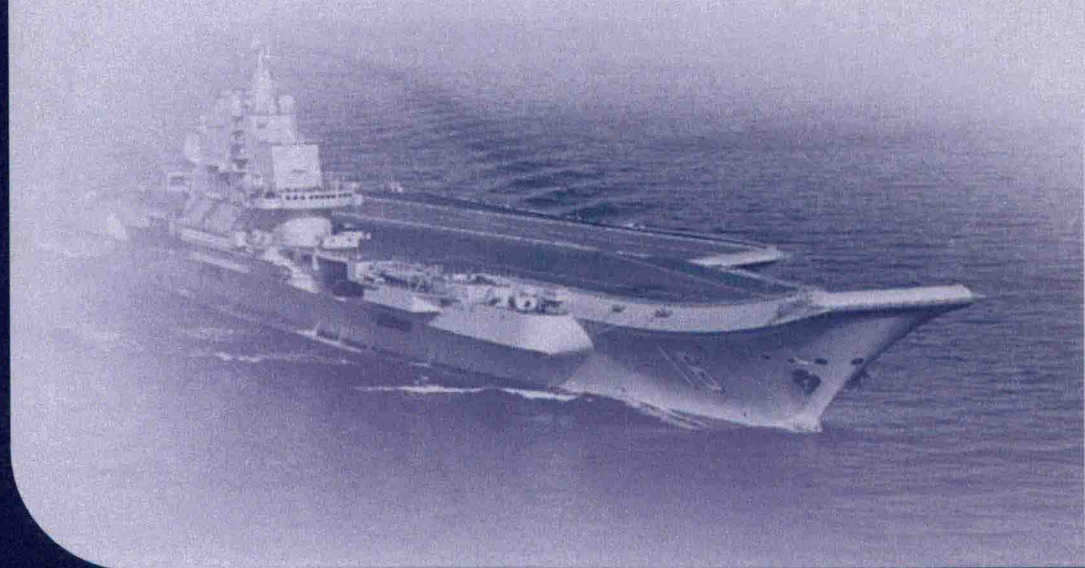


舰船水压场

JIANCHUAN SHUIYACHANG

张志宏 顾建农 邓辉 著



科学出版社

舰船水压场

张志宏 顾建农 邓 辉 著

科学出版社

北京

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

内 容 简 介

本书系统地介绍了舰船水压场的最新发展和研究成果,包括舰船水压场的理论解析模型、数值计算方法和实验测试系统,提供了许多有价值的实验资料和计算结果,总结了舰船水压场的分布特征和变化规律,所建立的舰船水压场理论模型和计算方法均已得到有效验证。本书分3篇共10章内容,基于船舶水动力学中的势流理论,第1篇建立了舰船水压场的控制方程,在浅水条件下利用 Boussinesq 方程、KP 方程及其简化形式,通过积分变换方法和有限差分方法对舰船水压场进行了解析建模和数值求解;第2篇采用 Kelvin 源和 Rankine 源格林函数,通过边界元方法和积分变换方法对有限水深条件下的舰船、潜艇和气囊船水压场进行了理论建模和数值计算;第3篇采用相似理论和现代测试技术,建立了压力场、波浪场和速度场的测量系统和直接或间接获取舰船水压场的方法,最后简要介绍了舰船水压场预报软件的实现及其工程应用。

本书物理概念清晰,理论方法严密,内容深入浅出,可作为高等学校兵器、船舶、海洋、航道、港口等工程专业的研究生和高年级本科生的教材,也可供相关专业的学生和从事教学、科研及工程技术的人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

舰船水压场/张志宏,顾建农,邓辉著. —北京:科学出版社,2016.6

ISBN 978-7-03-049350-7

I. ①舰… II. ①张… ②顾… ③邓… III. ①军用船—水压力学—研究 IV. ①U674.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 152198 号

责任编辑:王雨舸 / 责任校对:董艳辉

责任印制:彭 超 / 封面设计:苏 波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市首壹印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16

