

高等院校本科生精品教材
教育部教材质量工程资助项目

· 高等数学选讲 ·

概率论与 数理统计分册

Probability & Statistics

主 编 邓艳娟
副主编 郑艳霞



中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

高等院校本科生精品教材

教育部教材质量工程资助项目

· 高等数学选讲 ·

概率论与 数理统计分册

Probability & Statistics

主 编 邓艳娟

副主编 郑艳霞



中国经济出版社

CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学选讲. 概率论与数理统计分册/ 郑艳霞主编, 邓艳娟副主编.

北京: 中国经济出版社, 2017. 1

ISBN 978 - 7 - 5136 - 4458 - 7

I. ①高… II. ①郑…②邓… III. ①概率论—高等学校—教材②数理统计—高等学校—教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 266102 号

策划编辑 崔姜薇

责任编辑 张 博

责任审读 贺 静

责任印制 马小宾

封面设计 任燕飞装帧设计工作室

出版发行 中国经济出版社

印 刷 者 北京艾普海德印刷有限公司

经 销 者 各地新华书店

开 本 787mm × 1092mm 1/16

印 张 22.5

字 数 300 千字

版 次 2017 年 1 月第 1 版

印 次 2017 年 1 月第 1 次

定 价 58.00 元

广告经营许可证 京西工商广字第 8179 号

中国经济出版社 网址 www.economyph.com 社址 北京市西城区百万庄北街 3 号 邮编 100037

本版图书如存在印装质量问题, 请与本社发行中心联系调换 (联系电话: 010 - 68330607)

版权所有 盗版必究 (举报电话: 010 - 68355416 010 - 68319282)

国家版权局反盗版举报中心 (举报电话: 12390)

服务热线: 010 - 88386794

前 言

编者从事概率统计教学和研究多年,在教学过程中深刻地体会到这门课的知识点内容丰富,知识点之间衔接紧密,教学难度较大。为了更好地提高教学效果,激发学生的学习热情,编者致力于在教学实践中进行改革探索。本教材就是经管学院数学中心全体教师对改革探索的初步成果。

本教材依据高等学校财经类专业核心课程教学大纲和全国财经类硕士入学公共数学考试大纲要求编写。近年来,财经类课程对数学的要求越来越高,为了激发学生的兴趣,扩大学生的使用性,本教材将概率论与数理统计课程的基本内容分为八章,前四章是概率论部分,后四章为数理统计部分。每章均设置概率论“相关链接、知识结构图、疑难解析”及“方法、技巧和典型例题分析”等模式,每章习题部分都围绕一个中心展开,分为基础测试题、水平测试题和能力测试题三类,供学生进一步思考与练习使用。最后还特别收录著名数学家介绍和数学故事,以激发学生的学习兴趣。

全书由邓艳娟、郑艳霞组织和统筹;第一章由袁霓和张喆编写;第二章由郑艳霞编写;第三章由钟德寿编写;第四章由赵娟编写;第五章、第六章由杜玉琴编写;第七章由邓艳娟老师编写;第八章由张丽莉老师编写。教材编写的过程中参考了国内同行的专著、教材和习题资料,在此一并表示感谢。本书的写作过程中得到了中国经济出版社教育分社的大力支持。

同时感谢教育部教材质量工程的资助和中国青年政治学院经济管理学院和教务处的立项支持。

由于编者水平所限,书中错误和疏漏在所难免,恳请各位读者批评指正。

目 录



Contents

第一章 随机事件与概率	1
相关链接——概率论简史	1
主要内容	2
疑难解析	5
方法、技巧与典型例题分析	6
习题精练	43
习题答案	45
人物介绍	45
观察与思考	46
第二章 一元随机变量及其分布	47
相关链接—— 3σ 原则	47
主要内容	47
疑难解析	53
方法、技巧与典型例题分析	56
习题精练	86
习题答案	88
人物介绍	93
观察与思考	93
第三章 多元随机变量及其分布	96
相关链接——身高体重问题	96
主要内容	96
疑难解析	100

