



新世纪高等学校教材

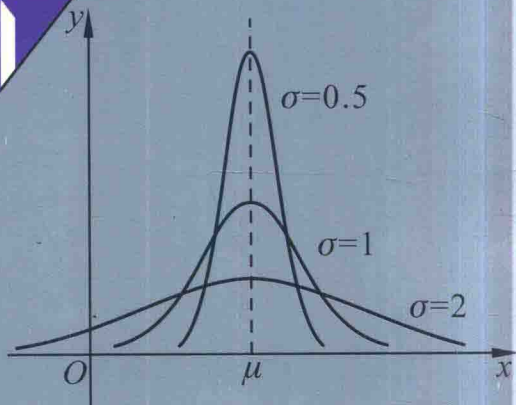
大学公共课系列教材

刘京莉 编著

文科高等数学

(第2版)

WENKE GAODENG SHUXUE



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社



新世纪高等学校教材

大学公共课系列教材

文科高等数学 (第2版)

WENKE GAODENG SHUXUE

刘京莉 编著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

文科高等数学/刘京莉编著. —2版. —北京:北京
师范大学出版社, 2016.12

(新世纪高等学校教材 数学公共课系列教材)

ISBN 978-7-303-21560-7

I. ①文… II. ①刘… III. ①高等数学-高等学校-教材
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 278242 号

营销中心电话 010-62978190 62979006
北师大出版社科技与经管分社 www.jswsbook.com
电子信箱 jswsbook@163.com

出版发行:北京师范大学出版社 www.bnup.com

北京市海淀区新街口外大街 19 号

邮政编码:100875

印刷:北京京师印务有限公司

经销:全国新华书店

开本:730 mm × 980 mm 1/16

印张:15

字数:270 千字

版次:2016 年 12 月第 2 版

印次:2016 年 12 月第 2 次印刷

定价:28.00 元

策划编辑:岳昌庆 责任编辑:岳昌庆 魏宇龙
美术编辑:焦丽 装帧设计:焦丽
责任校对:陈民 责任印制:赵非非

版权所有 侵权必究

反盗版、反侵权举报电话:010-62978190

北京读者服务部电话:010-62979006-8021

外埠邮购电话:010-62978190

本书如有印装质量问题,请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话:010-62979006-8006

第2版作者的话

《文科高等数学》(第2版)是2009年出版的《高等数学C》(上册)(适合文科专业)的修订版教材。经过六年在北京师范大学文科专业的使用,我们对文科高等数学教材的定位,教材特色有了新的认识,并进行了完善教材的探索。

1. 关于教材定位

北京师范大学文科高等数学属于通识教育课程类的数理基础与科学素养模块,与专业教育培养学生在某一知识领域的专业技能和生存手段不同,大学文科数学课程要通过知识的基础性、启发性和跨学科应用的多样性,拓宽学生的视野,培养他们独立思考与判断的能力、理性的批判精神、高度的社会责任感、创新精神、实践能力和良好的社会适应能力。本教材安排了大量数学应用案例,以数学问题情境、例题、知识应用等形式自然嵌入数学知识系统中,使文科生能够在数学学习与外界现实情境的不断整合与重组过程中,增长知识、培养能力、提升素养,将所掌握的基础知识内化为创新思维 and 实践能力。如本书开始以古希腊哲学家芝诺与传说中的英雄阿基里斯的对话,展现极限概念的知识背景,用极限解释芝诺悖论的症结,表达了极限思想超越有限思维的特质;在呈现重要极限的运算时,结合富兰克林基金运作的实例,了解连续复利的效益;在定积分的应用部分,我们引入了劳伦斯衡量社会收入分配的曲线,将计算曲边梯形的面积值与揭示社会收入分配公平程度的基尼系数联系起来,用精确的数据表达对社会公平的期待;在矩阵的应用部分,引入了数字信息的加密和解密方法,介绍了现代社会,信息的数字转换、加工的基本原理。而概率统计知识本身就是来源于人们的社会、生活和工作的学问,它不是数学公

式和定理的堆砌,而是在繁杂多变的现实社会中,用逻辑推断去预测未来的工具.