2016 年 9 月第 一 版 印张:13 3/4

2016 年 9 月第一次印刷 字数:321 000

定价:69.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

舰船航行于水中时,将使舰船周围的速度场和压力场发生变化,这种由于舰船运动引起的流场压力变化称为舰船水压场。舰船水压场具有自身难于消除、也难于人工模拟的特点,因而自第二次世界大战以来,借助舰船水压场信号特征而触发引爆的水压水雷已被各国海军广泛使用。开展舰船水压场特别是舰船在水底引起的压力分布特征和变化规律研究,可为沉底水雷水压引信设计、水压扫雷具研制以及舰船自身防护提供依据,因而具有重要的意义。

本书分3篇共10章,系统地总结了作者近三十年来特别是近十几年来的舰船水压场研究成果。研究对象包括水面舰船、水下潜艇和气垫船,运动速度涵盖亚临界、跨临界和超临界航速,水深范围适用浅水、有限水深和无限水深,流场边界涉及开阔海域、阶梯航道和开挖航道等多种情况,研究方法综合采用了理论建模、解析求解、数值计算和模型实验等方法,提供了典型舰船模型的水压场实验资料,分析了舰船水压场的变化规律和分布特征,利用所建立的理论模型和计算方法编制了实用化的计算程序,可用于不同条件下的舰船水压场特性预报,计算结果得到了模型实验结果的直接验证或其他文献结果的间接验证。

本书能够出版,首先应该感谢作者的硕士生导师、海军工程大学流体力学教研室的郑学龄教授和邱永寿教授,他们在舰船水压场基础研究方面较早地开展了卓有成效的工作,并带领作者进入了这一具有挑战性的研究领域,同时还要感谢作者的博士生导师、海军工程大学水雷反水雷教研室的龚沈光教授,他洞悉水中兵器的工程应用和发展前沿,使得作者能将舰船水压场的理论研究与实际应用结合起来。研究团队中的刘巨斌副教授、王冲副教授、卢再华副教授、孟庆昌博士、胡明勇博士以及作者的博士生缪涛、李宇辰、李启杰和硕士生王鲁峰、黎昆、金永刚、孙帮碧、鹿飞飞、丁志勇等也做出了许多贡献,合作单位中的李庆民教授、刘忠乐教授、姜礼平教授、罗祎副教授等提供了许多帮助,在此一并表示衷心感谢。

此外,还要感谢国家自然科学基金项目(编号:51479202,11502297,51309230,51179195)和海军工程大学学术专著出版基金项目的资助。感谢目标及其环境特性项目办公室和水中军用目标特性国防科技重点实验室对我们研究工作持续的支持。

目 录

第 1 篇 浅水舰船水压场

第 1 章 舰船水压场控制方程	3
1.1 大地坐标系下的基本方程	3
1.1.1 连续性方程和 Euler 方程	3
1.1.2 Laplace 方程和 Lagrange 积分	4
1.1.3 边界条件	4
1.1.4 水波势流运动基本方程	5
1.2 船体动坐标系下的基本方程	5
1.2.1 大地坐标系与船体动坐标系的关系	5
1.2.2 水波势流运动基本方程	6
1.3 Boussinesq 浅水波动方程	7
1.4 KP 浅水波动方程	10
第 2 章 浅水舰船水压场解析模型	13
2.1 不计色散效应的舰船水压场解析模型	13
2.1.1 理论模型	13
2.1.2 开挖航道的解析模型	16
2.1.3 阶梯航道的解析模型	19
2.1.4 结果分析与讨论	21
2.1.5 小结	25
2.2 计及色散效应的亚-超临界航速舰船水压场解析模型	26
2.2.1 理论模型	26
2.2.2 内外域速度势求解	28
2.2.3 内外域压力场求解	30
2.2.4 结果分析与讨论	33
2.2.5 小结	38

