

注册公用设备工程师考试

公共基础课 精讲精练

给水排水
暖通空调及动力专业

刘 燕 主编

- 畅销 10 年，考生一致好评，网友和各大培训机构强烈推荐考试用书。
- 权威专家编写，对考试的命题趋势把握精准到位。
- 精讲精练系统全面，考生短时间既能夯实基础，掌握解题技巧，又能提高解决问题的能力。



QQ 交流群：
195322008



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

注册公用设备工程师考试

2017

注册公用设备工程师考试

公共基础课 精讲精练

给水排水 暖通空调及动力专业

刘 燕 主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

注册公用设备(给水排水、暖通空调及动力专业)工程师执业资格考试已经实施十多年了,为有效指导考生复习、应考,编者特组织编写了本辅导教材。教材以注册公用设备工程师基础考试大纲为依据,以考试大纲中提供的参考书目为基础,集中了编者们的深厚的专业知识和多年丰富的教学、辅导经验,使其具有较强的指导性和实用性。

本教材力求简明扼要,联系实际,着重于对概念的理解和运用,特别是其中的例题结合考题的形式,注意突出重点概念的讲解。每章前附有考试大纲,每章后附有复习题以及复习题答案与提示,可作为考生检验复习效果和准备考试之用。最后有一套模拟试卷可作为考前冲刺的训练。书中将2009~2016年的考试真题穿插于全书之中,并进行了详细讲解,以供读者参考。

由于很多专业(如电气、结构、岩土、环保等)工程师执业资格公共基础部分的考试大纲完全相同,因此本书不仅是参加公用设备(给水排水、暖通空调及动力专业)工程师执业资格公共基础考试人员的必备参考书,也同样适用于其他与注册公用设备工程师公共基础考试大纲相同的专业。

图书在版编目(CIP)数据

2017 注册公用设备工程师考试. 公共基础课精讲精练. 给水排水、暖通空调及动力专业/刘燕主编. —北京:中国电力出版社,2017.4

ISBN 978-7-5198-0443-5

I. ①②… II. ①刘… III. ①城市公用设施-资格考试-自学参考资料②给水排水系统-资格考试-自学参考资料③建筑工程-供热系统-资格考试-自学参考资料④建筑工程-通风系统-资格考试-自学参考资料⑤建筑工程-空气调节系统-资格考试-自学参考资料 IV. ①TU8

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 039242 号

出版发行:中国电力出版社

地 址:北京市东城区北京站西街19号(邮政编码100005)

网 址:<http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑:梁 瑶 杨淑玲(010-63412605/010-63412602)

责任校对:王开云 闫秀英

装帧设计:张俊霞

责任印制:郭华清

印 刷:三河市百盛印装有限公司

版 次:2017年4月第一版

印 次:2017年4月北京第一次印刷

开 本:787毫米×1092毫米 16开本

印 张:37.5

字 数:918千字

定 价:98.00元

版 权 专 有 侵 权 必 究

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

编委会成员

主 编 刘 燕

参 编 (以编写章节为序)

李群高	魏京花	岳冠华	刘 燕	张 英
王文海	叶安丽	刘辛国	陈志新	姜 军
王建宾	章美芬			

各章编写人员名单如下:

第1章	数学	李群高		
第2章	物理学	魏京花		
第3章	化学	岳冠华		
第4章	理论力学	刘 燕		
第5章	材料力学	张 英		
第6章	流体力学	王文海		
第7章	电气与信息	叶安丽	刘辛国	陈志新
第8章	法律法规	姜 军	王建宾	
第9章	工程经济	章美芬		

前 言

建设部和人事部决定自 2005 年起实施注册公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格考试制度，这是为适应社会主义市场经济体制，使工程设计管理体制和人事管理制度尽快与国际接轨的一项配套改革措施。要想取得注册公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格，必须通过全国统一考试取得证书后方可执业上岗。

为配合全国注册公用设备（给排水、暖通空调及动力专业）工程师资格考试，也为有效指导考生复习和应试，特组织编写本书，它以中华人民共和国建设部 2009 年公布的注册公用设备工程师公共基础考试大纲为依据，以考试大纲中提供的参考书目为基础，集中了编者们丰富的专业知识和多年教学、辅导经验，具有较强的指导性和实用性。本书包含了数学、物理学、化学、理论力学、材料力学、流体力学、电气与信息、法律法规和工程经济九门课程的基础知识。

本辅导教材自 2005 年出版以来，深受广大读者和考生的好评，已修订过多次。本次出版，主要是将 2009 年修订考试大纲后的 7 年考试真题（2009 ~ 2016 年，其中 2015 年未考）编入了本书中的例题、复习题和模拟试卷中，同时在内容上也进行了修改。

