"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材配套教辅

《热学　热力学与统计物理（第二版）》

习题解答

周子舫　曹烈兆　编著

科学出版社

"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材配套教辅

《热学　热力学与统计物理(第二版)》习题解答

周子舫　曹烈兆　编著

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是与中国科学技术大学的《热学　热力学与统计物理（第二版）》（分上、下两册）完全配套的习题解答，是学习热学、热力学与统计物理课程的配套辅导书．本书旨在帮助学生理解课本的知识，加深对基本概念的理解，加强对基本解题方法和技巧的掌握，为学生提供完整而详细的课后习题答案，进而提高学习能力和应试水平，帮助学生巩固所学知识，也可以帮助学生完成考研备考学习．

本书分为两部分：第一部分是热学、热力学的题解，是《热学　热力学与统计物理（第二版）（上册）》一书中所有习题的解答；第二部分是统计物理的题解，是《热学　热力学与统计物理（第二版）（下册）》一书中所有习题的解答．

本书可作为高等学校物理类专业师生学习热学、热力学与统计物理时的辅导用书、研究生的入学考试参考书，也可供对热物理感兴趣的高校其他非物理专业师生和社会读者选择使用．

图书在版编目（CIP）数据

《热学　热力学与统计物理（第二版）》习题解答／周子舫，曹烈兆编著．—北京：科学出版社，2017.1

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材配套教辅

ISBN 978-7-03-050524-8

Ⅰ．①热…　Ⅱ．①周…　②曹…　Ⅲ．①热学－高等学校－题解　②热力学－高等学校－题解③统计物理学－高等学校－题解　Ⅳ．①O551-44　②O414-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 268584 号

责任编辑：窦京涛　王　刚／责任校对：彭珍珍

责任印制：白　洋／封面设计：迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

保定市中画美凯印刷有限公司 印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2017 年 1 月第　一　版　开本：720×1000　1/16

2017 年 1 月第一次印刷　印张：13

字数：262 000

定价：34.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　　言

本书是与编者的《热学 热力学与统计物理（上册）（第二版）》和《热学 热力学与统计物理（下册）（第二版）》书籍配套的教学辅导教材.

《热学 热力学与统计物理（第二版）习题解答》给出了《热学 热力学与统计物理（上册）（第二版）》和热学 热力学与统计物理（下册）（第二版）书中全部习题的详细解答，在章节和题号的安排和表示上，两书保持完全一致，便于读者查阅.

在物理学的教学过程中，课堂教学和课后阅读固然重要，做习题也是必不可少的环节，通过做习题可以巩固、深化和拓展所学到知识，而且还可以培养科学思维能力，习题对教师和学生双方都是很重要的.

如何正确利用《热学 热力学与统计物理（第二版）习题解答》一书？我们认为一拿到题目就去找解答，找到合适的内容提笔就抄，这种浮夸的作风要不得. 我们建议读者在拿到一道题后，先自己认真想一想，能自己做出来最好，如果经过思考还是不得其解，不妨翻开《热学 热力学与统计物理（第二版）习题解答》，找出答案，然后合上书，自己再做一遍，再花一点时间分析解剖一下，你可能会有更多的感悟和收获.

由于编者的学识水平有限，书中的错误和不妥之处在所难免，恳请同行和读者提出宝贵意见.

周子舫　曹烈兆

2016 年 10 月

目　　录

《热学　热力学与统计物理（第二版）（上册）》习题解答

第 1 章　热力学平衡态　温度

1.1　华氏温标取水的冰点为 32℉，水的沸点为 212℉. 摄氏温标取水的冰点为 0℃，水的沸点为 100℃. 试导出华氏温标与摄氏温标的换算关系；并计算在什么温度下华氏温标和开氏温标有相同的温度读数.