2.3	计及色散效应的超-超临界航速舰船水压场解析模型	38
2.3.1	理论模型	38
2.3.2	内外域速度场	39
2.3.3	内外域压力场	40
2.3.4	结果分析与讨论	41
2.3.5	小结	44
2.4	计及色散效应的亚-亚临界航速舰船水压场解析模型	45
2.4.1	理论模型	45
2.4.2	内外域速度势求解	47
2.4.3	内外域压力场求解	49
2.4.4	特殊条件下的退化验证	50
2.4.5	小结	51
第3章	浅水舰船水压场的数值计算	52
3.1	不计色散效应的亚临界航速舰船水压场数值计算	52
3.1.1	数学问题	52
3.1.2	解析模型	52
3.1.3	有限差分法	54
3.1.4	结果分析与讨论	54
3.1.5	小结	56
3.2	计及色散效应的亚临界航速舰船水压场数值计算	56
3.2.1	数学问题	56
3.2.2	解析模型	56
3.2.3	数值计算	57
3.2.4	结果分析与讨论	58
3.2.5	小结	61
3.3	计及色散和非线性效应的亚临界航速舰船水压场数值计算	61
3.3.1	数学问题	62
3.3.2	数值计算	62
3.3.3	结果比较与分析	62
3.3.4	小结	65
3.4	计及色散效应的超临界航速舰船水压场数值计算	65
3.4.1	数学问题	66
3.4.2	解析模型	66
3.4.3	数值计算	66

3.4.4 结果比较与分析	66
3.4.5 小结	70
3.5 计及色散和非线性效应的超临界航速舰船水压场数值计算	70
3.5.1 数学问题	70
3.5.2 数值计算	71
3.5.3 结果比较与分析	72
3.5.4 小结	74
3.6 阶梯航道中计及色散效应的舰船水压场数值计算	75
3.6.1 数学问题	75
3.6.2 数值计算	76
3.6.3 结果分析与讨论	77
3.6.4 小结	79

第 2 篇 有限水深舰船、潜艇和气垫船水压场

第 4 章 基于薄船理论的有限水深舰船水压场	83
4.1 有限水深 Kelvin 源 Green 函数	83
4.1.1 Green 函数积分表达式	83
4.1.2 Green 函数的偏导数	87
4.1.3 Green 函数及其偏导数的无因次化	88
4.1.4 双重积分的处理方法	89
4.1.5 单重积分的处理方法	92
4.2 双重积分与单重积分的计算	94
4.2.1 双重积分中内层积分 Q_1 的计算	94
4.2.2 单重积分中被积函数 Q_2 的计算	95
4.2.3 Green 函数偏导数的计算结果	96
4.3 舰船水压场计算公式	97
4.4 舰船水压场特性分析	98
4.4.1 计算程序编制说明	98
4.4.2 余项截断法和 Laguerre 积分法计算结果的比较	98
4.4.3 舰船水压场计算与实验结果的比较	99
本章附录 Laguerre 求积公式	105
第 5 章 基于面元法的有限水深舰船水压场	107
5.1 有限水深 Kelvin 源 Green 函数另一表达式	107
5.1.1 Rankine 源集合	108

5.1.2	局部扰动项	109
5.1.3	波函数项	112
5.2	Kelvin 源 Green 函数计算结果的验证	113
5.2.1	Green 函数导数值与差分值比较	113
5.2.2	薄船兴波阻力计算结果的比较	113
5.3	利用面元法离散船体表面	114
5.4	水面兴波与水底压力的计算	116
5.4.1	水面兴波	116
5.4.2	水底压力	116
5.4.3	水面兴波及其对应的水底压力	117
第 6 章	有限水深潜艇水压场	120
6.1	潜艇艇体水压场计算模型	120
6.1.1	细长体模型	120
6.1.2	回转体模型	121
6.1.3	有限水深 Kelvin 源 Green 函数方法	129
6.1.4	小结	134
6.2	带附体潜艇不计兴波影响的水压场计算模型	135
6.2.1	数学问题	135
6.2.2	Hess-Smith 方法	136
6.2.3	编程计算与结果验证	139
6.2.4	船模 C 水压场的计算	144
6.2.5	小结	145
6.3	带附体潜艇计及兴波影响的水压场计算模型	145
6.3.1	计算模型	145
6.3.2	SUBOFF 潜艇水压场计算结果及分析	146
6.3.3	船模 C 水压场计算结果及分析	150
6.3.4	小结	152
第 7 章	有限水深气垫船水压场	153
7.1	数学问题	153
7.2	求解方法	153
7.3	不同气垫面引起的水底压力变化	155
7.3.1	矩形气垫	155
7.3.2	椭圆形气垫	158