方法、技巧与典型例题分析	102
习题精练	113
习题答案	119
人物介绍	134
观察与思考	135
 第四章 随机变量的数字特征	 136
相关链接——赌资分配	136
本章知识结构图	136
主要内容	137
疑难解析	140
方法、技巧与典型例题分析	143
习题精练	179
习题答案	188
人物介绍	194
观察与思考	195
 第五章 大数定律与中心极限定理	 196
相关链接——大数定律背景	196
主要内容	196
疑难解析	198
方法、技巧与典型例题分析	199
习题精练	213
习题答案	214
人物介绍	215
观察与思考	215
 第六章 数理统计的基本概念	 218
相关链接——数理统计背景	218
主要内容	218
疑难解析	223
方法、技巧与典型例题分析	225
习题精练	238
习题答案	240

人物介绍	240
观察与思考	241
第七章 参数估计	242
相关链接——保险	242
主要内容	242
疑难解析	250
方法、技巧与典型例题分析	255
习题精练	303
习题答案	306
人物介绍	307
观察与思考	309
第八章 假设检验	310
相关链接——假设检验在质量管理中的应用	310
主要内容	310
疑难解析	311
方法、技巧与典型例题分析	313
习题精练	347
习题答案	347
人物介绍	348
观察与思考	350
参考文献	351

第一章 随机事件与概率

相关链接——概率论简史

人类诞生伊始,就要面对自然和生活中各种偶然性和不确定性,并努力探究这种不确定性,比如天气的预测、医学疾病的诊断以及赌博等.而概率论就萌芽于人类在赌博游戏中的掷骰子.古人通过掷骰子来进行随机试验.古人认为随机现象是神的意志的体现,是不可预测的,没有必要去寻找稳定的概率,带有迷信的色彩.

后来,人们开始尝试抛弃神的意志和运气的想法,以推理的方式来理解不可预测性现象,概率论才开始发展.

概率论源于16世纪意大利数学家卡尔达诺,他在《游戏机遇的学说》一书中对掷骰子的概率进行了介绍.尽管他是第一个尝试用概率描述随机现象的人,但他并没有完全摒弃旧的思想——运气会对结果产生一定影响.随后,伽利略抛弃了运气的想法,在短文《对掷骰子游戏的思考》中对随机事件的概率进行了计算.尽管当时人们甚至伽利略自己都不认为这一结果值得注意,只是简单的计算和比较,但这的确是一个重大的成就.

帕斯卡和费马关于机会游戏的通信标志着概率论的诞生.他们围绕“赌金分配”问题进行了多次讨论,随后他们的研究成果受到很多数学家的关注,并得到了广泛应用.之后,惠更斯于1657年出版了第一本概率论的入门书——《论赌博中的计算》,书中不仅证明了大量已经被帕斯卡和费马解决了的问题,而且还解决了一些惠更斯自己想到的问题,同时解释了有些思想的正确性以及应用方法.在其出版以后的五十多年里,该书一直是这一学科的标准入门书.

瑞士数学家雅各布·伯努利对概率论有着浓厚的兴趣,完成了在概率论方面的主要著作《猜度术》.《猜度术》中最著名的成果就是大数定律,现在大数定律仍是大学概率论入门课程中的重要组成部分.《猜度术》是概率论史上一个重要的里程碑,鼓舞了许多数学家尝试把这些思想应用到数学以及其他科学领域.

数学家棣莫弗于1667年出生于法国,尽管他在其他领域也做出了贡献,但是人们记住的是他在概率论方面的工作.他于1756年出版的《机会的学说》是代表18世纪英国概率论水平的一本重要著作.经过确切的计算,棣莫弗否认了运气在机会游戏中的作用,并且提出

了一个十分重要且广为人知的思想——钟形曲线,即正态曲线.

除此之外,贝叶斯提出了逆概率的思想,蒲丰发现了投针问题,丹尼尔·伯努利将概率论应用到天花的研究上,达朗贝尔将概率论应用到接种牛痘的风险评估方面,以及欧拉进行彩票问题的研究,等等.18世纪,概率论发生了根本性的变化,出现了很多新的思想,并得到了应用.但此时概率论的知识是零散的,没有一个融合统一的框架.到了20世纪,才有人给出了概率论的第一个公理化定义.