2. 教材特色

作为非数学专业的大学文科教材,它不拘泥于数学知识的完备、逻辑系统的严谨,而是致力于文科生数学理解性学习.教材在语言表述方面,对数学概念赋予“意义理解”,如微分是研究事物“细微部分”的变化;定积分是“部分累积”的结果.在内容呈现方面,我们不仅展示数学知识内容,还突出数学的基本原理和实质.如导数概念的实质是函数变化的快慢程度,即函数的变化率.同时,我们也关注能够解释自然和社会现象规律的数学内容.如二项分布和正态分布是常见的随机变量的概率分布,而中心极限定理可以说明许多随机现象服从正态分布的原因,以及二项分布与正态分布在一定条件下的近似关系.因此,中心极限定理作为能揭示社会现象本质的工具,也是我们选取的数学内容之一.

本教材重视各章例题的示范性,尽量避免习题的偏、难状况;概率统计习题中的现实问题背景各色各样,要从其中抽取数学信息、自主选择数学方法解决问题,对许多文科生来讲有一定难度,他们还需要有一个经验积累的过程,因此,本书加大了这部分内容习题答案的提示,期望能帮助读者尽快掌握解决问题的方法.

最后,对北京师范大学出版社的大力支持表示衷心的感谢.由于作者水平有限,书中如有错误及不妥之处,敬请读者批评指正.

北京师范大学教育学部

刘京莉

2016年9月

第1版作者的话

本书是依据北京师范大学非数学专业文科高等数学课程的教学大纲编写的,内容包括微积分、线性代数和概率统计三部分.微积分含极限、一元微分和积分;线性代数简介含有行列式、矩阵与线性方程组解的判定及解法;概率统计初步含有概率的定义、计算、随机变量的概率分布及数字特征;样本的变异性、参数估计和假设检验思想介绍.内容以数学知识为载体,合理运用推理与归纳,让学生体验数学的思维方式和精髓;通过知识背景的导入和典型例题的分析,理解解决数学问题的方法,了解在现实世界中从数学视野认识事物,解决问题的数学应用价值.

数学符号是含义高度概括、表达形式高度浓缩的抽象的科学语言.它运用于数学概念、运算、公式、命题、推理和逻辑关系等整个数学过程中,使数学思维更加准确、概括、简明、直观和易于揭示数学对象的本质.数学符号已经被物理和科学技术的领域广泛采用,近年来在社会科学的研究中,也可以看到数学符号的身影.本书注重数学符号语言的标准化的,使用的所有数学符号是经作者仔细查阅众多资料慎重选用的,相关资料有国际标准 ISO 6862—1996《信息和文献.编制目录信息交换用数学编码字符集》、中华人民共和国国家标准 GB 3102.11—93《物理科学和技术中使用的数学符号》、日本国家标准 JIS Z 8201—1981《数学符号》、德国国家标准 DIN1302—1999《通用数学符号和概念》等,作者希望从数学符号入手,使读者能够掌握国际通用的数学符号语言.

本书内容将数学知识与人文社会科学案例有机地结合,使读者认识到数学在社会科学研究中的作用,培养大学生用数学

思维判断一般问题结论的合理性以及将一般问题数学化的能力;开阔文科学生的理性思维视野,养成运用数学工具解决实际问题的意识,提高大学生的综合素质.本书选择的案例充分考虑到教育、人文社会科学等方面人才的培养目标,体现文科专业进行社会科学研究时对数学的工具性要求,列举了大量客观世界中的实例,通过运用数学解决问题的过程,认识客观事物的本质,掌握理性思维的方式方法,增长运用数学工具解决问题的能力,感受彰显人类数学智慧的乐趣.本书是作者多年教学和实践的总结,可作为大学文科院系高等数学课程教材,也可供各级数学教师进修以及人文社会科学工作者参考.

最后,对北京师范大学数学科学学院李仲来教授多次的指导和建议;对北京师范大学出版社的大力支持表示衷心的感谢.由于作者水平有限,书中的错误及不妥之处在所难免,敬请读者指正.