本次出版后教材的主要特点是：

- (1) 为方便考生了解考试内容，在每一章开始时附有该章的考试大纲。
- (2) 教材简明扼要，联系实际，着重于对概念的理解和运用。
- (3) 教材中的例题和复习题参考历年考试真题（特别是大纲修改后的考试真题）的形式，注意突出重点概念的讲解。
- (4) 每章后均附有复习题以及复习题答案与提示，作为练习和检验复习效果之用。
- (5) 最后的一套模拟试卷可作为考前冲刺的训练。

由于很多专业（如电气、结构、岩土、环保等）工程师执业资格公共基础部分的考试大纲完全相同，因此本书不仅是参加公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格公共基础考试人员的必备参考书，也同样适用于其他与注册公用设备工程师公共基础考试大纲相同的专业。

由于时间仓促，在编写过程中难免有疏漏之处，恳请读者指正，有关本书的任何疑问意见及建议，欢迎加入 QQ 群 195322008 进行讨论。

编者

目 录

前言

第一篇 工程科学基础

第1章 数学 1

考试大纲 1

1.1 空间解析几何 2

1.1.1 向量代数 2

1.1.2 平面 5

1.1.3 直线 6

1.1.4 曲面 8

1.1.5 空间曲线 9

1.2 微分学 10

1.2.1 极限与函数的连续性 10

1.2.2 导数与微分 15

1.2.3 偏导数与全微分 19

1.2.4 导数与微分应用 20

1.3 积分学 25

1.3.1 不定积分 25

1.3.2 定积分 28

1.3.3 广义积分 31

1.3.4 重积分 32

1.3.5 平面曲线积分 37

1.3.6 定积分应用 38

1.4 无穷级数 40

1.4.1 常数项级数 40

1.4.2 幂级数 43

1.4.3 傅里叶级数 46

1.5 常微分方程 47

1.5.1 微分方程的基本概念 47

1.5.2 可分离变量方程 47

1.5.3 一阶线性微分方程 48

1.5.4 全微分方程 48

1.5.5 可降阶微分方程 50

1.5.6 二阶线性微分方程 50

1.6 线性代数 52

1.6.1 行列式 52

1.6.2 矩阵 55

1.6.3 n 维向量的线性相关性 61

1.6.4 线性方程组 63

1.6.5 矩阵的特征值与特征向量 67

1.6.6 二次型 70

1.7 概率与数理统计 71

1.7.1 随机事件的概率 71

1.7.2 一维随机变量及其分布 78

1.7.3 数理统计的基本概念 84

1.7.4 参数估计 87

1.7.5 假设检验 91

复习题 93

复习题答案与提示 108

第2章 物理学 119

考试大纲 119

2.1 热学 119

2.1.1 复习指导 119

2.1.2 气体状态参量 平衡态 119

2.1.3 理想气体状态方程 120

2.1.4 理想气体的压强和温度的

统计解释 120

2.1.5 能量按自由度均分原理 121

2.1.6 理想气体内能 122

2.1.7 麦克斯韦速率分布定律 122

2.1.8 平均碰撞次数和平均自由程 124

2.1.9 内能、功和热量 125

2.1.10 热力学第一定律 125

2.1.11 热力学第一定律在理想气体等效 过程和绝热过程中的应用	126	3.3.1 反应热与热化学方程式	187
2.1.12 气体摩尔热容	127	3.3.2 化学反应速率	189
2.1.13 循环过程和卡诺循环	128	3.3.3 化学反应方向判断	192
2.1.14 热力学第二定律及其统计 意义	130	3.3.4 化学平衡	193
2.1.15 可逆过程和不可逆过程	130	3.3.5 化学平衡移动的原理	195
2.2 波动学	130	3.4 氧化还原反应与电化学	196
2.2.1 复习指导	130	3.4.1 氧化还原反应的概念	196
2.2.2 机械波的产生与传播	131	3.4.2 原电池	198
2.2.3 简谐波的表达式	132	3.4.3 电极电势	199
2.2.4 波的能量	134	3.4.4 电极电势的应用	201
2.2.5 波的干涉、驻波	135	3.4.5 标准电势图及其应用	202
2.2.6 声波、声强、声强级	136	3.4.6 金属的腐蚀及防护	203
2.2.7 多普勒效应	136	3.5 有机化学	204
