



“十二五”国家重点图书出版规划项目
中国科学技术大学 精品教材



张韵华 汪琥庭 宋立功 张明波 / 编著

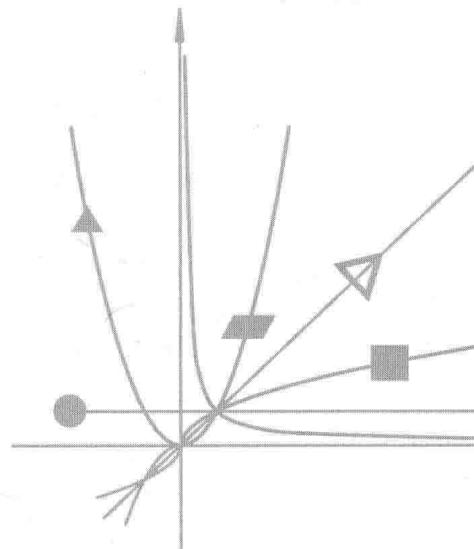
高等工程数学

Advanced Engineering Mathematics

中国科学技术大学出版社



“十二五”国家重点图书出版规划项目
中国科学技术大学 精品 教材



张韵华 汪琥庭 宋立功 张明波 / 编著

Advanced Engineering Mathematics

高等工程数学

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书是作者在中国科学技术大学多年教学经验之上,针对硕士研究生特别是工程硕士的“高等工程数学”课程编写而成的,由线性代数、数值计算和概率论与数理统计三大部分共 16 章内容组成。各章之间相互关联又具有一定的独立性,全书力求做到构思新颖、深入浅出、简明易懂、结构清晰、重点突出、富有新意。内容主要包括:矩阵的基本运算、线性空间和线性变换、欧氏空间和二次型,线性方程组数值解、插值与最佳平方逼近、数值积分和数值微分、常微分方程数值解,统计数据的处理与表示方法、概率分布及其应用、参数估计及其应用、假设检验及其应用、回归分析及其应用等。用两种计算机软件来计算和处理上述三大部分的主要内容是本书的特点与亮点。

本书可用作工程硕士研究生数学课程的教材或参考书,也可作为相关教师和工程技术人员的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

高等工程数学/张韵华,汪琥庭,宋立功,张明波编著. —合肥: 中国科学技术大学出版社, 2016. 9

(中国科学技术大学精品教材)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-312-04038-2

I. 高… II. ①张… ②汪… ③宋… ④张… III. 工程数学—研究生—教材
IV. TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 230602 号

中国科学技术大学出版社出版发行

安徽省合肥市金寨路 96 号, 230026

<http://press.ustc.edu.cn>

安徽国文彩印有限公司印刷

全国新华书店经销

开本: 710 mm×1000 mm 1/16 印张: 22 字数: 433 千

2016 年 9 月第 1 版 2016 年 9 月第 1 次印刷

印数: 1—3000 册

定价: 42.00 元



编审委员会

主任 侯建国

副主任 窦贤康 陈初升
张淑林 朱长飞

委员 (按姓氏笔画排序)

方兆本	史济怀	古继宝	伍小平
刘斌	刘万东	朱长飞	孙立广
汤书昆	向守平	李曙光	苏淳
陆夕云	杨金龙	张淑林	陈发来
陈华平	陈初升	陈国良	陈晓非
周学海	胡化凯	胡友秋	俞书勤
侯建国	施蕴渝	郭光灿	郭庆祥
奚宏生	钱逸泰	徐善驾	盛六四
龚兴龙	程福臻	蒋一	窦贤康
褚家如	滕脉坤	霍剑青	

总序

2008年,为庆祝中国科学技术大学建校五十周年,反映建校以来的办学理念和特色,集中展示教材建设的成果,学校决定组织编写出版代表中国科学技术大学教学水平的精品教材系列。在各方的共同努力下,共组织选题281种,经过多轮、严格的评审,最后确定50种入选精品教材系列。

五十周年校庆精品教材系列于2008年9月纪念建校五十周年之际陆续出版,共出书50种,在学生、教师、校友以及高校同行中引起了很好的反响,并整体进入国家新闻出版总署的“十一五”国家重点图书出版规划。为继续鼓励教师积极开展教学研究与教学建设,结合自己的教学与科研积累编写高水平的教材,学校决定,将精品教材出版作为常规工作,以《中国科学技术大学精品教材》系列的形式长期出版,并设立专项基金给予支持。国家新闻出版总署也将该精品教材系列继续列入“十二五”国家重点图书出版规划。