北京师范大学教育学部

刘京莉

2009-01-12

目 录

绪 论 /1

- 0.1 数学语言 1
- 0.2 数学方法 5
- 0.3 数学应用 6

第一篇 微积分 /9

第 1 章 极限与连续 /11

- 1.1 极限概念和计算 11
 - 1.1.1 极限概念 11
 - 1.1.2 极限的运算法则 14
 - 1.1.3 两个重要极限 15
 - 1.1.4 无穷大与无穷小 18
- 1.2 连续函数的极限和性质 21
 - 1.2.1 连续与间断 21
 - 1.2.2 计算连续函数的极限 23
 - 1.2.3 闭区间上连续函数的性质 24
- 第 1 章 习题 25

第 2 章 微分 /27

- 2.1 导数及其应用 27
 - 2.1.1 导数概念 27
 - 2.1.2 导数的四则运算法则 32
 - 2.1.3 复合函数和隐函数的求导法则 33
 - 2.1.4 导数的基本公式和法则 36

2.1.5	导数的应用	38
2.2	微分及其应用	42
2.2.1	微分概念	42
2.2.2	微分公式和运算法则	44
2.2.3	微分在近似计算中的应用	45
第2章	习题	48

第3章 积分 /50

3.1	不定积分	50
3.1.1	不定积分的概念	50
3.1.2	不定积分的基本公式和法则	52
3.1.3	第一换元积分法和分部积分法	55
3.2	定积分	60
3.2.1	定积分的概念	60
3.2.2	定积分的性质	64
3.2.3	定积分的计算	66
3.2.4	定积分的应用	70
第3章	习题	73

第二篇 线性代数简介 /75

第4章 行列式 /77

4.1	行列式的概念	77
4.1.1	二阶和三阶行列式	77
4.1.2	n 阶行列式	79
4.2	行列式的性质与计算	80
4.2.1	行列式的性质	80
4.2.2	行列式的计算	82
4.3	克莱姆法则	85
第4章	习题	88

第5章 矩阵 /90

5.1	矩阵的概念与计算	90
5.1.1	矩阵概念	90

5.1.2	矩阵运算	92
5.1.3	矩阵的初等行变换	96
5.1.4	矩阵的秩	98
5.2	逆矩阵	101
5.2.1	逆矩阵的概念	101
5.2.2	逆矩阵的求法	102
5.3	矩阵的应用	104
第5章	习题	107

第6章 线性方程组 /109

6.1	矩阵的初等行变换与线性方程组	109
6.1.1	线性方程组的增广矩阵与行阶梯形矩阵	110
6.1.2	线性方程组有解的判定条件	111
6.1.3	线性方程组的通解	112
6.2	线性代数的应用	115
6.2.1	特征值与特征向量	115
6.2.2	构建线性模型	116
第6章	习题	121

第三篇 概率统计初步 /123

第7章 概 率 /125

7.1	随机事件及其运算	125
7.1.1	随机事件的概念	125
7.1.2	随机事件间的关系与运算	126
7.2	概率的定义和性质	130
7.2.1	概率定义	132
7.2.2	概率的性质	138
7.3	条件概率	141
7.3.1	条件概率	141
7.3.2	乘法公式	142
7.3.3	全概率公式和贝叶斯公式	143

7.4	事件的独立性	147
7.4.1	事件的独立性	147
7.4.2	n 重伯努利试验	148
7.5	随机变量及其分布	149
7.5.1	随机变量	149
7.5.2	离散型随机变量的概率分布	150
7.5.3	连续型随机变量及其概率密度	155
7.5.4	正态分布	157
7.6	随机变量的数字特征	162
7.6.1	数学期望	162
7.6.2	方差	166
7.6.3	数学期望和方差的应用	168
第7章	习题	170

第8章 大数定律和中心极限定理 /174

8.1	大数定律	174
8.1.1	切比雪夫不等式	174
8.1.2	大数定律	175
8.2	中心极限定理	178
8.2.1	两个中心极限定理	180
8.2.2	中心极限定理的应用	181
第8章	习题	184

第9章 统计基础知识 /185

9.1	基本概念	185
9.1.1	总体和样本	185
9.1.2	统计量	186
9.2	抽样分布	188
9.2.1	常见统计分布	188
9.2.2	样本均值的抽样分布	190
9.2.3	正态总体的抽样分布	192
第9章	习题	194