7.4 气垫船水压场特性分析	158
第 3 篇 舰船水压场特性获取方法及其工程应用	
第 8 章 基于压力测量方法获取舰船水压场	163
8.1 船模及波浪水压场实验方法	163
8.1.1 相似原理	163
8.1.2 测量方法	165
8.2 船模水压场纵向通过曲线	168
8.2.1 船模 A	168
8.2.2 船模 B	173
8.2.3 船模 C	177
8.3 波浪水压场特性曲线	180
8.3.1 规则波水压场	180
8.3.2 非规则波水压场	181
8.3.3 船模 B 及其与规则波相互作用的水压场	182
8.3.4 船模 B 及其与非规则波相互作用的水压场	184
第 9 章 基于波浪和速度测量方法获取舰船水压场	187
9.1 基于水面波形测量方法	187
9.2 基于有限水深海浪谱方法	193
9.3 基于扰动速度测量方法	195
第 10 章 舰船水压场预报软件的实现及其应用	199
10.1 舰船水压场预报软件的实现	199
10.1.1 软件功能	199
10.1.2 结果验证	200
10.2 舰船水压场预报软件的应用	201
10.2.1 负压延时预报	201
10.2.2 危险航速预报	202
参考文献	204

第 1 篇 浅水舰船水压场

本篇在理想不可压缩流体无旋运动条件下,建立舰船水压场的理论数学模型,在浅水条件下得到 Boussinesq(布西内斯克)方程、Kadomtsev-Petviashvili(卡东穆塞夫-彼得韦亚斯维利)方程(简称 KP 方程)及其简化形式,通过 Fourier(傅里叶)积分变换方法对浅水舰船水压场进行解析求解,通过有限差分方法进行数值求解,从而获取浅水舰船水压场的影响因素和变化规律。

第 1 章 舰船水压场控制方程

设舰船在水中以速度 V 作匀速直线运动, 水深恒为 h , 取大地坐标系 $O_0x_0y_0z_0$, $O_0x_0y_0$ 平面与静水面重合, x_0 轴指向舰船运动方向, z_0 轴垂直向上, 如图 1.1 所示。

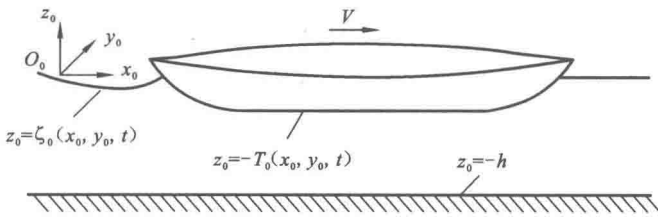


图 1.1 大地坐标系

取动坐标系 $Oxyz$ 固结于船体, 坐标原点 O 位于舰船水线中心, 在初始时刻动坐标系 $Oxyz$ 与大地坐标系重合, 相对于船体动坐标系, 等价于来流以速度 V 反向绕船体运动, 如图 1.2 所示。

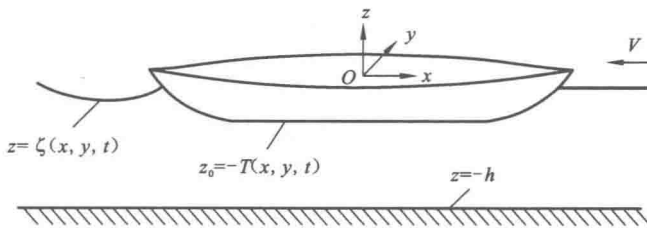


图 1.2 船体动坐标系

1.1 大地坐标系下的基本方程

1.1.1 连续性方程和 Euler 方程

依据船舶水动力学理论, 建立大地坐标系下流体运动的基本方程^[1-2]。不可压缩流体运动的连续性方程为

$$u_{x_0} + v_{y_0} + w_{z_0} = 0 \quad (1.1)$$

理想不可压缩流体的运动方程即 Euler(欧拉) 方程为

$$u_t + uu_{x_0} + vv_{y_0} + ww_{z_0} + \frac{1}{\rho} p_{x_0} = 0 \quad (1.2)$$

$$v_t + uv_{x_0} + vv_{y_0} + wv_{z_0} + \frac{1}{\rho} p_{y_0} = 0 \quad (1.3)$$

$$w_t + uw_{x_0} + vw_{y_0} + ww_{z_0} + \frac{1}{\rho} p_{z_0} + g = 0 \quad (1.4)$$