1958年学校成立之时,教员大部分来自中国科学院的各个研究所。作为各个研究所的科研人员,他们到学校后保持了教学的同时又作研究的传统。同时,根据“全院办校,所系结合”的原则,科学院各个研究所在科研第一线工作的杰出科学家也参与学校的教学,为本科生授课,将最新的科研成果融入到教学中。虽然现在外界环境和内在条件都发生了很大变化,但学校以教学为主、教学与科研相结合的方针没有变。正因为坚持了科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合的方针,并形成了优良的传统,才培养出了一批又一批高质量的人才。

学校非常重视基础课和专业基础课教学的传统,也是她特别成功的原因之一。当今社会,科技发展突飞猛进、科技成果日新月异,没有扎实的基础知识,很难在科学技术研究中作出重大贡献。建校之初,华罗庚、吴有训、严济慈等老一辈科学家、教育家就身体力行,亲自为本科生讲授基础课。他们以渊博的学识、精湛的讲课艺术、高尚的师德,带出一批又一批杰出的年轻教员,培养了一届又一届优秀学生。入选精品教材系列的绝大部分是基础课或专业基础课的教材,其作者大多直接或间接受到过这些老一辈科学家、教育家的教诲和

影响,因此在教材中也贯穿着这些先辈的教育教学理念与科学探索精神.

改革开放之初,学校最先选派青年骨干教师赴西方国家交流、学习,他们在带回先进科学技术的同时,也把西方先进的教育理念、教学方法、教学内容等带回到中国科学技术大学,并以极大的热情进行教学实践,使“科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合”的方针得到进一步深化,取得了非常好的效果,培养的学生得到全社会的认可。这些教学改革影响深远,直到今天仍然受到学生的欢迎,并辐射到其他高校。在入选的精品教材中,这种理念与尝试也都有充分的体现。

中国科学技术大学自建校以来就形成的又一传统是根据学生的特点,用创新的精神编写教材。进入我校学习的都是基础扎实、学业优秀、求知欲强、勇于探索和追求的学生,针对他们的具体情况编写教材,才能更加有利于培养他们的创新精神。教师们坚持教学与科研的结合,根据自己的科研体会,借鉴目前国外相关专业有关课程的经验,注意理论与实际应用的结合,基础知识与最新发展的结合,课堂教学与课外实践的结合,精心组织材料、认真编写教材,使学生在掌握扎实的理论基础的同时,了解最新的研究方法,掌握实际应用的技术。

入选的这些精品教材，既是教学一线教师长期教学积累的成果，也是学校教学传统的体现，反映了中国科学技术大学的教学理念、教学特色和教学改革成果。希望该精品教材系列的出版，能对我们继续探索科教紧密结合培养拔尖创新人才，进一步提高教育教学质量有所帮助，为高等教育事业作出我们的贡献。

侯建國

中国科学院院士
第三世界科学院院士

前　　言

教育部为了加速培养国家急需的高素质工程技术和工程管理人才,增强我国企业实力和市场竞争能力,近年来做出了硕士研究生主要面向应用领域的决定.并推出了“全日制专业型硕士”作为一种全新的研究生招生培养形式,并且从 2010 年开始逐渐减少学术型硕士,减少的名额用以增加全日制专业型硕士,最终达到专业型硕士与学术型硕士的比例为 7:3 的目标.学术型硕士简称科学硕士或工学硕士;专业型硕士简称工程硕士.

多年来高等工程数学是硕士研究生一门重要的公共数学基础课程,是拓宽学生的数学视野、提高工程硕士的科学素质和培养创新人才科学基础的支撑课程.国内高等院校已普遍开设了高等工程数学课程,由于涉及专业面广,各专业在内容取舍上各有侧重和各具特色,因此,各高等院校和研究院所开设的高等工程数学课程的内容并不统一,但主体内容都包括线性代数(矩阵分析)、数值计算方法、数理统计、组合数学和运筹学等,多数以矩阵分析和数理统计为重点内容.

根据工程硕士研究生的特点,面向工程硕士的高等工程数学课程要突出实用性和针对性,要求学生数学概念清楚,熟练掌握基本运算,看懂简单定理的推导过程,了解重要定理的推导过程,掌握数学问题的应用背景.本书多列举联系实际应用的案例与用计算机解题的实例,以适应不同数学基础的学生.

