题简化为所要满足的必要的假设条件。 H_∞ 控制的时域解法也出现了,其中包括微分对策和最大值原理方法。日本学者 Kimura 为了克服插值方法存在没有有效算法的缺点,基于经典网络设计方法,提出了“共轭化”(Conjugation)这一概念。“共轭化”是经典插值理论的状态空间描述,是计算 (J, J') -无损分解的有力工具,它预示着具有原插值方法优点的有效状态空间算法的产生。由于 H_∞ 控制器解的不唯一性,多目标的 H_∞ 优化问题也受到了许多学者的关注,如 Khargonekar, Rotea, Bernstein, Haddad, Glover 和 Mustafa 的极小熵 H_∞ 控制。同时, H_∞ 的控制方式也从常规反馈控制方式向二自由度控制、自适应控制及分散控制等多种方式发展;状态空间 H_∞ 鲁棒控制理论也由一般的连续系统推广到离散系统^[9],由时不变系统推广到时变系统,由有限维推广到无限维(分布参数系统),甚至推广到一些非线性系统^[10]和采样控制系统^[1,2]。

采样控制系统的 H_∞ 问题处理的是连续信号($w \rightarrow z$)之间的关系(图 1.1)。这时输入

输出信号均是用 L_2 范数来表征的。对线性定常系统来说,系统的 L_2 增益就是闭环传递函数的 H_∞ 范数^[11]。对采样控制系统来说,就没有了传递函数的概念,这里的增益就是指 L_2 诱导范数。近年来提出的提升技术可以用来计算采样控制系统的 L_2 诱导范数,因而可以用于采样控制系统的 H_∞ 设计。

1.3 采样控制系统的提升技术

“提升(Lifting)”一词来源于代数拓扑学,它的本质是一种扩张,即将低维空间扩张成高维空间。关于提升在控制理论中的应用,20 世纪 80 年代初已偶有报道。采样控制系统的提升技术包括时间域提升技术和频域提升技术,其中时间域提升技术又可分为连续的提升技术和离散的提升技术两种。

1.3.1 连续时间域提升技术

以时间域提升来说,“提升”是指将一连续信号 $f(t)$ 按采样时间切成互相衔接的各段信号 $\hat{f}_i(t)$ (图 1.3)^[1],即

$$\hat{f}_i(t) = f(\tau i + t), 0 \leq t \leq \tau$$

这个 $\hat{f}_i(t)$ 序列 $\{\hat{f}_i\}$ 也是一种离散信号,是在函数空间 $L_2[0, \tau]$ 取值。

设用线性分式变换 $F(G, HK_d S)$ 来表示图 1.2 所示的采样控制系统的从输入 w 到输出 z 的闭环映射。通过提升技术,可将采样控制系统的解由一个“等价”的离散定常对象 G_d 来给出,即

$$\|F(G, HK_d S)\| < \gamma \Leftrightarrow \|F(G_d, K_d)\| < \gamma \quad (1.4)$$

式中, $F(G, HK_d S)$ 表示 L_2 诱导范数; $\|F(G_d, K_d)\|$ 表示 H_∞ 范数。因此,一旦得到了 G_d , 这个采样控制系统的求解问题就可以转化成常规的离散系统的 H_∞ 问题来进行求解。从某种意义上说, G_d 是 G 的“离散化”,因此提升变换有时也称为 H_∞ 离散化^[4]。

采样控制系统中采用提升技术是由 Bamieth 首先提出的^[1],这是一种连续的时间域提升技术。该算法现已被公认为是标准算法。Chen^[2] 进一步将算法归纳为矩阵指数运算,并给出了当 $D_{12} \neq 0$ 时的提升运算的 γ 迭代公式,扩大了提升处理的范围,还列举了应用提升技术求解 H_∞ 问题的例子。L. Mirkin^[4] 也根据时间域提升的概念给出了一种等价离散化算法。这些文献的出发点都是用提升技术来求采样控制系统的 L_2 诱导范数。