19世纪,拉普拉斯对前人成果进行深入研究,完成了其在概率论方面的主要著作《解析概率论》.该著作对后世概率论的思想发展影响深远.拉普拉斯的另一项重要贡献是现在所说的中心极限定理.中心极限定理推广了棣莫弗正态分布的结果,有着广泛的应用.

值得注意的是,泊松提出了一种新的概率曲线,即泊松分布,这是一种重要的离散型分布.当时可能因为没有找到相关的现实例子,未获得广泛认可,但是现在得到了广泛应用.

随机现象在生物学、物理学等领域的相关研究也推动了概率论的发展.英国植物学家布朗发现了布朗运动,英国物理学家麦克斯韦利用概率论研究气体,提出了麦克斯韦—玻尔兹曼分布定律,爱因斯坦等对布朗运动进行了定量研究,俄国数学家马尔可夫对一类随机过程进行研究,即马尔可夫链,今天马尔可夫链被用来描述股票市场的行为.

进入20世纪,随着测度论思想的出现和发展,俄国数学家柯尔莫哥洛夫把集合论和测度论应用到概率论方面,第一个成功地为概率论创建了公理化定义.

随着概率论的发展,随机过程成为现代概率论的一个主要研究方向,并不断地向其他领域渗透发展.数学家杜布和莱维创立了鞅论.鞅论不仅是随机过程中最活跃的分支,而且被广泛地应用于马尔可夫过程、点过程估计理论、随机控制等方面.同时,随机过程与其他学科相结合,产生了随机微分方程、过程统计以及几何概率等新的分支.

正如英国逻辑学家和经济学家杰文斯所说:“概率论是生活真正的领路人,如果没有对概率的某种估计,那么我们就寸步难行,无所作为.”希望大家在学习概率论的同时,去领略其中的思想和技巧,并将其灵活地应用到学习和生活中去.

主要内容

1. 随机事件及其运算

1.1 随机事件

我们把对某种自然现象做一次观察或进行一次科学试验统称为一次试验.如果所研究的试验具有如下特点,我们将其称为随机试验:第一,可以在相同的条件下重复进行;第二,每次试验的结果具有多种可能性,并且在实验之前就可以确定所有可能的结果;第三,进行

一次试验之前不能确定哪个结果会出现. 随机试验通常用字母 E 表示. 本书中如未特别说明, 所提及的试验均为随机试验. 随机试验 E 的每一个可能结果称为样本点, 一般用 ω 表示. 样本点的全体构成的集合称为样本空间, 一般用 Ω 表示.

在概率论中, 我们将随机试验的结果称为事件, 每次随机试验中一定发生的事件称为必然事件, 一定不发生的事件称为不可能事件, 而可能发生也可能不发生的事件称为随机事件. 随机事件通常用 $A, B, C, \dots$ 表示. Ω 代表必然事件, Φ 代表不可能事件.

1.2 事件的关系及运算

如果事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生, 则称事件 B 包含事件 A , 或称事件 A 包含于事件 B , 记作 $B \supset A$ 或 $A \subset B$.

如果 $B \supset A$ 且 $A \subset B$, 则称事件 A 与事件 B 相等, 记作 $A = B$.

如果事件 A 与事件 B 至少有一个发生, 则称该事件为事件 A 与事件 B 的和(并), 记为 $A \cup B$.

如果事件 A 与事件 B 同时发生, 则称该事件为事件 A 与事件 B 的交(积), 记为 $A \cap B$ 或 AB .

如果事件 A 发生而事件 B 不发生, 则称该事件为事件 A 与事件 B 的差, 记作 $A - B$.

如果事件 A 与事件 B 不能同时发生, 则称事件 A 与事件 B 互不相容或互斥, 即 $A \cap B = \Phi$.