解　$V=\dfrac{V_1-V_0}{180}(t_F-32)+V_0=\dfrac{V_1-V_0}{100}(t_c-0)+V_0$，得

$$t_c=\frac{5}{9}(t_F-32)$$

将 $t_c=T-273.15$，$t_F=T$ 代入上式

$$T-273.15=\frac{5}{9}(T-32)$$

得

$$T'=574.59(\text{K})=574.59(℉)$$

1.2　定义温标 t^* 与测温物质的性质 x 之间的关系为

$$t^*=\ln(kx)$$

式中，k 为常数，求：

（1）设 x 为定容稀薄气体的压强，并假定水的三相点为 t^*=273.16℃，试确定温标 t^* 与热力学温标之间的关系.

（2）在温标 t^* 中，冰点和汽点各为多少度？

（3）在温标 t^* 中是否存在零度？

解　（1）热力学温标：$T=273.16\dfrac{p}{p_3}$；t^* 温标：$t^*=\ln(kp_3)$. 故

$$t^*-273.16=\ln kp-\ln kp_3=\ln\frac{p}{p_3}$$

$$\begin{aligned}t^*&=273.16+\ln\frac{p}{p_3}=273.16+\ln\frac{T}{273.16}\\&=273.16-\ln 273.16+\ln T\end{aligned}$$

（2）$t^*_{冰}=273.16-\ln 273.16+\ln 273.15\approx 273.16(\text{K})$

$$t^*_{沸}=273.16-\ln 273.16+\ln 373.15\approx 273.47(\text{K})$$

（3） $t^*=0$ 时， $T=e^{\ln 273.16-273.16}=e^{-267.55}\approx 0(\mathrm{K})$.

1.3 在容积为 V 的容器中，盛有待测的气体，其压强为 p_1，测得重量为 G_1. 然后放掉一部分气体，使气体的压强降至 p_2，再测得重量为 G_2. 若放气前后的温度 T 不变，求该气体的摩尔质量 μ；如果气体的压强为 p，气体的密度 ρ 为多少？

解 $p_1=\dfrac{\rho_1 RT}{\mu}$， $G_1=\rho_1 Vg+Mg=\dfrac{p_1\mu Vg}{RT}+Mg$ ， $G_2=\dfrac{p_2\mu Vg}{RT}+Mg$

$$G_1-G_2=(p_1-p_2)\frac{Vg}{RT}\mu$$

$$\mu=\frac{G_1-G_2}{p_1-p_2}\frac{RT}{Vg}=\frac{\Delta G}{\Delta p}\frac{RT}{Vg}$$

当压强为 p 时， $\rho=\dfrac{p\mu}{RT}=\dfrac{\Delta G}{Vg}\dfrac{p}{\Delta p}$.

1.4 容积为 $2500\mathrm{cm}^3$ 的烧瓶内有 1.0×10^{15} 个氧分子、4.0×10^{15} 个氮分子和 $3.3\times10^{-7}\mathrm{g}$ 的氩气. 设混合气体的温度为 150℃，求混合气体的压强.

解

$$\begin{aligned} p=p_1+p_2+p_3&=\left(\frac{N_1+N_2}{N_0}+\frac{M_3}{\mu_3}\right)\frac{RT}{V}\\ &=\left(\frac{5.0\times10^{15}}{6.02\times10^{23}}+\frac{3.3\times10^{-7}}{40}\right)\frac{8.31\times423}{2.5\times10^{-3}}\\ &=0.0233(\mathrm{Pa}) \end{aligned}$$

1.5 一机械泵的转速为 $\omega(\mathrm{r\cdot min^{-1}})$，每分钟能抽出气体 c 升. 设一容器的体积为 V 升，问要抽多长时间才能使容器内的压强由 p_0 降至 $10^{-2}p_0$？

解 设在时间 $\mathrm{d}t$ 内，机械泵转过 $\omega\mathrm{d}t$ 转，抽出的气体为 $c\mathrm{d}t$，因此在时间 $\mathrm{d}t$ 内气体的状态从 $(p(t),V)$ 变到 $(p(t)+\mathrm{d}p,V+c\mathrm{d}t)$，由理想气体状态方程得

$$p(t)V=(p(t)+\mathrm{d}p)(V+c\mathrm{d}t)$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}=-\frac{c}{V}\mathrm{d}t,\quad p(t)=p_0e^{-\frac{c}{V}t},\quad t=\frac{V}{c}\ln\frac{p_0}{p}$$

这里假设了 $\dfrac{c}{V\omega}\ll 1$，其中 $\dfrac{c}{\omega}$ 为每转排出的气体体积.