2.3 光学	137	3.5.1 有机物的特点及分类	204
2.3.1 复习指导	137	3.5.2 烃及烃的衍生物的分类及 结构特征	205
2.3.2 概述	137	3.5.3 有机化合物的命名	206
2.3.3 光的衍射	142	3.5.4 有机物的重要化学反应	209
2.3.4 光的偏振	145	3.5.5 聚合反应	214
复习题	148	3.5.6 高分子材料	215
复习题答案与提示	157	3.5.7 基本有机化合物的结构、基本 性质及用途	218
第3章 化学	164	复习题	220
考试大纲	164	复习题答案与提示	230
3.1 物质的结构和物质状态	164	第4章 理论力学	240
3.1.1 原子结构的近代概念	164	考试大纲	240
3.1.2 原子结构和元素周期律	168	4.1 静力学	240
3.1.3 氧化物及其水合物的酸碱性 递变规律	171	4.1.1 静力学的基本概念及基本原理	240
3.1.4 化学键和分子结构	172	4.1.2 力系的简化	246
3.1.5 晶体结构和性质	176	4.1.3 力系的平衡	247
3.1.6 物质状态	177	4.2 运动学	254
3.2 溶液	178	4.2.1 点的运动学	254
3.2.1 溶液浓度	178	4.2.2 刚体的基本运动	256
3.2.2 稀溶液的通性	179	4.2.3 点的合成运动	259
3.2.3 弱电解质溶液的解离平衡	181	4.2.4 刚体的平面运动	261
3.2.4 难溶电解质的多相解离平衡	186	4.3 动力学	264
3.3 化学反应速率及化学平衡	187	4.3.1 动力学基本定律及质点运动 微分方程	264

4.3.2 动力学普遍定理	265	5.6.5 梁的合理截面形状	311
4.3.3 达朗贝尔原理	271	5.6.6 弯曲中心的概念	312
4.3.4 质点的直线振动	274	5.6.7 梁的位移	313
复习题	279	5.7 应力状态	315
复习题答案与提示	289	5.7.1 点的应力状态	315
第5章 材料力学	293	5.7.2 平面应力状态	316
考试大纲	293	5.7.3 三向应力状态简介	317
5.1 材料在拉伸、压缩时的力学性能	293	5.7.4 广义胡克定律	317
5.2 拉伸和压缩	295	5.7.5 强度理论	318
5.2.1 轴向拉伸与压缩的概念	295	5.8 组合变形	321
5.2.2 轴向拉伸与压缩杆件的内力	295	5.8.1 斜弯曲	321
5.2.3 强度条件	297	5.8.2 拉(压)弯组和变形	322
5.2.4 轴向拉压杆的变形		5.8.3 弯扭组合变形	322
胡克定律	298	5.9 压杆稳定	324
5.3 剪切和挤压	300	5.9.1 压杆稳定的临界力	
5.3.1 连接件的实用计算	300	欧拉公式	324
5.3.2 切应力互等定理剪切		5.9.2 欧拉公式的适用范围及	
胡克定律	302	经验公式	325
5.4 扭转	302	5.9.3 压杆的稳定计算	326
5.4.1 扭转的概念	302	5.9.4 提高压杆稳定性的措施	326
5.4.2 外力偶矩的计算	302	复习题	328
5.4.3 扭矩和扭矩图	302	复习题答案与提示	341
5.4.4 圆杆在扭转时的应力和		第6章 流体力学	345
强度条件	303	考试大纲	345
5.4.5 圆杆扭转时的变形	304	6.1 流体的主要物性与流体静力学	345
5.5 截面几何性质	305	6.1.1 压缩性和膨胀性	345
5.5.1 静矩与形心	305	6.1.2 流体的黏性与牛顿	
5.5.2 极惯性矩、惯性矩、惯性积、		内摩擦定律	346
惯性半径	305	6.1.3 流体静压强及其特性	347
5.5.3 惯性矩的平行移轴公式	306	6.1.4 重力作用下流体静压强的	
5.5.4 惯性主轴和主惯性矩	306	分布规律及其度量	347
5.6 弯曲	306	6.1.5 作用于平面的液体	
5.6.1 平面弯曲的概念	306	总压力计算	348
5.6.2 梁的内力	307	6.2 流体动力学基础	350
5.6.3 弯曲正应力 正应力强度条件	310	6.2.1 以流场为对象描述	
5.6.4 弯曲切应力 弯曲切应力		流动的概念	350
强度条件	311	6.2.2 流体运动的总流分析	350
		6.3 流动阻力和能量损失	354