如果 $A \cup B = \Omega$ 且 $A \cap B = \Phi$, 则称事件 A 与事件 B 互为对立事件, 或互为逆事件. 通常我们将事件 A 的对立事件记为 $\bar{A}$.

随机事件具有如下运算性质: 对任意事件 A, B, C , 有

交换律: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$.

结合律: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

分配律: $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C), (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

对偶律(德摩根律): $\overline{A \cup B} = \bar{A} \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

一般地, 这些规律可以推广到多个事件的情况. 比如, 对于事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 则有

$$\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \bar{A}_i, \overline{\bigcap_{i=1}^h A_i} = \bigcup_{i=1}^h \bar{A}_i.$$

2. 概率的公理化定义及性质

设随机试验 E 的样本空间为 Ω , 随机事件 A 是样本空间 Ω 的子集, 赋予任意事件 A 一个实数, 记为 $P(A)$. 如果 $P(A)$ 同时满足以下三个公理条件, 则称 $P(A)$ 为随机事件 A 的概率.

(1) 非负性: $P(A) \geq 0$.

(2) 规范性: $P(\Omega) = 1$.

(3) 可列可加性: 设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为两两互不相容的事件, 则有

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k).$$

由概率的公理化定义,可以得到概率的以下性质:

性质 1 $P(\Phi) = 0$.

性质 2 (有限可加性) 若 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 是两两互不相容的事, 则 $P\left(\bigcup_{k=1}^n A_k\right) = \sum_{k=1}^n P(A_k)$.

性质 3 对任意随机事件 A , 有 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

性质 4 对任意随机事件 A 和 B , 有 $P(A - B) = P(A) - P(AB)$. 特别地, 若 $A \supset B$, 则 $P(A - B) = P(A) - P(B)$.

推论 1 若 $A \supset B$, 则 $P(A) \geq P(B)$.

推论 2 对任意随机事件 A , 有 $0 \leq P(A) \leq 1$.

性质 5 (加法公式) 对任意随机事件 A 和 B , 有 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

该加法公式可以推广到有限多个事件的情形. 比如, 对于随机事件 A, B, C , 有

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC).$$

3. 条件概率

3.1 条件概率

对任意随机事件 A 和 B , 有 $P(B) > 0$, 则称

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

为事件 A 关于事件 B 的条件概率, 或事件 B 发生的条件下事件 A 发生的条件概率. 不难验证, 条件概率也是一种概率, 符合概率的公理化定义.

3.2 乘法公式

对任意随机事件 A 和 B , 有 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则由条件概率可得

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

这一公式可以推广到有限多个事件的情形

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2) \cdots P(A_n|A_1 A_2 \cdots A_{n-1}).$$

3.3 全概率公式

设事件 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 构成样本空间 Ω 的一个完备事件组, 且 $P(B_i) > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$, 对于样本空间 Ω 的任意事件 A , 则有

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i),$$

这个公式称为全概率公式.

3.4 贝叶斯公式

设事件 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 构成样本空间 Ω 的一个完备事件组, 且 $P(B_i) > 0 (i=1, 2, \dots, n)$, 对于样本空间 Ω 的任意事件 A , 且 $P(A) > 0$, 则有

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)} \quad (i=1, 2, \dots, n),$$

这一公式被称为贝叶斯公式.

4. 独立性

4.1 事件的独立性

对样本空间 Ω 的任意事件 A 和 B , 如果 $P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件 A 和 B 相互独立. 事件的独立性可以推广到有限多个事件的情形.

4.2 伯努利试验

对于某一随机试验 E , 其可能的结果只有两个, 即 A 和 $\bar{A}$. 像这样只有两个结果的试验, 称为伯努利试验.

在伯努利试验中, 我们令 $P(A) = p, P(\bar{A}) = 1 - p$, 其中 $0 \leq p \leq 1$. 那么, 在相同的条件下, 将同一伯努利试验独立重复进行 n 次, 则称为 n 重伯努利试验.

在 n 重伯努利试验中, 事件 A 恰好发生 k 次的概率为 $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, k=0, 1, 2, \dots, n$.