第 10 章 参数估计与假设检验 /195

10.1 参数估计	195
10.1.1 点估计的方法	195
10.1.2 区间估计	200
10.2 假设检验	203
10.2.1 假设检验的基本概念	203
10.2.2 单个正态总体均值假设检验的基本步骤	205
第 10 章 习题	207

部分习题参考答案与提示 /208**附录 常用统计分布表** /220

附表 1 二项系数表	220
附表 2 二项分布概率值表	221
附表 3 泊松分布概率值表	223
附表 4 标准正态分布函数值表	226
附表 5 t 分布上分位数表	228

绪 论

《文科高等数学(第2版)》是针对文科学生的实际需要、知识结构和思维特点选取和设计的,全书以微积分、线性代数、统计和概率为主要内容,并以数学的语言来呈现;知识的展开过程蕴含了数学研究问题的思维方式;数学应用为人们开辟了理性解决问题的视野.在学习过程中,我们要学会概括每一部分知识的意义作用,明确它在整个知识体系中的地位,如微分是研究事物细微变化的;积分是将部分累积至整体的行动;解线性方程组是建立平衡并寻找平衡的支点的过程;学习概率是利用数值判断机会等,同时也为今后能有意识地、自如地运用数学工具打下基础.因此,我们在学习知识的过程中也要关注数学语言、数学方法和数学应用.

0.1 数学语言

数学语言作为一种表达科学思想的通用语言和数学思维的最佳载体,包含着多方面的内容;其中较为突出的是文字语言、符号语言及图形语言,其特点是准确、严密、简明.各种形态的数学语言各有其优越性,如概念定义严密,揭示本质属性;术语引入科学、自然,体系完整规范;符号指意简明,书写方便,且集中表达数学内容;表达式将关系融于形式之中,有助运算,便于思考;图形表现直观,有助记忆,有助思维,有益于问题解决.以符号语言为例,中华人民共和国国家标准 GB 3102.11—93《物理科学和技术中使用的数学符号》是参照采用国际标准 ISO 31—11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》制定的,对数学符号、意义、备注及示例做了明确的规定,内容包括几何符号如 \cong ;集合论符号如 \in, \cup, \cap ;数理逻辑符号 $\Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall, \exists$;杂类符号如 $\underline{\text{def}}$, \max, \min ;运算符号如 $\sum_{i=1}^n a_i$;函数符号如 $f(x), \frac{df}{dx}$;三角函数 $\sin x$;复数符号如 $\text{Re } Z, \text{Im } Z$;矩阵符号如 $\det A$;坐标系符号 x, y, z ;矢量和张量符号如 \mathbf{a} , 等等.表 0.1.1 介绍本书中用到的几个数学符号.

表 0.1.1 数学符号及示例

符号表示	意义	例 如
\Rightarrow	推断	$p \Rightarrow q$ 即若 p 则 q , 有时也用 \rightarrow
\Leftrightarrow	等价	$p \Leftrightarrow q$ 即 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 有时也用 \leftrightarrow
\forall	一切、任何、每个	$\forall x \geq 0$ 表示“一切非负的 x ”
\exists	存在着、至少有一个	$\exists n \in \mathbf{N}^*$ 表示“在正整数集合 \mathbf{N}^* 中存在着数 n ”
<u>def</u>	$a \stackrel{\text{def}}{=} b$ 按定义 a 等于 b 或 a 以 b 为定义	$p \stackrel{\text{def}}{=} mv$, 式中 p 为动量 m 为质量, v 为速度
$\text{sgn } a$	a 的符号函数	$\text{sgn } a \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{当 } a > 0 \text{ 时,} \\ 0, & \text{当 } a = 0 \text{ 时,} \\ -1, & \text{当 } a < 0 \text{ 时} \end{cases}$
$n!$	n 的阶乘	$n \geq 1$ 时, $n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \times 2 \times \cdots \times n$; $n = 0$ 时, $0! = 1$.
C_n^m	组合数	$C_n^m = \frac{n!}{m! (n-m)!}$
$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \cdots + a_n$	$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$
$\prod_{i=1}^n a_i$	$a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$	$\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n \cdot \cdots$
$o(g(x))$	$f(x) = o(g(x))$ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$	当 x 趋于 a 时, $f(x)$ 较 $g(x)$ 更快地趋于 0
Δx	x 的增量或改变量	$\Delta x = x - x_0$
$\{ \} \}$	满足某条件的集合	a 的 h 邻域 $N_h(a) = \{x \mid x-a < h\}$, 其中 h 为邻域半径, a 的空心 h 邻域 $N_h(\bar{a}) = \{x \mid 0 < x-a < h\}$, a 的右 h 邻域 $N_h^+(a) = \{x \mid a \leq x < a+h\}$, a 的左 h 邻域 $N_h^-(a) = \{x \mid a-h < x \leq a\}$, a 的空心右 h 邻域 $N_h^+(\bar{a}) = \{x \mid a < x < a+h\}$, a 的空心左 h 邻域 $N_h^-(\bar{a}) = \{x \mid a-h < x < a\}$, 不必指明邻域半径时, 记号中可省略 h . 如: 用 $N(a), N(\bar{a})$ 表示 a 的邻域和 a 的空心邻域