6.3.1 实际流体的两种流态—— 层流和紊流	354	6.5.2 产生均匀流的条件	363
6.3.2 圆管中的层流运动 紊流运动的特征	354	6.5.3 明渠恒定非均匀流的 流动状态	363
6.3.3 沿程水头损失和局部 水头损失	355	6.5.4 明渠恒定均匀流的水力计算	364
6.3.4 减小阻力的措施	358	6.6 渗流、井和集水廊道	366
6.4 孔口管嘴管道流动	359	6.6.1 土壤的渗流特性	366
6.4.1 孔口自由出流、孔口 淹没出流	359	6.6.2 达西定律	366
6.4.2 管嘴出流	360	6.6.3 井和集水廊道	367
6.4.3 有压管道恒定流	361	6.7 相似原理和量纲分析	369
6.4.4 管道的串联和并联	361	6.7.1 力学相似原理	369
6.5 明渠恒定流	362	6.7.2 相似准则	369
6.5.1 明渠均匀水流特性	363	6.7.3 量纲分析法	370
		复习题	371
		复习题答案与提示	379

第二篇 现代技术基础

第7章 电气与信息	383	7.3.3 常用电动机的继电-接触器 控制	402
考试大纲	383	7.4 信号与信息	404
7.1 电磁学概念	384	7.4.1 信息	404
7.1.1 库仑定律	384	7.4.2 数据	404
7.1.2 高斯定理	384	7.4.3 信号	405
7.1.3 安培环路定律	385	7.4.4 模拟信号与信息	407
7.1.4 电磁感应定律	385	7.4.5 数字信号与信息	409
7.2 电路知识	386	7.5 模拟电子技术	412
7.2.1 电路基本元件	386	7.5.1 半导体二极管	412
7.2.2 欧姆定律	387	7.5.2 整流电路和滤波电路	412
7.2.3 基尔霍夫定律	387	7.5.3 稳压电路	414
7.2.4 叠加原理	388	7.5.4 三极管和单管放大电路	415
7.2.5 戴维南定理	388	7.5.5 运算放大器	418
7.2.6 正弦交流电路	389	7.6 数字电子技术	421
7.2.7 三相电路	395	7.6.1 基本门电路	421
7.2.8 安全用电常识	397	7.6.2 触发器	424
7.2.9 RC 和 RL 电路暂态过程	399	7.7 计算机系统	426
7.3 变压器与电动机	400	7.7.1 计算机系统概述	426
7.3.1 变压器	400	7.7.2 计算机硬件的组成及功能	427
7.3.2 三相异步电动机的使用	401	7.7.3 计算机软件的组成及功能	428

7.8 信息表示	431	7.10.2 计算机网络的特点	438
7.8.1 信息在计算机内的表示	431	7.10.3 计算机网络的基本组成	439
7.8.2 数制转换	433	7.10.4 计算机网络的主要功能与应用	439
7.8.3 典型考题举例及解析	435	7.10.5 网络的拓扑结构	439
7.9 常用操作系统	436	7.10.6 网络的传输介质	440
7.9.1 Windows 操作系统的发展	436	7.10.7 计算机网络的分类	440
7.9.2 操作系统的管理功能	436	复习题	443
7.10 计算机网络	438	复习题答案与提示	454
7.10.1 什么是计算机网络	438		

第三篇 工程管理基础

第8章 法律法规	459	8.4.1 合同法概述	477
考试大纲	459	8.4.2 合同的订立	478
8.1 中华人民共和国建筑法	459	8.4.3 合同的效力	479
8.1.1 建筑法概述	459	8.4.4 合同的履行	481
8.1.2 建筑许可	460	8.4.5 合同的变更和转让	483
8.1.3 建筑工程发包与承包	461	8.4.6 合同权利义务的终止	483
8.1.4 建筑工程监理	462	8.4.7 违约责任	484
8.1.5 建筑安全生产管理	463	8.5 中华人民共和国行政许可法	485
8.1.6 建设工程质量管理	464	8.5.1 行政许可法概述	485
8.1.7 《建筑法》规定的法律责任	465	8.5.2 行政许可的设定	486
8.2 中华人民共和国安全生产法	465	8.5.3 行政许可的实施机关	487
8.2.1 安全生产法概述	465	8.5.4 行政许可的实施程序	487
8.2.2 生产经营单位的安全 生产保障	466	8.5.5 行政许可期限	488
8.2.3 从业人员的权利和义务	469	8.5.6 行政许可听证	489
8.2.4 安全生产的监督管理	470	8.5.7 行政许可费用	489
8.2.5 生产安全事故的应急救援与 调查处理	471	8.6 中华人民共和国节约能源法	489
8.3 中华人民共和国招标投标法	471	8.6.1 节约能源法概述	489
8.3.1 招投标概述	471	8.6.2 节能管理	490
8.3.2 招标	472	8.6.3 合理使用与节约能源	490
8.3.3 投标	474	8.6.4 节能技术进步	491
8.3.4 开标	474	8.6.5 激励措施	491
8.3.5 评标与中标	475	8.6.6 法律责任	492
8.3.6 法律责任	475	8.7 中华人民共和国环境保护法	492
8.4 中华人民共和国合同法	477	8.7.1 环境保护法概述	492
		8.7.2 环境监督管理	493
		8.7.3 保护和改善环境	494
		8.7.4 防治环境污染和其他公害	494