另一解法：抽机每转排出的气体体积为 $\Delta V=\dfrac{c}{\omega}$，抽机转 n 转后气体的压强为

$$p'_n=\left(\frac{V}{V+\Delta V}\right)^n p_0,\quad n=\ln\frac{p_0}{p_n}\Big/\ln\left(1+\frac{\Delta V}{V}\right)$$

抽机每转一转的时间为$\Delta t=\dfrac{1}{\omega}$，转 n 转所费的时间 t 为

$$t=n\Delta t=\frac{\ln\dfrac{p_0}{p}}{\omega\ln\left(1+\dfrac{c}{\omega V}\right)}=\frac{2}{\omega\lg\left(1+\dfrac{c}{\omega V}\right)}$$

当$\dfrac{c}{V\omega}\ll 1$，$t=\dfrac{\ln\dfrac{p_0}{p}}{\omega\ln\left(1+\dfrac{c}{\omega V}\right)}\approx\dfrac{V}{c}\ln\dfrac{p_0}{p}$，与上相同.

1.6　试求理想气体和范德瓦耳斯气体的定容压力系数$\beta=\dfrac{1}{p}\left(\dfrac{\partial p}{\partial T}\right)_V$.

解　对于理想气体：$p=\dfrac{\nu RT}{V}$，　$\beta_{理}=\beta_1=\left(\dfrac{\partial\ln p}{\partial T}\right)_V=\dfrac{1}{T}$

对于范德瓦耳斯气体：$p=\dfrac{RT}{V-b}-\dfrac{a}{V^2}$（1mol），$p=\dfrac{\nu RT}{V-\nu b}-\dfrac{\nu^2 a}{V^2}$（$\nu$ mol）

$$\beta_2=\frac{1}{p}\left(\frac{R}{V-b}-0\right)=\frac{1}{pT}\left(p+\frac{a}{V^2}\right)=\frac{1}{T}\left(1+\frac{a}{pV^2}\right)\ \text{（1mol）}$$

$$\beta_2=\frac{1}{T}\left(1+\frac{\nu^2 a}{pV^2}\right)\ \text{（}\nu\ \text{mol）}$$

1.7　某液体从 0℃加热到 100℃，其压强增加 2atm，体积不变. 若该液体的等温压缩系数是$4.5\times10^{-5}\,\text{atm}^{-1}$，求体膨胀系数. 设等温压缩系数和体膨胀系数均为常数.

解　$\mathrm{d}V=V\alpha\mathrm{d}T-V\kappa_T\mathrm{d}p$，体积不变，$\mathrm{d}V=0$，得

$$\alpha=\frac{\kappa_T\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T}$$

由于α，κ_T均为常数，则有

$$\alpha=\kappa_T\frac{\Delta p}{\Delta T}=4.5\times10^{-5}\times\frac{2}{100}=9.0\times10^{-7}(\mathrm{K}^{-1})$$

1.8　假设在压力不太高的情况下，1mol 实际气体的物态方程可表示为

$$pV=RT\left(1+\frac{B_1}{V}\right)$$

其中，B_1仅是温度的函数，试求此气体的定压膨胀系数和等温压缩系数，并证明$V\to\infty$的极限情况下，它们分别趋于理想气体的相应的系数.