要求学生掌握用某种符号计算软件做线性代数、计算方法和数理统计的计算类型题目,不要让学生过于注重解题技巧,让学生把精力花在分析问题和应用计算机解决数学中的实际问题上,以达到事半功倍的效果.这是我们编写本书的主要目的.

由于大多数学生在大学阶段都学过工科类的线性代数和数理统计,因此本书的教学定位于线性代数和数理统计的提高和应用,掌握数值计算的基本思想和方法.

对于线性代数部分,我们要求学生梳理和巩固在大学期间所学的线性代数的基本内容,熟练掌握矩阵的基本运算,熟练掌握线性相关(线性无关)和方程组解的结构等内容,掌握线性变换和变换矩阵的计算;了解若尔当标准形的

意义；重视了解有关数学定义的几何背景.

对于数值计算方法部分,我们要求学生掌握计算线性方程组数值解、插值和拟合的基本计算、常微分方程数值解;掌握逼近和迭代等数学思想和常用方法,以获取近似计算技术.

对于概率统计部分,我们要求学生掌握统计基本概念和概率分布及其应用、参数估计、假设检验、回归分析的基本概念及其应用等.

由于不同专业的硕士研究生的数学基础并不相同,本课程学时安排也不相同.“高等工程数学”将安排必学和选学内容.用星号标出的内容供选择或者自学之用.作为选学部分,介绍用符号计算软件 Mathematica 演示各部分内容的例题,激发学生学习数学的兴趣,让他们感觉到掌握了计算机计算软件的有关知识,再来解很多数学题特别是计算量大的数学题并不是很困难,难点在于从实际问题中提取数学模型和数学问题,让他们体验到用计算机软件解决数学问题快捷高效.在讲授线性代数和计算方法内容时可用 Mathematica, Maple, MATLAB 等软件,在讲授概率统计内容时可用 Excel 和 Mathematica 等软件,努力让学生感到能听懂、能学会、能掌握、能应用.

本书是我们在中国科学技术大学工程学院、纳米学院、公共事务管理学院等开设近10年“高等工程数学”课程的讲义基础上整理而成的。

本书在编写时参考了多种教材和文献，在此谨向这些参考文献的作者表示衷心的感谢。中国科学技术大学研究生院与中国科学技术大学出版社对编写和出版本书给予了大力支持与帮助，在此表示衷心的感谢！

限于编者水平和时间仓促,书中定有疏漏与不当之处,欢迎使用本书的读者不吝指正。

作者

2016年7月于中国科学技术大学

目 次

总序	(i)
前言	(iii)

第 1 篇 线性代数 (矩阵分析)

第 1 章 矩阵和向量	(3)
1.1 矩阵和向量的定义	(3)
1.2 矩阵的基本运算	(5)
1.2.1 矩阵的加法和数乘	(5)
1.2.2 矩阵乘法	(6)
1.2.3 矩阵转置	(8)
1.3 初等变换和初等矩阵	(9)
1.3.1 高斯消元法	(9)
1.3.2 初等矩阵	(11)
1.3.3 矩阵求逆	(14)
1.4 方阵的行列式	(15)
1.4.1 二阶和三阶行列式	(15)
1.4.2 行列式的定义	(16)
1.4.3 行列式的计算	(17)
1.4.4 克拉默法则	(21)
1.5 矩阵分块运算	(22)
附录 1 Mathematica 中矩阵的定义和运算	(24)
习题	(26)

第 2 章 线性空间	(28)
2.1 向量的相关性	(28)
2.1.1 线性组合和线性表示	(28)
2.1.2 线性相关与线性无关	(29)