8.7.5 信息公开和公众参与	495	9.1.4 现金流量及现金流量图	520
8.7.6 法律责任	496	9.1.5 资金等值计算的常用公式及 复利系数表的应用	521
8.8 建设工程勘察设计管理条例	497	9.2 财务效益与费用估算	524
8.8.1 建设工程勘察设计管理 条例概述	497	9.2.1 项目的分类	524
8.8.2 资质资格管理	497	9.2.2 项目计算期	524
8.8.3 建设工程勘察设计发包与 承包	497	9.2.3 财务效益与费用	525
8.8.4 建设工程勘察设计文件的 编制与实施	498	9.2.4 营业收入	525
8.8.5 监督管理	499	9.2.5 补贴收入	525
8.9 建设工程质量管理条例	499	9.2.6 建设投资	525
8.9.1 建设工程质量管理条例概述	499	9.2.7 建设期利息	526
8.9.2 建设单位的质量责任和义务	499	9.2.8 流动资金	526
8.9.3 勘察、设计单位的质量责任和 义务	500	9.2.9 总成本费用	526
8.9.4 施工单位的质量责任和义务	501	9.2.10 经营成本	526
8.9.5 工程监理单位的质量责任和 义务	502	9.2.11 项目评价涉及的税费	527
8.9.6 建设工程质量保修	502	9.2.12 总投资形成的资产	527
8.10 建设工程安全生产管理条例	503	9.3 资金来源与融资方案	528
8.10.1 建设工程安全生产管理条例 概述	503	9.3.1 资金筹措的主要方式	528
8.10.2 建设单位的安全责任	503	9.3.2 资金成本	528
8.10.3 勘察、设计、工程监理及其他 有关单位的安全责任	504	9.3.3 债务偿还的主要方式	529
8.10.4 施工单位的安全责任	504	9.4 财务分析	529
8.10.5 监督管理	506	9.4.1 财务评价的内容	529
8.10.6 生产安全事故的应急救援和 调查处理	506	9.4.2 盈利能力分析	530
复习题	507	9.4.3 偿债能力分析	534
复习题答案与提示	516	9.4.4 财务生存能力分析	534
第9章 工程经济	519	9.4.5 财务分析报表	535
考试大纲	519	9.4.6 基准收益率	538
9.1 资金的时间价值	519	9.5 经济费用效益分析	538
9.1.1 资金时间价值的概念	519	9.5.1 经济费用和效益	539
9.1.2 利息及计算	519	9.5.2 社会折现率	539
9.1.3 名义利率与实际（或称有效） 利率	520	9.5.3 影子价格	539
		9.5.4 影子汇率	540
		9.5.5 影子工资	540
		9.5.6 经济净现值	540
		9.5.7 经济内部收益率（EIRR）	541
		9.5.8 经济效益费用比（ R_{BC} ）	541
		9.6 不确定性分析	541
		9.6.1 盈亏平衡分析	541
		9.6.2 敏感性分析	543

9.7 方案经济比选	545	9.9.1 价值工程的概念、内容与 实施步骤	549
9.7.1 方案比选的类型	545	9.9.2 功能分析	550
9.7.2 方案经济比选方法	545	9.9.3 功能评价	551
9.7.3 计算期不同的互斥方案的 比选	547	9.9.4 价值评价	552
9.8 改扩建项目经济评价特点	549	9.9.5 改进方案创新和评价	552
9.8.1 改扩建项目的特点	549	附录 复利系数表	553
9.8.2 改扩建项目经济评价中效益 费用识别与估算原则	549	复习题	556
9.8.3 改扩建项目财务分析的 两层次	549	复习题答案与提示	559
9.8.4 改扩建项目的经济费用 效益分析	549	模拟试卷	562
9.9 价值工程	549	模拟试卷答案与提示	577
		参考文献	585

第一篇 工程科学基础

第1章 数 学

考试大纲

1.1 空间解析几何 向量的线性运算;向量的数量积、向量积及混合积;两向量垂直、平行的条件;直线方程;平面方程;平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系;点到平面、直线的距离;球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程;常用的二次曲面方程;空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