由于直接应用提升技术来计算采样控制系统的 L_2 诱导范数缺乏物理概念,又出现了先计算频率响应,再从频率响应来求取采样控制系统的 L_2 诱导范数的方法^[12]。日本学者 Y. Yamamoto 给出了采样控制系统频率响应的定义,频率响应的物理概念比较清晰,但是 Yamamoto 的计算过于复杂,而且给出的闭环系统的频率响应,尤其是低频段与实际特性差别较大。

1.3.2 离散时间域提升技术

关于离散时间域提升技术,Anderson 有很精辟的解释^[13,14]。这是将采样控制系统的连续输入输出用快速采样来近似,采样周期为 $\tau/m (m > 1)$,如图 1.4(a) 所示。

设 T_d 表示快速采样近似后的闭环映射,则当 m 足够大时,其 L_2 诱导范数就可以认为是

原采样控制系统的 L_2 诱导范数了,即

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|T_d\| = \|T\| \quad (1.5)$$

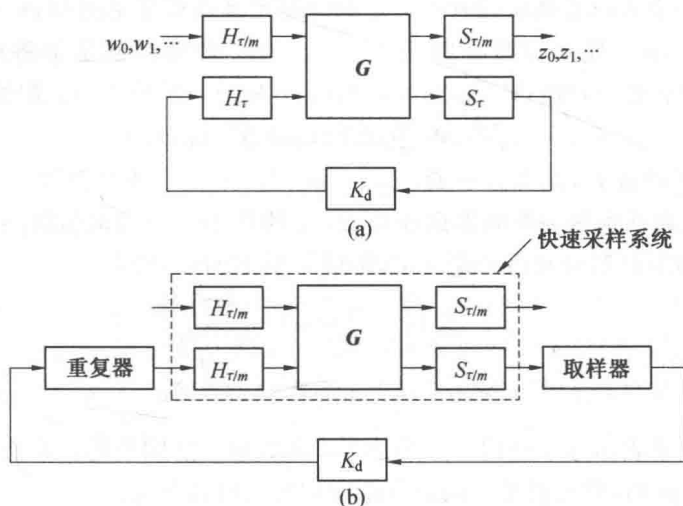


图 1.4 用快速采样的近似

计算时是先将系统看成是一个快速采样的离散系统(图 1.4(b)),再将系统转换成慢速采样的离散系统,如图 1.5 所示,此时信号的维数都增加了 m (这里取 $m=3$) 倍。根据图 1.5 所示的思路,采样控制系统就可转化成如图 1.6 所示的单速率(慢速率)离散系统。



图 1.5 快速系统到慢速系统的转换

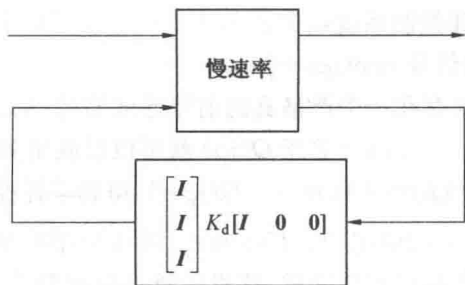


图 1.6 单速率(慢速率)离散系统

离散提升后,信号的维数增加了 m 倍,但因为用的都是常规算法,所以相对来说,理论比较简单,计算比较容易。离散提升主要是一种分析方法,不便于系统设计。Yamamoto 将离散提升与其频率响应结合起来利用离散提升容易计算的特点,使频率响应的计算得以简化^[15]。

1.3.3 频域提升技术

提升法的另一个方向是频域提升^[11,16]。设 y 是定义在信号空间 $L_2[0, \infty)$ 上的信号, 则它的傅里叶变换 $Y(j\omega)$ 属于信号空间 $L_2(-\infty, \infty)$ 。频域提升是指将这个傅里叶变换 $Y(j\omega)$ 沿频率轴切成各个片段 $\{Y_k(j\omega)\} = \{Y(j(\omega + k\omega_s))\}$, 并构成一无限维的向量 y , 即

$$y(\omega) \triangleq [\cdots, Y_1^T(j\omega), Y_0^T(j\omega), Y_{-1}^T(j\omega), \cdots]^T \quad (1.6)$$