2.2 秩	(32)
2.2.1 向量组的秩	(32)
2.2.2 矩阵的秩	(33)
2.2.3 相抵标准形	(35)
2.3 线性空间	(35)
2.3.1 线性空间的定义	(35)
2.3.2 线性子空间	(36)
2.4 维、基、坐标	(37)
2.4.1 维、基、坐标的定义	(37)
2.4.2 基变换与坐标变换	(37)
2.5 线性方程组的解	(40)
附录 2 用 Mathematica 求解线性方程组	(44)
习题	(45)
第 3 章 线性变换	(47)
3.1 线性变换及其运算	(47)
3.1.1 线性变换的定义和性质	(47)
3.1.2 线性变换的运算	(49)
3.2 线性变换的矩阵	(50)
3.2.1 线性变换的矩阵	(50)
3.2.2 线性变换与矩阵的关系	(55)
3.3 矩阵的相似	(56)
3.4 特征值与特征向量	(57)
3.4.1 特征值与特征向量的定义	(57)
3.4.2 特征值与特征向量的计算	(58)
3.4.3 特征多项式的性质	(60)
3.5 矩阵的相似对角化	(61)
3.5.1 矩阵可对角化的条件	(61)
3.5.2* 若尔当标准形简介	(64)
附录 3 用 Mathematica 计算矩阵的特征值和特征向量	(65)
习题	(66)
第 4 章 欧氏空间和二次型	(68)
4.1 内积和欧氏空间	(68)
4.1.1 内积的定义	(68)
4.1.2 欧氏空间的性质	(70)
4.1.3 正交投影	(71)

4.1.4 施密特正交化	(72)
4.2 正交变换和对称变换	(75)
4.2.1 正交变换	(75)
4.2.2 正交矩阵	(76)
4.2.3 对称变换	(76)
4.2.4 对称矩阵	(77)
4.3 二次型的矩阵表示	(79)
4.4 二次型的标准形	(81)
4.4.1 正交相合方法	(81)
4.4.2 配方法	(82)
4.4.3 初等变换法	(83)
4.5 相合不变量	(85)
4.6 正定二次型	(88)
附录4 用Mathematica做正交投影和标准正交化	(91)
习题	(91)
第5章 矩阵和向量范数	(93)
5.1 向量范数	(93)
5.1.1 向量范数的定义	(93)
5.1.2 不同向量范数的关系	(94)
5.1.3 向量的极限	(95)
5.2 矩阵范数	(95)
5.2.1 矩阵范数的定义	(95)
5.2.2 常用矩阵范数	(96)
5.2.3 谱半径与收敛矩阵	(98)
5.3 矩阵的条件数	(99)
附录5 用Mathematica计算矩阵和向量范数	(101)
第2篇 数值计算	
绪言	(105)
第6章 线性方程组数值解	(108)
6.1 高斯列主元消元	(108)
6.1.1 高斯消元法	(108)
6.1.2 列主元消元法	(111)
6.2 直接分解法	(114)
6.2.1 LU分解	(115)

6.2.2* 对称正定矩阵的 LDL^T 分解	(120)
6.3 解线性方程组的迭代法	(122)
6.3.1 雅可比迭代	(123)
6.3.2 Gauss-Seidel 迭代	(126)
6.3.3* 松弛迭代	(129)
附录 6 用 Mathematica 求解方程组和矩阵分解	(131)
习题	(132)
第 7 章 插值与拟合	(134)
7.1 拉格朗日插值多项式	(134)
7.1.1 拉格朗日插值多项式的存在性和唯一性	(136)
7.1.2 拉格朗日插值和插值基函数	(137)
7.1.3 n 次插值多项式的误差	(138)
7.2 牛顿插值多项式	(140)
7.2.1 差商及其计算	(140)
7.2.2 牛顿插值的形式	(142)
7.3 厄米插值	(144)
7.4 三次样条函数	(148)
7.4.1 龙格现象	(148)
7.4.2 三次样条函数简介	(149)
7.5 拟合曲线	(151)
7.5.1 线性拟合和二次拟合函数	(152)
7.5.2 解矛盾方程组	(154)
附录 7 Mathematica 的插值和拟合函数	(159)
习题	(160)
第 8 章 数值积分和数值微分	(162)
8.1 数值微分	(162)
8.1.1 差商与数值微分	(162)
8.1.2 插值型数值微分	(164)
8.2 牛顿-科茨积分	(165)
8.2.1 插值型数值积分	(166)
8.2.2 牛顿-科茨积分	(167)
8.3 复化数值积分	(171)
8.3.1 复化梯形积分	(171)
8.3.2 复化辛普森积分	(173)
8.3.3 复化积分的自动控制误差方法	(174)