疑难解析

1. 随机事件 A 和 B 互不相容和对立有何区别?

答: 随机事件 A 和 B 互不相容等价于 $AB = \Phi$, 而相互对立则等价于 $AB = \Phi$, 且 $A \cup B = \Omega$, 相互对立可以推出互不相容, 反之则不成立.

2. n 个随机事件相互独立和两两相互独立有何区别?

答: 对于两个随机事件 A 和 B , 相互独立和两两相互独立没有区别, 是等价的; 但是, 当 $n \geq 3$ 时, 两两相互独立不能保证 n 个随机事件相互独立. 举例说明, 当 $n=3$ 时, 随机事件

A, B, C 两两相互独立, 即 $P(AB) = P(A)P(B), P(AC) = P(A)P(C), P(BC) = P(B)P(C)$, 但要三者相互独立, 还需要满足 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$.

方法、技巧与典型例题分析

一、基础测试题

(一) 填空题

1. 设 A, B, C 为三个事件, 则“ A, B, C 中至多发生两件”表示为().

答案 $\overline{ABC}$ 或 $\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$

2. 设 A, B, C 为三个随机事件, 则事件“ A, B, C 中不多于一个发生”可表示为().

答案 $\overline{AB} \cup \overline{AC} \cup \overline{BC}$

3. 男女生各 3 人排成一队, 则男生紧邻、女生也紧邻的概率是().

答案 0.1

4. 事件 A, B 互不相容, 且 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB})$ 为().

答案 0.3

5. 若事件 A, B, C 相互独立, 且 $P(A) = 0.25, P(B) = 0.5, P(C) = 0.4$, 则 $P(A \cup B \cup C)$ 为().

答案 0.775

6. 已知 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 并且事件 A, B 相互独立, 则 $P(\overline{AB})$ 为().

答案 0.42

7. $P(AB) = 0.1016$, 则 $1 - P(\overline{A}) - P(\overline{B}) + P(\overline{A}\overline{B})$ 为().

答案 0.1016

8. 设 A, B, C 为随机变量, $P(AC) = 0, P(AB) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{3}$, 则 $P(AB|\overline{C})$ 为().

答案 $\frac{3}{4}$

9. 设 A, B, C 是随机事件, $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}, P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = \frac{1}{8}$

则 A, B, C 三个事件恰好出现一个的概率为().

答案 0.5

10. 在某大学随机抽取一名学生, 记事件 A 为该学生拥有一张工行卡, 事件 B 为该学生拥有一张中行卡. 假设 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A \cap B) = 0.25$, 则该学生至少拥有一张银行卡的概率为().

答案 0.65

11. 将红、黄、蓝 3 个球随机地放入 4 个盒子,若每个盒子容纳球数不限,则有 3 个盒子各放一个球的概率为().

答案 $\frac{3}{8}$

12. 口袋中有 5 个白球,3 个黑球,从中任取两个,则取到的两个球颜色相同的概率为().

答案 $\frac{13}{28}$

13. 在由数字 0,1,2,3,4,5 组成且每个数字最多出现一次的全体三位数中,任取一个三位数,则该数是奇数的概率为();该数大于 330 的概率为().

答案 (1)0.48 (2)0.53

14. 袋中有 5 只白球、4 只红球、3 只黑球,在其中任取 4 只,则 4 只中恰有 2 只白球、1 只红球、1 只黑球的概率为();4 只中至少有 2 只红球的概率为();4 只中没有白球的概率为().

答案 (1) $\frac{8}{33}$ (2) $\frac{67}{165}$ (3) $\frac{7}{99}$

详解 (1)所求概率为 $\frac{C_5^2 C_4^1 C_3^1}{C_{12}^4} = \frac{8}{33}$.

(2)所求概率为 $\frac{C_4^2 C_8^2 + C_4^3 C_8^1 + C_4^4}{C_{12}^4} = \frac{201}{495} = \frac{67}{165}$.