式中:下标 t 和 x_0, y_0, z_0 代表对时间和空间求导, (u, v, w) 为速度场, p 为压力场, ρ 为密度, g 为重力加速度。

1.1.2 Laplace 方程和 Lagrange 积分

假设流动无旋,则流动存在速度势,且有 $u = \phi_{x_0}, v = \phi_{y_0}, w = \phi_{z_0}$,代入式(1.1)中,得

$$\phi_{x_0 x_0} + \phi_{y_0 y_0} + \phi_{z_0 z_0} = 0 \quad (1.5)$$

式(1.5)即为 Laplace(拉普拉斯)方程。它是线性偏微分方程,这个性质使得方程存在基本解,而且可以采用叠加方法求解。

在理想、不可压、重流体、沿流线、定常运动条件下,对 Euler 方程积分,得 Bernoulli(伯努利)方程为

$$0.5\rho(\phi_{x_0}^2 + \phi_{y_0}^2 + \phi_{z_0}^2) + \rho g z_0 + p = C_l \quad (1.6)$$

式中: C_l 是流线常数。

在理想、不可压、重流体、无旋、非定常运动条件下,对 Euler 方程积分,得 Lagrange(拉格朗日)积分为

$$\rho\phi_t + 0.5\rho(\phi_{x_0}^2 + \phi_{y_0}^2 + \phi_{z_0}^2) + \rho g z_0 + p = C(t) \quad (1.7)$$

对水波问题,式(1.7)较 Bernoulli 方程使用更为广泛,因为水波运动通常可视是为无旋的非定常运动。 $C(t)$ 仅依赖于时间 t 而变化,为将 $C(t)$ 吸收在速度势中,这里记

$$\phi = \Phi - \frac{p_a}{\rho} t + \int_0^t C(t) dt$$

与速度势相关的方程全部用 Φ 表示,然后将 Φ 再用原来的 ϕ 表示,注意这并不影响速度场^[2],所以得式(1.7)的另一种形式是

$$\rho\phi_t + 0.5\rho(\phi_{x_0}^2 + \phi_{y_0}^2 + \phi_{z_0}^2) + \rho g z_0 + p - p_a = 0 \quad (1.8)$$

式中: p_a 为自由表面上的压力。

1.1.3 边界条件

(1) 自由表面运动学条件:即自由表面上的液体质点永远保持在自由面上,所以在 $z_0 = \zeta_0(x_0, y_0, t)$ 上,有 $D[\zeta_0(x_0, y_0, t) - z_0]/Dt = 0$,即

$$\zeta_{0t} + \bar{u}_f \zeta_{0x_0} + \bar{v}_f \zeta_{0y_0} - \bar{w}_f = 0 \quad (1.9)$$

或

$$\zeta_{0t} + \phi_{x_0} \zeta_{0x_0} + \phi_{y_0} \zeta_{0y_0} - \phi_{z_0} = 0 \quad (1.10)$$

式中: (u_f, v_f, w_f) 是自由面上液体的速度分量。

(2) 自由表面动力学条件: 即自由面上恒为大气压力条件, 即 $p = p_a$, 所以在 $z_0 = \zeta_0(x_0, y_0, t)$ 上, 由式(1.8), 得

$$\phi_t + 0.5(\phi_{x_0}^2 + \phi_{y_0}^2 + \phi_{z_0}^2) + g\zeta_0 = 0 \quad (1.11)$$