数学语言是一种高度抽象的人工符号系统,要驾驭它的途径很多,运用普通语言描述概念的意义和解释定理所揭示的本质属性,使抽象的数学语言在我们熟悉的语言环境中找到借鉴,从而达到对数学语言的深刻理解.如“标准差”既有标准(均值)又有偏差的含义,标准差是数据分布中每个数值与均值的偏差平方的平均数,标准差越大,数值分布越分散,则数值之间的相互差异越大,因此可以作为度量数据分散程度的单位尺度.而标准差的符号语言简洁、明确,但表现形式比较抽象.借助于普通语言的解释功能可以辅助数学语言的学习.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

在数学语言内部,熟练地掌握各种形式语言的用法,灵活地对它们进行各种等价转换,有助于深刻地理解数学的意义.如图形语言是一种视觉语言,通过图形给出某些条件,其特点是直观,便于观察与联想,观察题设图形的形状、范围,联想相关的数量或方程.很多数学家都是借助于直观图进行思维的.由于直观形象具有整体性的特征,因此往往成为对于对象或问题直觉的把握的重要渊源.教材中使用了各种语言形式(符号、图形和表格)呈现内容,如三角函数的符号: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$,它们的图形见图 0.1.1,图 0.1.2.

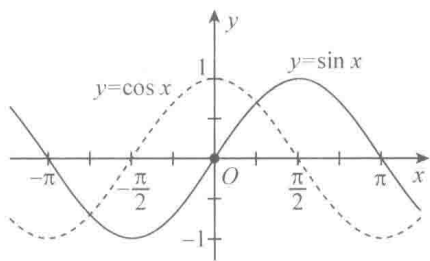


图 0.1.1

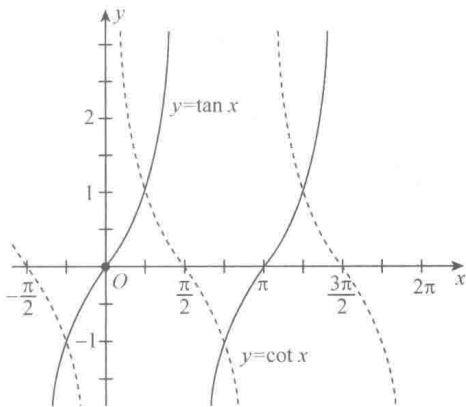


图 0.1.2

反三角函数的符号: $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctan x$, $y = \operatorname{arccot} x$,图形见图 0.1.3,图 0.1.4,图 0.1.5,图 0.1.6.