解　对于理想气体：$pV=RT$（1mol），$V=\dfrac{RT}{p}$

$$\alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\frac{R}{pV}=\frac{1}{T},\quad \kappa=-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T=-\frac{1}{V}\left(-\frac{RT}{p^2}\right)_T=\frac{1}{p}$$

对于上述 1mol 实际气体：$pV^2=RT\left(V+B_1\right)$，$p$ 不变，两边对 T 求偏微商

$$2pV\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=R(V+B_1)+RT\left[\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p+\frac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}T}\right]$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\frac{R(V+B_1)+RT\dfrac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}T}}{2pV-RT}$$

$$\alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\frac{R(V+B_1)+RT\dfrac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}T}}{2pV^2-RTV}=\frac{R(V+B_1)+RT\dfrac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}T}}{2RT(V+B_1)-RTV}$$

$$=\frac{V+B_1+T\dfrac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}T}}{TV+2TB_1}=\frac{1+\dfrac{B_1}{V}+\dfrac{T}{V}\dfrac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}T}}{T+2T\dfrac{B_1}{V}}$$

$V\to\infty$，$\alpha=\dfrac{1}{T}$.

T 不变，物态方程的两边对 p 求偏微商

$$V^2+2pV\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=RT\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\frac{V^2}{RT-2pV}=\frac{V^2}{[pV^2/(V+B_1)]-2pV}$$

$$=\frac{V^2(V+B_1)}{pV^2-2pV^2-2pVB_1}=V\cdot\frac{V+B_1}{-pV-2pB_1}$$

$$\kappa=-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T=\frac{V+B_1}{pV+2pB_1}=\frac{1+\dfrac{B_1}{V}}{p+2p\dfrac{B_1}{V}}$$

$V\to\infty$，$\kappa=\dfrac{1}{p}$.

1.9　某一气体的定压膨胀系数和等温压缩系数各为

$$\alpha=\frac{nR}{pV},\quad \kappa=\frac{1}{p}+\frac{a}{V}$$

其中，n,R 和 a 都是常数. 试求此气体的物态方程.

解　$\alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$，$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\alpha V=\frac{nR}{pV}\cdot V=\frac{nR}{p}$

$$\kappa=-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T,\quad \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T=-\kappa V=-V\left(\frac{1}{p}+\frac{a}{V}\right)=-\left(\frac{V}{p}+a\right)$$

令物态方程为 $V=V(T,p)$，它的全微分为

$$\mathrm{d}V=\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\mathrm{d}T+\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T\mathrm{d}p=\frac{nR}{p}\mathrm{d}T-\left(\frac{V}{p}+a\right)\mathrm{d}p$$

两边乘以 p，$p\mathrm{d}V=nR\mathrm{d}T-V\mathrm{d}p-ap\mathrm{d}p$

$$p\mathrm{d}V+V\mathrm{d}p=nR\mathrm{d}T-ap\mathrm{d}p,\quad \mathrm{d}(pV)=\mathrm{d}\left(nRT-\frac{1}{2}ap^2\right)$$

$$pV=nRT-\frac{1}{2}ap^2$$

1.10　已知 1mol 物质的定压膨胀系数和定容压力系数分别为

$$\alpha=\frac{R}{pV},\quad \beta=\frac{1}{T}$$

求该物质的物态方程.

解　$\alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$，$\beta=\frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$

$$\mathrm{d}T=\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p\mathrm{d}V+\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V\mathrm{d}p=(\alpha V)^{-1}\mathrm{d}V+(\beta p)^{-1}\mathrm{d}p=\frac{p}{R}\mathrm{d}V+\frac{T}{p}\mathrm{d}p$$

$$\mathrm{d}V=\frac{R}{p}\mathrm{d}T-\frac{RT}{p^2}\mathrm{d}p=\mathrm{d}\left(\frac{RT}{p}\right),\quad V=\frac{RT}{p}+C$$

$\lim\limits_{p\to\infty}V=C$，即不可压缩之体积（1mol），所以 $C=b$，得 $p(V-b)=RT$.