8.3.4 龙贝格积分	(176)
8.4 重积分计算简介	(178)
8.5* 高斯型积分简介	(180)
8.5.1 高斯积分	(180)
8.5.2 高斯-勒让德积分	(181)
附录8 Mathematica 的数值积分	(184)
习题	(185)
第9章 常微分方程数值解	(186)
9.1 欧拉公式	(187)
9.1.1 基于数值微商的欧拉公式	(187)
9.1.2* 欧拉公式的收敛性	(190)
9.2 龙格-库塔方法	(191)
9.2.1 二阶龙格-库塔方法	(191)
9.2.2 四阶龙格-库塔格式	(194)
9.2.3 常微分方程组	(195)
9.3* 线性多步法	(197)
9.4* 常微分方程的稳定性	(199)
附录9 用 Mathematica 求解常微分方程	(202)
习题	(203)
第10章 迭代法	(205)
10.1 非线性方程求根	(205)
10.1.1 二分法	(205)
10.1.2 迭代法	(206)
10.2 牛顿迭代法和弦截法	(209)
10.2.1 牛顿迭代格式	(209)
10.2.2 牛顿法的几何意义	(210)
10.2.3 弦截法迭代格式	(211)
10.2.4 弦截法的几何意义	(212)
10.3* 求解非线性方程组的牛顿方法	(213)
10.4 计算矩阵特征值的幂法和反幂法	(215)
10.4.1 幂法	(215)
10.4.2 幂法的规范运算	(218)
10.4.3 反幂法	(221)
10.5* QR 方法简介	(222)
10.5.1 Householder 矩阵	(222)

第 3 篇 概率论与数理统计	
10.5.2 QR 分解	(222)
附录 10 Mathematica 的非线性方程求根和特征值计算	(223)
习题	(224)
第 11 章 统计数据的表示与处理	(227)
11.1 平均指标与变动度指标	(227)
11.1.1 平均指标及其计算	(228)
11.1.2 数据变动(变异)度指标	(230)
11.2 统计指数的计算与认识	(232)
11.3 数据的分组与分组数据的图示法	(235)
11.4 数据的线性普涨和普降方法	(239)
11.5 定量数据转化为定性数据的方法	(240)
习题	(241)
第 12 章 随机变量概率分布及其应用	(243)
12.1 两点分布、二项分布及其应用	(243)
12.1.1 两点分布	(243)
12.1.2 二项分布	(244)
12.1.3 应用举例	(245)
12.2 泊松分布及其应用	(247)
12.3 正态分布及其应用	(249)
12.3.1 正态分布的概率密度函数 $f(x)$ 与分布函数 $F(x)$	(250)
12.3.2 标准正态分布的概率计算与分位点	(251)
12.3.3 正态分布的标准化及应用举例	(252)
12.4 指数分布	(254)
习题	(256)
第 13 章 抽样分布与中心极限定理	(258)
13.1 总体与随机样本	(258)
13.2 数理统计中的四大分布	(258)
13.2.1 χ^2 (卡方)分布	(259)
13.2.2 t 分布	(260)
13.2.3 F 分布	(262)
13.3 抽样分布中的常用公式	(263)
13.4 大数定律与中心极限定理	(268)
13.4.1 大数定律	(268)

13.4.2 中心极限定理的表现形式	(271)
13.5 中心极限定理的应用	(274)
习题	(277)
第 14 章 参数估计	(279)
14.1 参数的点估计与应用	(279)
14.2 估计量的评价标准	(284)
14.3 参数的区间估计与应用	(287)
14.4 单侧置信区间估计	(295)
习题	(297)
第 15 章 假设检验及其应用	(299)
15.1 假设检验的基本原理与步骤	(299)
15.2 正态总体均值的假设检验	(300)
15.2.1 单个正态总体均值的假设检验	(300)
15.2.2 两个正态总体均值差的假设检验	(304)
15.3 单边(侧)假设检验问题	(306)
15.4 正态总体方差的假设检验	(308)
15.4.1 单个正态总体方差的 χ^2 检验	(308)
15.4.2 双正态总体方差齐性的 F 检验	(309)
15.5 假设检验中值得注意的几个问题	(311)
15.5.1 单边假设检验中原假设与备择假设的确定原则问题	(311)
15.5.2 两类错误问题	(312)
习题	(314)
第 16 章 回归分析及其应用	(316)
16.1 回归分析的基本概念与思想	(316)
16.2 一元线性回归及其应用	(316)
16.3 可线性化的一元非线性回归	(323)
16.4 多元线性回归及其应用	(327)
附录 11 Mathematica 中概论统计命令	(331)
习题	(337)
参考文献	(339)

第1篇



线性代数（矩阵分析）