(3) 水底不可穿透条件: 即理想流体可沿水底边界滑移, 但不能沿其法线方向穿透水底边界。所以在 $z_0 = -h$ 上, 有

$$\phi_{z_0} = 0 \quad (1.12)$$

(4) 船体不可穿透条件: 即理想流体沿船体表面滑移条件, 所以在船体沾湿表面 $z_0 = -T_0(x_0, y_0, t)$ 上, 有 $D[T_0(x_0, y_0, t) + z_0]/Dt = 0$, 即

$$T_{0t} + u_s T_{0x} + v_s T_{0y} + w_s = 0 \quad (1.13)$$

或

$$T_{0t} + \phi_x T_{0x} + \phi_y T_{0y} + \phi_z = 0 \quad (1.14)$$

式中: (u_s, v_s, w_s) 是船体表面上液体的速度分量。

1.1.4 水波势流运动基本方程

综上所述, 除船体边界条件外, 对于理想不可压缩重流体的势流运动, 水波运动基本方程可以完整描述如下:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{x_0 x_0} + \phi_{y_0 y_0} + \phi_{z_0 z_0} &= 0, \quad -h \leq z_0 \leq \zeta_0 \\ \zeta_{0t} + \phi_{x_0} \zeta_{0x_0} + \phi_{y_0} \zeta_{0y_0} - \phi_{z_0} &= 0 \\ \phi_t + 0.5(\phi_{x_0}^2 + \phi_{y_0}^2 + \phi_{z_0}^2) + g\zeta_0 &= 0 \\ \phi_{z_0} &= 0, \quad z_0 = -h \end{aligned} \right\} z_0 = \zeta_0(x_0, y_0, t) \quad (1.15)$$

上述方程是严格成立的, 但是没有解析解, 求解的主要困难在于未知的自由表面存在非线性边界条件。

对微幅波, 式(1.15)可线性化为

$$\left. \begin{aligned} \phi_{x_0 x_0} + \phi_{y_0 y_0} + \phi_{z_0 z_0} &= 0, \quad -h \leq z_0 \leq \zeta_0 \\ \zeta_{0t} - \phi_{z_0} &= 0 \\ \phi_t + g\zeta_0 &= 0 \\ \phi_{z_0} &= 0, \quad z_0 = -h \end{aligned} \right\} z_0 = \zeta_0(x_0, y_0, t) \quad (1.16)$$

1.2 船体动坐标系下的基本方程

1.2.1 大地坐标系与船体动坐标系的关系

采用如图 1.2 所示船体动坐标系, 建立流体运动需要满足的基本方程。在大地坐标系 $O_0 x_0 y_0 z_0$ 和船体动坐标系 $Ox y z$ 中 ($t = 0$ 时, 两坐标系重合) 存在如下变换关系

$$x = x_0 - Vt, \quad y = y_0, \quad z = z_0 \quad (1.17)$$

在大地坐标系下,质点导数为

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x_0} + v \frac{\partial}{\partial y_0} + w \frac{\partial}{\partial z_0} \quad (1.18)$$

在动坐标系下,质点导数为

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u - V) \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.19)$$

注意:式中 (u, v, w) 是大地坐标系下的速度分量。

在图 1.2 所示的大地坐标系下和船体动坐标系之间,还存在如下关系^[3]

$$\frac{\partial}{\partial x_0} = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial y_0} = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z_0} = \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.20)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\text{earth}} = \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \Big|_{\text{ship}} \quad (1.21)$$

式(1.21)左端是针对大地坐标系中的物理量,右端是针对船体动坐标系中的物理量, $-V$ 意味着流体反向绕舰船沿 x 轴负方向运动。

1.2.2 水波势流运动基本方程

根据大地坐标系与船体动坐标系的关系,从式(1.5)、式(1.10)~式(1.12)、式(1.14)出发,得到船体动坐标系下严格满足如下方程的绕船体的势流流动。即扰动速度势 ϕ 应满足

Laplace 方程

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0, \quad \text{在 } -h \leq z \leq \zeta \text{ 内} \quad (1.22)$$

自由表面运动学边界条件

$$\zeta_t + (\phi_x - V)\zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z = 0, \quad \text{在 } z = \zeta(x, y, t) \text{ 上} \quad (1.23)$$

自由表面动力学边界条件

$$\phi_t - V\phi_x + 0.5(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + g\zeta = 0, \quad \text{在 } z = \zeta(x, y, t) \text{ 上} \quad (1.24)$$