1.11　简单固体和液体的体胀系数 α 和压缩系数 κ 的数值都很小，在一定的温度范围内可以把 α 和 κ 看成常数. 试证明简单固体和液体的物态方程可以表示为

$$V(T,p)=V_0(T_0,0)[1+\alpha(T-T_0)-\kappa p]$$

解　$\mathrm{d}V=\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\mathrm{d}T+\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T\mathrm{d}p=\alpha V\mathrm{d}T-\kappa V\mathrm{d}p$，$\frac{\mathrm{d}V}{V}=\alpha\mathrm{d}T-\kappa\mathrm{d}p$

从状态 (T_0,V_0,p_0) 至状态 (T,V,p) 积分

$$\ln\frac{V}{V_0}=\alpha(T-T_0)-\kappa(p-p_0),\quad V=V_0(T_0,p_0)\mathrm{e}^{\alpha(T-T_0)-\kappa(p-p_0)}$$

因 α 和 κ 很小，在一定温度范围内，$\alpha(T-T_0)-\kappa(p-p_0)$ 也很小，可用指数展开，$\mathrm{e}^x=1+x$，

$$V(T,p)=V_0(T_0,p_0)[1+\alpha(T-T_0)-\kappa(p-p_0)]$$

令固体、液体初始压力 $p_0=0$，则

$$V(T,\ p)=V_0(T_0,0)\left[1+\alpha(T-T_0)-\kappa p\right]$$

1.12　假如某一物质的定压温标和定容温标相等，证明这一物质的物态方程为

$$\theta=\alpha(p+a)(V+b)+C$$

其中，θ 为这一物质的定压温度计和定容温度计所测得的共同温度，a、b、C、α 均是常数$\left(\text{提示：先证明}\dfrac{\partial^2\theta}{\partial p^2}=0,\dfrac{\partial^2\theta}{\partial V^2}=0\right)$.

解　定压温标为：$V=V_0(1+\beta\theta)$，$\theta=\dfrac{1}{\beta}\left(\dfrac{V}{V_0}-1\right)$，$\dfrac{\partial^2\theta}{\partial V^2}=0$

定容温标为：$p=p_0(1+\alpha\theta)$，$\theta=\dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{p}{p_0}-1\right)$，$\dfrac{\partial^2\theta}{\partial p^2}=0$

由 $\dfrac{\partial^2\theta}{\partial V^2}=0$，得

$$\frac{\partial\theta}{\partial V}=C_1(p)+C_2,\quad \theta=C_1(p)(V+b)+C_2$$

由 $\dfrac{\partial^2\theta}{\partial p^2}=0$，得

$$\frac{\partial\theta}{\partial p}=(V+b)\frac{\partial C_1(p)}{\partial p}$$

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial p^2}=(V+b)\frac{\partial^2 C_1(p)}{\partial p^2}=0,\quad \frac{\partial^2 C_1(p)}{\partial p^2}=0,\quad \frac{\partial C_1(p)}{\partial p}=C_3$$

$$C_1(p)=C_3(p+a)+C_4,\quad \theta=\alpha(p+a)(V+b)+C$$

1.13　实验发现橡皮带有

$$\left(\frac{\partial t}{\partial L}\right)_T=AT\left[1+2\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right],\quad \left(\frac{\partial t}{\partial T}\right)_L=AL\left[1-\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]$$

式中，t 为张力，L_0 为无张力时的带长，A 为常数.（a）计算$\left(\dfrac{\partial L}{\partial T}\right)_t$，并讨论其意义；（b）求物态方程.

解（a）计算$\left(\dfrac{\partial L}{\partial T}\right)_t$，$\left(\dfrac{\partial t}{\partial L}\right)_T\left(\dfrac{\partial L}{\partial T}\right)_t\left(\dfrac{\partial T}{\partial t}\right)_L=-1$，$\left(\dfrac{\partial t}{\partial T}\right)_L=\dfrac{1}{\left(\dfrac{\partial T}{\partial t}\right)_L}$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_t=-\frac{1}{\left(\frac{\partial t}{\partial L}\right)_T\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_L}=-\frac{\left(\frac{\partial t}{\partial T}\right)_L}{\left(\frac{\partial t}{\partial L}\right)_T}=-\frac{AL\left[1-\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]}{AT\left[1+2\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]}=-\frac{L\left[1-\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]}{T\left[1+2\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]}$$

它是张力 t 不变时，带长 L 随温度的变化率.