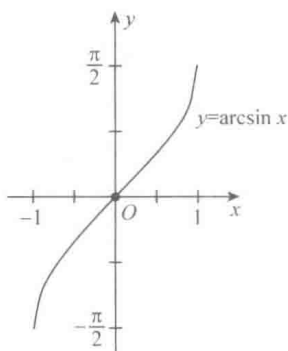


图 0.1.3

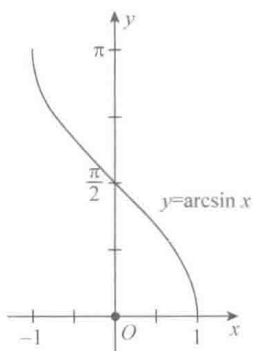


图 0.1.4

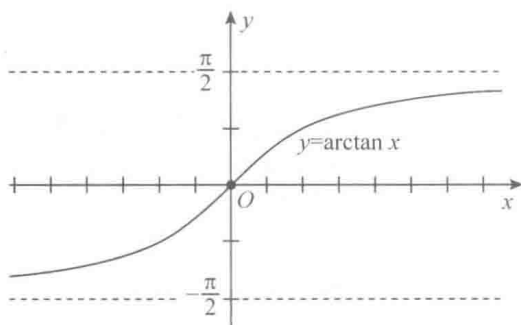


图 0.1.5

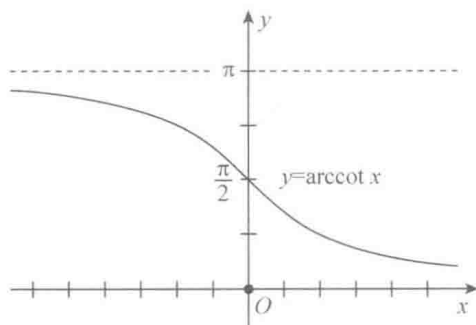


图 0.1.6

利用函数的符号语言和图形语言间的关联和转换分析问题,将更易于理解和解决问题.

“数学化”将普通语言译为数学符号语言,它是利用数学知识解决实际问题的必要步骤.数学符号和规则从现实世界得到其意义,又在更大的范围内作用于现实.

0.2 数学方法

思维总是按照一定的模式进行的,数学更具有自己特殊的思维模式,这就是数学方法.它的一个重要途径是通过典型例子的分析引导出具有普遍意义的思想方法或模式.在各个数学分支中都有具体的数学思想方法,如微积分的极限方法就是利用一个变量连续地逼近某一个确定的量,而且逼近的程度小于任何给定的方法解决问题.曲线割线的斜率连续地逼近切线的斜率即导数;变量小矩形面积之和连续地逼近曲边梯形的面积即定积分,都是运用了极限方法.

有的数学方法如化归方法具有普遍意义.“化归方法”是指数学家们把待解决的问题,通过某种转化过程,归结到一类已经能解决或者比较容易解决的问题中,最终获得原问题解答的一种手段和方法.数学家们往往不是正面地攻克问题,而是不断地将它变形,直至把它转化为已经得到的问题.在这里我们以复合函数为例说明.

设 $y=f(u)$ ($u \in U$), $u=g(x)$ ($x \in X, u \in U_1$), 若 $u_1 \subset U$, 则称 $y=f[g(x)]$ ($x \in X$) 为 $y=f(u)$ 和 $u=g(x)$ 的复合函数,其中 u 称为中间变量.

例如,求 $y=\log_{0.5}(x^2+4x+4)$ 在哪个区间内是增函数?

分析: $y=\log_{0.5}(x^2+4x+4)$ 是复合函数,我们不能直接判断它的单调区间,但在中学已经非常熟悉基本初等函数的单调性了.化归法的思想是将问题进行变形、转化,直至归结到一类已经能解决或者比较容易解决的问题中去.化归的基本方法很多,这里我们用换元变形法,设中间变量 $u=x^2+4x+4$, 那么问题就转化为求 $y=\log_{0.5}u$ 的单调区间,问题就简单化了,它是基本初等函数的单调性问题.为了达到这一目标,我们只要考虑 $u=x^2+4x+4=(x+2)^2$ 的单调区间与 $y=\log_{0.5}u$ 之间的联系即可. $u=(x+2)^2$ 在 $(-\infty, -2)$ 是减函数;在 $(-2, +\infty)$ 是增函数,且 $u>0$, 而 $y=\log_{0.5}u$ 在 $(0, +\infty)$ 是减函数,且 $u=u(x)$ 的值域与 $y=f(u)$ 的定义域相同,所以 $y=\log_{0.5}(x^2+4x+4)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上是增函数.

转化和化归是数学中最基本的思想方法.化归的方向是由未知到已知,由难到易,由繁到简.它启示我们应以运动、变化、发展以及事物间的相互联系和制约的观点去看待问题,善于对所要解决的问题进行变形和转化.