水底边界条件

$$\phi_z = 0, \quad \text{在 } z = -h \text{ 上} \quad (1.25)$$

船体边界条件

$$T_t + (\phi_x - V)T_x + \phi_y T_y + \phi_z = 0, \quad \text{在 } z = -T(x, y, t) \text{ 上} \quad (1.26)$$

保留上述方程非定常项的原因是尽管舰船作定常航行,但仍有可能引起非定常兴波(如孤立波)和舰船水动力特性的变化。上述非线性问题式(1.22)~式(1.26)的求解通常采用面元法。该方法采用 Laplace 方程的基本解 Rankine(兰金)源,并将它分布在整个流场的边界上。求解的主要困难在于未知的自由表面边界条件如何满足,以及在计算域的截断边界上如何设计合理的边界条件。

在流场的扰动速度势已求出后,由式(1.8)出发,可以得到船体动坐标系下计算流场压力分布的 Lagrange 积分,即

$$\rho\phi_t - \rho V\phi_x + 0.5\rho(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + \rho gz + p - p_a = 0, \quad \text{在 } -h \leq z \leq \zeta \text{ 内} \quad (1.27)$$

根据式(1.23)、式(1.24),可得线性化的自由表面运动学和动力学条件分别为

$$\zeta_t - V\zeta_x - \phi_z = 0, \quad \text{在 } z = 0 \text{ 上} \quad (1.28)$$

$$\phi_t - V\phi_x + g\zeta = 0, \quad \text{在 } z = 0 \text{ 上} \quad (1.29)$$

根据 Neumann-Kelvin(诺依曼-开尔文)线化理论,恒定水深、舰船定常绕流问题可描述成

$$\left. \begin{aligned} \phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} &= 0, \quad -h \leq z \leq 0 \\ V\zeta_x + \phi_z &= 0 \\ -V\phi_x + g\zeta &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad z = 0 \quad (1.30)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_z &= 0, \quad z = -h \\ (\phi_x - V)T_x + \phi_y T_y + \phi_z &= 0, \quad z = -T(x, y) \end{aligned} \right\}$$

上述问题的优点在于可以找到称之为 Kelvin 源格林函数的基本解,因而求解方程式(1.30)时仅需将 Kelvin 源分布在沾湿的船体表面上。因此,与边界截断相关联的困难问题将消失。严格而言,Neumann-Kelvin线化理论仅对舰船兴波为微幅波时才有效。

1.3 Boussinesq 浅水波动方程

为求解浅水条件下的舰船水压场,首先导出浅水波动的 Boussinesq(布西内斯克)方程^[1,4-6]。根据式(1.22)~式(1.26),在船体动坐标系下,重写舰船航行引起的势流运动应该严格满足的控制方程和边界条件如下

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0, \quad -h \leq z \leq \zeta \quad (1.31)$$

$$\zeta_t + (\phi_x - V)\zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z = 0, \quad z = \zeta(x, y, t) \quad (1.32)$$

$$\phi_t - V\phi_x + 0.5(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + g\zeta = 0, \quad z = \zeta(x, y, t) \quad (1.33)$$

$$\phi_z = 0, \quad z = -h \quad (1.34)$$

$$T_t + (\phi_x - V)T_x + \phi_y T_y + \phi_z = 0, \quad z = -T(x, y, t) \quad (1.35)$$

假设初始状态流体为静止,则初始条件可写为

$$\phi = 0, \zeta = 0, \quad \text{当 } t = 0 \text{ 时} \quad (1.36)$$

扰动衰减条件是

$$\nabla\phi \rightarrow 0, \quad \text{当 } x \rightarrow \pm\infty \text{ 时} \quad (1.37)$$

根据式(1.27),得到流体中的动压变化是

$$\Delta p = \rho gz + p - p_a = \rho[V\phi_x - \phi_t - 0.5(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2)] \quad (1.38)$$