（b）求物态方程，$t=t(T,L)$

$$\mathrm{d}t=\left(\frac{\partial t}{\partial T}\right)_L\mathrm{d}T+\left(\frac{\partial t}{\partial L}\right)_T\mathrm{d}L=AL\left[1-\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]\mathrm{d}T+AT\left[1+2\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]\mathrm{d}L$$

对 L 积分

$$t=AT\left[L-\frac{L_0^3}{L^2}\right]+C(T)$$

上式对 T 求偏微商

$$\left(\frac{\partial t}{\partial T}\right)_L=AL\left[1-\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]+\frac{\mathrm{d}C(T)}{\mathrm{d}T}$$

与已知条件 $\left(\frac{\partial t}{\partial T}\right)_L=AL\left[1-\left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right]$ 比较得

$$\frac{\mathrm{d}C(T)}{\mathrm{d}T}=0,\quad C(T)=\text{const.}=B$$

所以 $t=AT\left[L-\frac{L_0^3}{L^2}\right]+B$. 由 $L=L_0$ 时，$t=0$，得 $B=0$，

$$t=A'T\left[\frac{L}{L_0}-\left(\frac{L_0}{L}\right)^2\right],\quad A'=AL_0$$

1.14　已知

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V=\frac{R}{V-b},\quad \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T=\frac{2a}{V^3}-\frac{RT}{(V-b)^2}$$

式中，a 和 b 是常数，证明该物态方程是范德瓦耳斯方程.

解　由 $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T=\frac{2a}{V^3}-\frac{RT}{(V-b)^2}$，$T$ 不变时，对 V 积分

$$p=-\frac{a}{V^2}+\frac{RT}{V-b}+C(T)$$

由此式对 T 求偏微商

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b} + \frac{\mathrm{d}C(T)}{\mathrm{d}T}$$

因$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b}$，所以$\frac{\mathrm{d}C(T)}{\mathrm{d}T} = 0$，$C(T) = \text{const.} = C$.

由 $p = -\frac{a}{V^2} + \frac{RT}{V-b} + C$，当 $V \to \infty$，$p \to 0$，故 $C = 0$（为理想气体），得 $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT$，即范氏方程.

第 2 章　热力学第一定律　内能

2.1　理想气体的初始状态为 $p_{\mathrm{i}}=1.0\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$，$T_{\mathrm{i}}=300\mathrm{K}$，$V_{\mathrm{i}}=1.0\mathrm{m}^{3}$，求下列过程中气体所做的功：

（a）等压膨胀到体积 $V_{\mathrm{f}}=2.0\mathrm{m}^{3}$；

（b）等温膨胀到体积 $V_{\mathrm{f}}=2.0\mathrm{m}^{3}$；

（c）等容加压到压强 $p_{\mathrm{f}}=2.0\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$.

解　气体对外界做功：$W=\int p\mathrm{d}V$

（a）等压膨胀到体积 $V_{\mathrm{f}}=2.0\mathrm{m}^{3}$，$W=\int p\mathrm{d}V=p(V_{\mathrm{f}}-V_{\mathrm{i}})=1.0\times10^{5}\,\mathrm{J}$；

（b）等温膨胀到体积 $V_{\mathrm{f}}=2.0\mathrm{m}^{3}$，

$$W=\int p\mathrm{d}V=\nu RT_{\mathrm{i}}\int_{V_{\mathrm{i}}}^{V_{\mathrm{f}}}\frac{\mathrm{d}V}{V}=p_{\mathrm{i}}V_{\mathrm{i}}\ln\frac{V_{\mathrm{f}}}{V_{\mathrm{i}}}=\ln 2\times10^{5}\,\mathrm{J}$$

（c）等容加压到压强 $p_{\mathrm{f}}=2.0\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$，$\Delta V=0$，$W=0$.