1.2 微分学 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性;数列极限与函数极限的定义及其性质;无穷小和无穷大的概念及其关系;无穷小的性质及无穷小的比较;极限的四则运算;函数连续的概念;函数间断点及其类型;导数与微分的概念;导数的几何意义和物理意义;平面曲线的切线和法线;导数和微分的四则运算;高阶导数;微分中值定理;洛必达法则;函数单调性的判别;函数的极值;函数曲线的凹凸性、拐点;偏导数与全微分的概念;二阶偏导数;空间曲线的切线及法平面;曲面的切平面和法线;多元函数的极值和条件极值;多元函数的最大、最小值及其简单应用。

1.3 积分学 原函数与不定积分的概念;不定积分的基本性质;基本积分公式;定积分的基本概念和性质(包括定积分中值定理);积分上限的函数及其导数;牛顿-莱布尼兹公式;不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法;有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分;广义积分;二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用;两类曲线积分的概念、性质和计算;求平面图形的面积、平面曲线的弧长和旋转体的体积。

1.4 无穷级数 数项级数的敛散性概念;收敛级数的和;级数的基本性质与级数收敛的必要条件;几何级数与 p 级数及其收敛性;正项级数敛散性的判别法;交错级数敛散性判别;任意项级数的绝对收敛与条件收敛;幂级数及其收敛半径、收敛区间和收敛域;幂级数的和函数;函数的泰勒级数展开;函数的傅里叶系数与傅里叶级数。

1.5 常微分方程 常微分方程的基本概念;变量可分离的微分方程;齐次微分方程;一阶线性微分方程;全微分方程;可降阶的高阶微分方程;线性微分方程解的性质及解的结构定理;二阶常系数齐次线性微分方程。

1.6 线性代数 行列式的性质及计算;行列式按行展开定理的应用;矩阵的运算;逆矩阵的概念、性质及求法;矩阵的初等变换和初等矩阵;矩阵的秩;等价矩阵的概念和性质;向量的线性表示;向量组的线性相关的和线性无关;线性方程组有解的判定;线性方程组求解;矩阵的特征值和特征向量的概念与性质;相似矩阵的概念和性质;矩阵的相似对角化;二次型及其矩阵表示;合同矩阵的概念和性质;二次型的秩;惯性定理;二次型及其矩阵的正定性。

1.7 概率与数理统计 随机事件与样本空间;事件的关系与运算;概率的基本性质;古典

概率;条件概率;概率的基本公式;事件的独立性;独立重复试验;随机变量;随机变量的分布函数;离散型随机变量的概率分布;连续型随机变量的概率密度;常见随机变量的分布;随机变量数学期望、方差、标准差及其性质;随机变量函数的数学期望;矩、协方差、相关系数及其性质;总体;个体;简单随机样本;统计量;样本均值;样本方差和样本矩; χ^2 分布; t 分布; F 分布;点估计的概念;估计量与估计值;矩估计法;最大似然估计法;估计量的评选标准;区间估计的概念;单个正态总体的均值和方差的区间估计;两个正态总体的均值差和方差比的区间估计;显著性检验;单个正态总体的均值和方差的假设检验。

1.1 空间解析几何

1.1.1 向量代数

1. 向量的概念

(1) 向量的坐标。设向量 $\mathbf{a}$ 的起点为 $A(x_1, y_1, z_1)$, 终点为 $B(x_2, y_2, z_2)$, 则

$$\mathbf{a} = \mathbf{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\} = \{a_x, a_y, a_z\} \quad (1-1)$$

注意: a_x, a_y, a_z 是向量 $\mathbf{a}$ 的坐标, 向量的坐标也是该向量在三坐标轴上的投影。

(2) 向量的模(向量的大小)

$$|\mathbf{a}| = |\mathbf{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-2)$$

(3) 向量的方向角与方向余弦(表示向量的方向)。向量 $\mathbf{a}$ 与 x 轴、 y 轴、 z 轴正向的夹角 α, β, γ 叫 $\mathbf{a}$ 的方向角($0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq \pi$)。 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 叫作 $\mathbf{a}$ 的方向余弦($\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$)

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\mathbf{a}|}, \quad \cos \beta = \frac{a_y}{|\mathbf{a}|}, \quad \cos \gamma = \frac{a_z}{|\mathbf{a}|} \quad (1-3)$$

(4) 几种特殊向量。

1) 单位向量: 模为 1 的向量。

与 $\mathbf{a}$ 同向的单位向量 $\mathbf{a}^0 = \frac{1}{|\mathbf{a}|} \mathbf{a} \quad (1-4)$