(3)所求概率为 $\frac{C_7^4}{C_{12}^4} = \frac{35}{495} = \frac{7}{99}$.

15. 一批电子元件共有 100 个,次品率为 5%. 连续两次不放回地从中任取一个,则第二次才取到正品的概率为().

答案 $\frac{19}{396}$

16. 一公司向 M 个销售点分发 $n(n < M)$ 张提货单,设每张提货单分发给每一销售点是等可能的,每一销售点得到的提货单不限,则其中某一特定的销售点得到 $k(k \leq n)$ 张提货单的概率为().

答案 $\frac{C_n^k (M-1)^{n-k}}{M^n}$

17. 将 3 只球(1~3 号)随机地放入 3 只盒子(1~3 号)中,一只盒子装一只球. 若一只球装入与球同号的盒子,称为一个配对,则 3 只球至少有 1 只配对的概率为(),没有配对的概率为().

答案 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$

18. 袋中有 6 只白球、5 只红球,每次在袋中任取 1 只球.若取到白球,则放回,并放入 1 只白球;若取到红球,则不放入,也不放入另外的球.连续取球 4 次,则第一、二次取到白球且第三、四次取到红球的概率为().

答案 $\frac{35}{858}$

19. 一个小孩用 13 个字母 $A, A, A, C, E, H, I, I, M, M, N, T, T$ 做组字游戏.如果字母的各种排列是随机的(等可能的),则恰好组成 MATHEMATICIAN 一词的概率为().

答案 $\frac{48}{13!}$

详解 样本总数为 $13!$,事件 A 即“恰好组成 MATHEMATICIAN”包含 $3! 2! 2! 2!$ 个样本点,因此 $P(A) = \frac{3! 2! 2! 2!}{13!} = \frac{48}{13!}$.

20. 三人独立地破译一个密码,他们能译出的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$,则将此密码译出的概率为().

答案 0.6

21. 将标号为 1,2,3,4 的四个球随意地排成一行,则 1 号球与 2 号球相邻的概率为().

答案 0.5

22. 在 100,101,⋯,999 这 900 个三位数中,任取一个三位数,则不包含数字 1 的概率为().

答案 $\frac{18}{25}$ 或 0.72

23. 某城市共有 10000 辆自行车,其牌照编号从 00001 到 10000,则事件“偶然遇到一辆自行车,其牌照号码中有数字“8”的概率为().

答案 $1 - \left(\frac{9}{10}\right)^4$

详解 设 $A = \{\text{牌照号码中有数字 8}\}$,则 $P(\bar{A}) = \frac{9^4}{10000} = \left(\frac{9}{10}\right)^4$,因此 $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{9^4}{10000} = 1 - \left(\frac{9}{10}\right)^4$.

24. 某公共汽车站每隔 5 分钟有一辆汽车到达,乘客到达汽车站的时刻是任意的,则一个乘客候车时间不超过 3 分钟的概率为().

答案 $\frac{3}{5}$

25. 做一系列独立的试验,每次试验中成功的概率为 p ,则在成功 n 次之前已失败了 m

次的概率为().

答案 $C_{n+m-1}^m p^n (1-p)^m$

26. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次,其命中率分别为 0.6 和 0.5,现已知目标被命中,它是甲射中的概率是().

答案 0.75

详解 设 A = “甲射击一次命中目标”, B = “乙射击一次命中目标”, 则

$$\begin{aligned} P(A|A \cup B) &= \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A) + P(B) - P(AB)} \\ &= \frac{0.6}{0.6 + 0.5 - 0.6 \cdot 0.5} = 0.75. \end{aligned}$$

(二) 选择题

1. 一图书馆有某藏书 5 本,复本 1 和 2 是第 1 版,复本 3、4 和 5 是第 2 版. 现从中随机抽取 2 本,至少有 1 本是第 1 版的概率为().

(A) 0.1 (B) 0.6 (C) 0.3 (D) 0.7

答案 D

2. 设 $\Omega = \{-\infty < x < +\infty\}$, $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$, $B = \{x | 1 \leq x < 3\}$, 则 $\overline{AB}$ 表示().