通常深水中水波的色散效应比非线性效应重要,而在浅水问题中,水波的色散和非线性效应同样重要,在某些情况下,有时非线性效应更为重要。为了同时反映浅水问题中的色散效应和非线性效应,需要引入两个小参数。分别记为

$$\mu = h/L, \quad \epsilon = A/h \quad (1.39)$$

式中: L 为船长, A 为波幅。

小参数 μ 和 ϵ 分别代表色散程度的大小和非线性程度的强弱, 在这两个小参数中包含了 3 个独立的特征尺度。将两个小参数之比定义为 Ursell(厄塞尔) 数, 即

$$U_r = \epsilon/\mu^2 \quad (1.40)$$

Ursell 数在划分不同的浅水波近似理论中起着关键作用。当 $U_r \gg 1$ 时, 可得非线性、非色散的长波模型, 属 Airy(艾里) 长波理论; 当 $U_r \ll 1$ 时, 可得线性、色散波的理论模型; 当 $U_r \approx 1$ 时, 可得非线性、色散波相互平衡的 Boussinesq 理论模型。

根据流场的特征尺度, 将船体附近及远离船体的流场划分为近场和远场。远场尺度的无因次化, 纵向和横向的参考尺度用船长 L , 垂向的参考尺度用水深 h ; 近场尺度的无因次化, 横向和垂向用水深 h , 纵向用船长 L 。

根据浅水波特点, 在远场对以下变量无因次化

$$\begin{aligned} (\hat{x}, \hat{y}) &= (x, y)/L, \quad \hat{z} = z/h, \quad \hat{\zeta} = \zeta/A, \quad \hat{\phi} = \phi/(\epsilon L \sqrt{gh}) \\ \hat{t} &= t \sqrt{gh}/L, \quad \Delta \hat{p} = \Delta p/\rho gh, \quad F_h = V/\sqrt{gh} \end{aligned} \quad (1.41)$$

式中: F_h 是水深 Froude(弗劳德) 数, 符号“ $\hat{\cdot}$ ”代表无因次量。

通常定义: $F_h < 1$ 为亚临界航速, $F_h = 1$ 为临界航速, $F_h > 1$ 为超临界航速。

无因次扰动速度分量为

$$(\hat{\phi}_{\hat{x}}, \hat{\phi}_{\hat{y}}, \hat{\phi}_{\hat{z}}) = (\phi_x, \phi_y, \mu \phi_z)/(\epsilon \sqrt{gh}) \quad (1.42)$$

对式(1.31) ~ 式(1.34) 进行无因次化, 得

$$\mu^2 (\hat{\phi}_{\hat{x}\hat{x}} + \hat{\phi}_{\hat{y}\hat{y}}) + \hat{\phi}_{\hat{z}\hat{z}} = 0, \quad \text{在 } -1 < \hat{z} < \epsilon \hat{\zeta} \text{ 内} \quad (1.43)$$

$$\hat{\phi}_{\hat{z}} = \mu^2 [\hat{\zeta}_{\hat{t}} + (\epsilon \hat{\phi}_{\hat{x}} - F_h) \hat{\zeta}_{\hat{x}} + \epsilon \hat{\phi}_{\hat{y}} \hat{\zeta}_{\hat{y}}], \quad \text{在 } \hat{z} = \epsilon \hat{\zeta} \text{ 上} \quad (1.44)$$

$$\mu^2 (\hat{\phi}_{\hat{t}} + \hat{\zeta} - F_h \hat{\phi}_{\hat{x}}) + \frac{1}{2} \epsilon [\mu^2 (\hat{\phi}_{\hat{x}}^2 + \hat{\phi}_{\hat{y}}^2) + \hat{\phi}_{\hat{z}}^2] = 0, \quad \text{在 } \hat{z} = \epsilon \hat{\zeta} \text{ 上} \quad (1.45)$$

$$\hat{\phi}_{\hat{z}} = 0, \quad \text{在 } \hat{z} = -1 \text{ 上} \quad (1.46)$$

将有因次势函数展开为垂向坐标的幂级数形式, 即

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (z+h)^n \phi_n(x, y, t) \quad (1.47)$$

式中: $\phi_n(x, y, t) = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \phi(x, y, z, t)}{\partial z^n} \Big|_{z=-h}$

因为

$$\begin{aligned} \phi_{zz} &= \begin{cases} 0, & n = 0, 1 \\ \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) (z+h)^{n-2} \phi_n(x, y, t), & n \geq 2 \end{cases} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) (z+h)^n \phi_{n+2}(x, y, t) \end{aligned} \quad (1.48)$$