基本单位向量: 与 x 轴、 y 轴、 z 轴同方向的单位向量, 记为 $\mathbf{i}(1, 0, 0), \mathbf{j}(0, 1, 0), \mathbf{k}(0, 0, 1)$ 。

2) 负向量: 与 $\mathbf{a}$ 模相同, 方向相反的向量, 记为 $-\mathbf{a}$ 。

3) 零向量: 模为 0, 没有确定方向的向量, 记为 $\mathbf{0}$ 。

(5) 两自由向量相等。 $\mathbf{a} = \mathbf{b} \Leftrightarrow$ 模相等且方向相同(相等的自由向量视为同一个向量)。

(6) 向量在轴上的投影。定义: 设向量 $\mathbf{AB}$ 的起点 A 与终点 B 在轴 u 上的投影点分别为 A' 和 B' , 则称轴 u 上的有向线段 $\mathbf{A'B'}$ 的值 $A'B'$ 叫向量 $\mathbf{AB}$ 在轴 u 上的投影, 记作 $\text{Prj}_u \mathbf{AB} = A'B'$, 且

$$\text{Prj}_u \mathbf{AB} = |\mathbf{AB}| \cos(\widehat{\mathbf{AB}, u}) \quad (1-5)$$

2. 向量的运算

(1) 向量的加减法。

1) 两向量相加, 其和仍为向量, 平面向量遵循平行四边形法则或三角形法则。

2) 坐标表达式

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \{a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z\} \quad (1-6)$$

3) 运算律

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a} \quad (1-7)$$

$$\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} \quad (1-8)$$

4) 向量的减法

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b}) \quad (1-9)$$

(2) 数乘向量。

1) 定义:数 λ 与向量 $\mathbf{a}$ 的乘积为一向量,记作 $\lambda\mathbf{a}$,其模 $|\lambda\mathbf{a}| = |\lambda||\mathbf{a}|$,其方向,当 $\lambda > 0$ 时,与 $\mathbf{a}$ 同向; $\lambda < 0$ 时,与 $\mathbf{a}$ 反向。

$$0 \cdot \mathbf{a} = \mathbf{0}, (-1) \cdot \mathbf{a} = -\mathbf{a} \quad (1-10)$$

2) 坐标表达式

$$\lambda\mathbf{a} = \{\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z\} \quad (1-11)$$

3) 运算律

$$\lambda(\mu\mathbf{a}) = (\lambda\mu)\mathbf{a} = \mu(\lambda\mathbf{a}) \quad (1-12)$$

$$(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a}, \lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b} \quad (1-13)$$

(3) 数量积(点积)。

1) 定义: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}})$ (运算结果为一数量)

等价定义

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}|\text{Prj}_{\mathbf{a}}\mathbf{b} = |\mathbf{b}|\text{Prj}_{\mathbf{b}}\mathbf{a} \quad (1-14)$$

2) 坐标表达式

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (1-15)$$

3) 性质

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = |\mathbf{a}|^2 \quad (1-16)$$

$$\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0 \quad (1-17)$$

4) 两向量夹角的余弦公式

$$\cos(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} \quad (1-18)$$

(4) 向量积(叉积)。

1) 定义: $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} \begin{cases} \mathbf{c} \perp \mathbf{a}, \mathbf{c} \perp \mathbf{b}, \text{且符合右手规则} \\ |\mathbf{c}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}) \end{cases}$ (运算结果为一向量)

2) 几何意义: $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}})$, 表示是以 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 为邻边的平行四边形的面积。

3) 坐标表达式

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y)\mathbf{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\mathbf{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\mathbf{k} \quad (1-19)$$

4) 性质

$$\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (1-20)$$

$$\mathbf{a} // \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} \quad (1-21)$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} \perp \mathbf{a}, \mathbf{a} \times \mathbf{b} \perp \mathbf{b} \quad (1-22)$$

(5) 混合积。

1) 定义: $(a \times b) \cdot c = [abc]$ (运算结果为一数量)

$$2) \text{ 计算: } [abc] = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

3) 性质:

$$[abc] = [bac] = [cab]$$

$$\text{三向量 } a, b, c \text{ 共面} \Leftrightarrow [abc] = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0$$

【例 1-1】设 a, b 都是向量, 下列说法正确的是()。

A. $(a+b)(a-b) = |a|^2 - |b|^2$

B. $a \cdot (a \cdot b) = |a|^2 b$

C. $(a+b) \times (a-b) = a \times a - b \times b$

D. $(a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2$

解: $(a+b)(a-b) = a \cdot a + b \cdot a - a \cdot b - b \cdot b = |a|^2 - |b|^2$, 故应选 A。