(A) $\{x | 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x | 0 < x < 1\}$
(C) $\{x | -\infty < x < 0\} \cup \{x | 1 \leq x < +\infty\}$ (D) $\{x | 0 \leq x < 2\}$

答案 A

3. 下列等式中,正确的是().

(A) $A \cup B = \overline{AB} \cup B$ (B) $\overline{AB} = A \cup \overline{B}$
(C) $(AB)(\overline{AB}) = A$ (D) $AB \supset A \cup B$

答案 A

4. 将 6 本中文书和 4 本外文书任意摆放在同一书架上,则 4 本外文书放在一起的概率为().

(A) $\frac{4!6!}{10!}$ (B) $\frac{7}{10}$ (C) $\frac{4!7!}{10!}$ (D) $\frac{4}{10}$

答案 C

5. 设 A, B 是任意两个概率不为零的不相容事件,则下列结论中肯定正确的是().

(A) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 不相容 (B) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 相容
(C) $P(AB) = P(A)P(B)$ (D) $P(A - B) = P(A)$

答案 D

6. 关于事件的独立性,下列结论正确的有().

(A) 若 $P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2) \cdots P(A_n)$, 则 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 相互独立

(B) A, B 相互独立, 则 $\bar{A}, B$ 也相互独立

(C) 不可能事件与必然事件不独立

(D) A, B 相互独立, 则 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

答案 B

7. 设 A, B, C 为三个相互独立的事件, 且 $0 < P(C) < 1$, 则下面四对事件中, 不相互独立的是().

(A) $\overline{A \cup B}$ 与 C

(B) $\bar{A}C$ 与 $\bar{C}$

(C) $\overline{A-B}$ 与 $\bar{C}$

(D) $\overline{AB}$ 与 $\bar{C}$

答案 B

8. 随机事件 A, B, C 至多发生一个的正确表达式是().

(A) $\overline{ABC} \cup \overline{BAC} \cup \overline{CAB}$

(B) $\overline{AB} \bar{C} \cup \overline{ABC} \cup \overline{A} \bar{B} \bar{C}$

(C) $\overline{ABC} \cup \overline{BAC} \cup \overline{CAB} \cup \overline{ABC}$

(D) $\overline{AB} \bar{C} \cup \overline{ABC} \cup \overline{A} \bar{B} \bar{C} \cup \overline{ABC}$

答案 D

9. 在不含大小王的 52 张扑克牌中抽取一张牌, 记 A, B 分别表示下面两个随机事件:
 $A = \{\text{抽取一张 } K\}, B = \{\text{抽取一张黑色牌}\}$, 则 A, B 两事件满足().

(A) A, B 相互独立

(B) A, B 不相互独立

(C) A, B 相关

(D) A, B 对立

答案 A

10. 设 A, B, C 三事件两两独立, 则 A, B, C 相互独立的充要条件是().

(A) A 与 BC 独立

(B) AB 与 $A \cup C$ 独立

(C) AB 与 AC 独立

(D) $A \cup B$ 与 $A \cup C$ 独立

答案 A

详解 由题意可得 A, B, C 相互独立的充要条件 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$

由于 $P(ABC) = P(A)P(BC) = P(A)P(B)P(C)$, 故答案为 A.

11. 假设某人打靶 3 次, 事件 $A_i = \{\text{该人打靶击中 } i \text{ 次}\}, i = 0, 1, 2, 3$. 那么事件 $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ 表示().

(A) 全部击中

(B) 至少有一发击中

(C) 必然击中

(D) 击中 3 发

答案 B

12. 设 $B \subset A$, 则下面正确的等式是().

(A) $P(\overline{AB}) = 1 - P(A)$

(B) $P(\overline{B} - \overline{A}) = P(\overline{B}) - P(\overline{A})$

(C) $P(B|A) = P(B)$

(D) $P(A|\overline{B}) = P(A)$

答案 B

13. 掷一枚质地均匀的骰子, 则在出现偶数点的条件下出现 2 点的概率为().