这个 y 就是 Y 的提升, 其中 $\omega \in \Omega_N \triangleq [-\omega_s/2, \omega_s/2]$, k 是整数。

y 是一个定义在几乎每一个频率点 $\omega \in \Omega_N$ 上的且在 l_2 空间取值的函数。这些在 l_2 空间取值的函数在如下的范数和内积定义下, 构成一个 Hilbert 空间。

$$\begin{aligned} \|y\| &\triangleq \left(\int_{\Omega_N} \|y(\omega)\|_{l_2}^2 d\omega \right)^{1/2} \\ \langle y, x \rangle &\triangleq \int_{\Omega_N} \langle y(\omega), x(\omega) \rangle_{l_2} d\omega \end{aligned}$$

这里用 $L_2(\Omega_N; l_2)$ 来表示这个空间。因为这个 $L_2(\Omega_N; l_2)$ 空间中的元素实际上是 $L_2(-\infty, \infty)$ 中元素的重新排列, 因此两个空间是等距同构的且范数等价。

如果 G 是定义在 L_2 上的有界算子, 并且 $\mathcal{F}G\mathcal{F}^{-1}$ 是相应的 $L_2(\Omega_N; l_2)$ 算子, 则频域提升可以表示为 $(\mathcal{F}G\mathcal{F}^{-1}y)(\omega) = G(\omega)y(\omega)$, 而且算子 G 的 L_2 -诱导范数可以根据如下式子进行计算^[9]:

$$\|G\| = \sup_{\omega \in \Omega_N} \|G(\omega)\| \quad (1.7)$$

式(1.7)等号右侧的标量函数 $\|G(\omega)\|: \Omega_N \rightarrow \mathbb{R}^+$ 就是算子 G 的频率响应增益。

应用频域提升法时是先计算提升后的频率响应, 再求采样控制系统的 L_2 诱导范数^[11]。其中 T. Hagiwara^[17] 等根据频率响应(FR)算子, 对满足文献中两个假设条件的情形, 给出了频率响应增益的 γ 迭代计算公式, 通过用一个无穷维矩阵来描述系统的 FR 算子, 求得系统的频率响应, 进而得到采样控制系统的 L_2 诱导范数。

J. H. Braslavsky 等人针对采样控制系统的灵敏度问题和补灵敏度问题, 给出了其频率响应增益的频域提升算法, 又根据采样系统频率响应特性上的最大幅值等于其 L_2 诱导范数^[11], 给出了采样控制系统的 L_2 诱导范数。

M. Araki 等人针对采样控制系统经提升化处理后存在多频率输出响应问题^[16], 引入一个输入集合, 即由全部正弦信号 $\exp(j\varphi t + jm\omega_s t)$ ($m=0, \pm 1, \cdots$; ω_s 为采样频率) 构成的集合 X_φ , 并证明当采样开关前存在一个严格真的前置滤波器时, 采样控制系统在稳态时是 X_φ 到 X_φ 的映射, 于是从 X_φ 到 X_φ 的 FR 算子 $Q(j\varphi)$ 就可以反映出采样控制系统的频率响应特性, 通过求解 FR 算子范数值的最大值 $\max_{\varphi} \|Q(j\varphi)\|$ 得到采样控制系统的 L_2 诱导范数。

另外, 作为频域提升技术的应用, T. Hagiwara 等人应用频域提升技术^[17], 即用 FR 算子来解决采样控制系统的鲁棒稳定性问题, 这里的摄动包括稳定和不稳定的摄动。在假设对象的不稳定模态不变的条件下, 给出了 FR 算子描述的小增益定理的条件(与小增益定理用 L_2 诱导范数来描述的条件等价), 并指出对于具有 τ 周期摄动的采样控制系统, 该条件仍是系统鲁棒稳定性的充要条件。该结论是根据 Nyquist 判据推导出来的。Hagiwara 等人同时还给出了具有线性时不变摄动的系统鲁棒稳定性的充要条件。J. H. Braslavsky 等人也应用频域提升技术分析了采样控制系统在线性时不变摄动下的鲁棒稳定性问题^[18]。针对