2.2　1mol 的某种实际气体遵守以下状态方程：$p(V-b)=RT$，其中 b 为分子体积的修正，$0<b<V$. 导出该气体从初态的体积 V_{i} 准静态地等温膨胀到终态的体积 V_{f} 时，外界对气体所做的功；并与理想气体作比较，外界对气体所做的功是多了还是少了？

解　外界对气体做功为

$$W=-\int p\mathrm{d}V=-RT\int_{V_{\mathrm{i}}}^{V_{\mathrm{f}}}\frac{\mathrm{d}V}{V-b}=RT\ln\frac{V_{\mathrm{i}}-b}{V_{\mathrm{f}}-b}=-RT\ln\frac{V_{\mathrm{f}}-b}{V_{\mathrm{i}}-b}$$

理想气体，外界对气体所做的功为 $W_{理}=RT\ln\dfrac{V_{\mathrm{i}}}{V_{\mathrm{f}}}=-RT\ln\dfrac{V_{\mathrm{f}}}{V_{\mathrm{i}}}$，由于 $V_{\mathrm{f}}>V_{\mathrm{i}}$，所以

$$-bV_{\mathrm{i}}>-bV_{\mathrm{f}}，\quad V_{\mathrm{i}}(V_{\mathrm{f}}-b)>V_{\mathrm{f}}(V_{\mathrm{i}}-b)$$

$$\frac{V_{\mathrm{i}}}{V_{\mathrm{f}}}>\frac{V_{\mathrm{i}}-b}{V_{\mathrm{f}}-b}，\ 或\ \frac{V_{\mathrm{f}}}{V_{\mathrm{i}}}<\frac{V_{\mathrm{f}}-b}{V_{\mathrm{i}}-b}$$

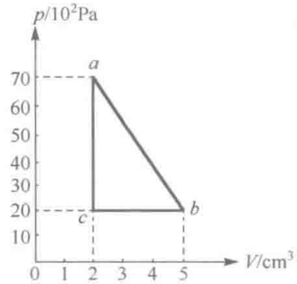
故 $W_{理}>W$.

2.3　1mol 的范德瓦耳斯气体从体积 V_{i} 等温膨胀到终态的体积 V_{f}，求外界对气体所做的功.

解　对于 1mol 的范德瓦耳斯气体：$p=\dfrac{RT}{V-b}-\dfrac{a}{V^{2}}$，

$$W=-\int p\mathrm{d}V=-RT\ln\frac{V_{\mathrm{f}}-b}{V_{\mathrm{i}}-b}+\frac{a}{V_{\mathrm{f}}}-\frac{a}{V_{\mathrm{i}}}=a\left(\frac{1}{V_{\mathrm{f}}}-\frac{1}{V_{\mathrm{i}}}\right)-RT\ln\frac{V_{\mathrm{f}}-b}{V_{\mathrm{i}}-b}$$

2.4　一个 p-V 系统作如习题 2.4 图的一个循环 $abca$，计算各个过程 ab、bc、ca 和循环过程 $abca$ 中，系统对外界做的功.



习题 2.4 图

解　$W_{ab} = S_{ab52a} = \dfrac{1}{2}(70+20)\times 10^2 \times 3\times 10^{-6} = 1.35\times 10^{-2}$(J)

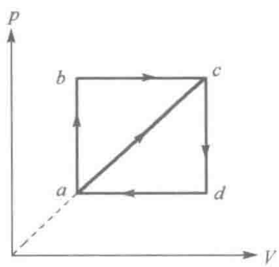
$W_{bc} = S_{bc25b} = -20\times 10^2 \times 3\times 10^{-6} = -6\times 10^{-3}$(J)

$W_{ca} = 0$

循环过程 $abca$ 中，系统对外界做的功为

$$W = W_{ab} + W_{bc} + W_{ca} = 7.5\times 10^{-3}\ \text{J}$$

2.5　设理想气体系统在习题 2.5 图中的 p-V 图上有五个过程，即两个等压过程、两个等容过程和一个 ac 过程，ac 延长线过坐标原点. 试在 p-T 图上和 V-T 图上画出相应的五个过程.



习题 2.5 图

解