向量的数量积不满足结合律, 而选项 B 和 D 使用了结合律, 故不正确; 向量的向量积不满足交换律, 而选项 C 使用了交换律, 故不正确。

【例 1-2】已知 $|a| = 2, |b| = \sqrt{2}$, 且 $a \cdot b = 2$, 则 $|a \times b| = ()$ 。

A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}/2$

D. 1

解: $|a \times b| = |a| |b| \sin(\widehat{a, b})$, 而 $2 = a \cdot b = |a| |b| \cos(\widehat{a, b})$, 所以 $\cos(\widehat{a, b}) = \frac{2}{2 \times \sqrt{2}} =$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$, 而 $\sin(\widehat{a, b}) = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $|a \times b| = |a| |b| \sin(\widehat{a, b}) = 2$, 故应选 A。

【例 1-3】设 $\alpha = i + 2j + 3k, \beta = i - 3j - 2k$, 与 α, β 都垂直的单位向量为()。

A. $\pm(i+j-k)$

B. $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i-j+k)$

C. $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(-i+j+k)$

D. $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i+j-k)$

解: 由向量积的定义知, $\alpha \times \beta \perp \alpha$ 且 $\alpha \times \beta \perp \beta$ 。而 $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 5(i+j-k)$,

单位化得 $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i+j-k)$, 故应选 D。

【例 1-4】已知 $\alpha = i + aj - 3k, \beta = ai - 3j + 6k, \gamma = -2i + 2j + 6k$, 若 α, β, γ 共面, 则 a 等于()。

A. 1 或 2

B. -1 或 2

C. -1 或 -2

D. 1 或 -2

解: 若 α, β, γ 共面, 则 $\begin{vmatrix} 1 & a & -3 \\ a & -3 & 6 \\ -2 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 0$, 由此得 a 等于 -1 或 -2, 故应选 C。

1.1.2 平面

1. 平面方程

设平面过点 (x_0, y_0, z_0) , 法向量为 $\mathbf{n} = \{A, B, C\}$ 。

(1) 点法式方程

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1-23)$$

注意: 要求平面的方程, 关键是利用已知条件, 找出平面的法向量和某点坐标。

(2) 一般方程

$$Ax + By + Cz + D = 0 (\mathbf{n} = \{A, B, C\} \text{ 为平面的法向量}) \quad (1-24)$$

当 $D = 0$ 时, 平面过原点;

当 $A = 0 (B = 0, C = 0)$ 时, 平面平行于 $x(y, z)$ 轴, 这时若 $D \neq 0$, 平面不经过 $x(y, z)$ 轴, 若 $D = 0$, 则平面经过 $x(y, z)$ 轴;

当 $A = B = 0$ 时, 平面平行于 xOy 面。

注意: 求平面的方程的另一常用方法是利用条件, 写出平面一般式, 再确定系数。

2. 两平面的夹角

设平面 π_1, π_2 的法向量为

$$\mathbf{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\} \text{ 和 } \mathbf{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\} \quad (1-25)$$

$$\cos \theta = \frac{|\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad (1-26)$$

$$\pi_1 \perp \pi_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 \perp \mathbf{n}_2 \Leftrightarrow A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$$

$$\pi_1 // \pi_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 // \mathbf{n}_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

3. 点到平面的距离

点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 的距离为

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (1-27)$$

【例 1-5】 过点 $(-1, 0, 1)$ 且与平面 $x + y + 4z + 19 = 0$ 平行的平面方程为()。

A. $x + y + 4z - 3 = 0$

B. $2x + y + z - 3 = 0$

C. $x + 2y + z - 19 = 0$

D. $x + 2y + 4z - 9 = 0$

解: 已知平面的法向量为 $\mathbf{n} = \{1, 1, 4\}$, 由已知可取所求平面的法向量为 $\mathbf{n} = \{1, 1, 4\}$, 所以所求平面方程为 $1 \times (x + 1) + 1 \times (y - 0) + 4 \times (z - 1) = 0$, 即 $x + y + 4z - 3 = 0$, 故应选 A。

【例 1-6】 过 z 轴和点 $(1, 2, -1)$ 的平面方程是()。

A. $x + 2y - z - 6 = 0$

B. $2x - y = 0$

C. $y + 2z = 0$

D. $x + z = 0$

解: 方法一: 过 z 轴的平面方程为 $Ax + By = 0$, 再将点 $(1, 2, -1)$ 代入得 $A + 2B = 0$, 即 $A =$