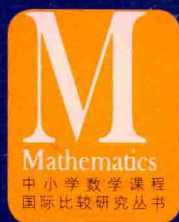


上海文化发展基金会图书出版专项基金资助项目



六国初中数学教材代数内容 国际比较研究

LIUGUO CHUZHONG SHUXUE JIAOCAI DAISHU
NEIRONG GUOJI BIJIAO YANJIU

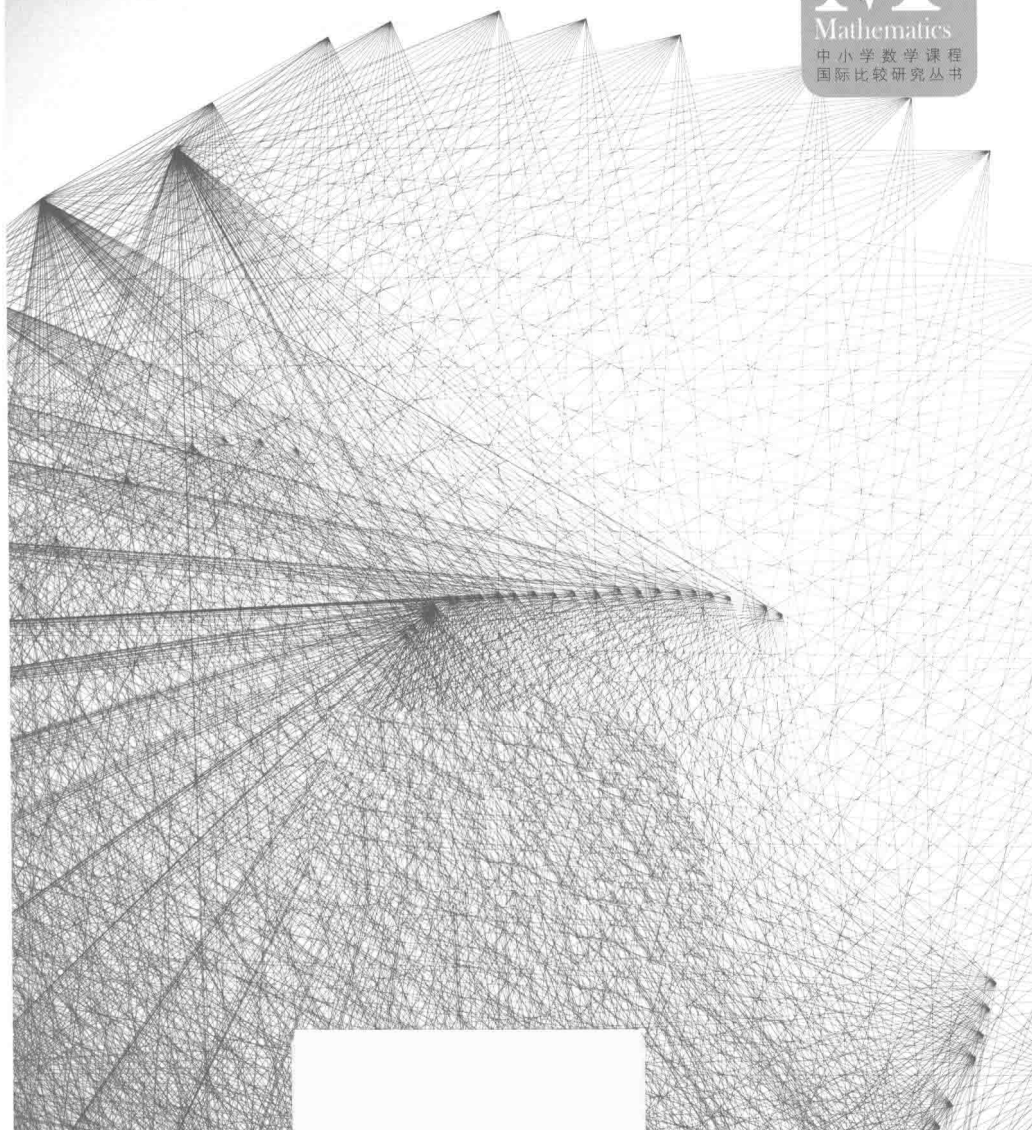
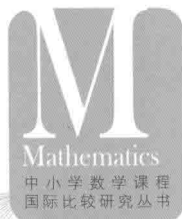
曹一鸣 / 丛书主编

吴立宝 / 著



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

上海文化发展基金会图书出版专项基金资助项目



六国初中数学教材代数内容 国际比较研究

LIUGUO CHUZHONG SHUXUE JIAOCAI DAISHU
NEIRONG GUOJI BIJIAO YANJIU

曹一鸣 / 丛书主编
吴立宝 / 著

 上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

六国初中数学教材代数内容国际比较研究 / 吴立宝著. —

上海: 上海教育出版社, 2016.8

(中小学数学课程国际比较研究丛书/曹一鸣主编)

ISBN 978-7-5444-4988-5

I. ①六... II. ①吴... III. ①初中—中学数学课—教材—
对比研究—世界 IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第192753号

策划编辑 刘祖希

责任编辑 张莹莹

封面设计 王捷

中小学数学课程国际比较研究丛书

六国初中数学教材代数内容国际比较研究

曹一鸣 丛书主编

吴立宝 著

出 版 上海世纪出版股份有限公司
上海教育出版社
易文网 www.ewen.co

地 址 上海市永福路123号

邮 编 200031

发 行 上海世纪出版股份有限公司发行中心

印 刷 苏州望电印刷有限公司

开 本 700×1000 1/16 印张 17 插页 3

版 次 2016年8月第1版

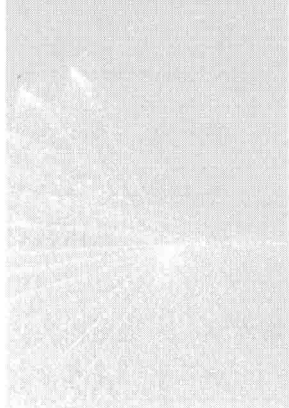
印 次 2016年8月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5444-4988-5/G·3990

定 价 48.00元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

目 录

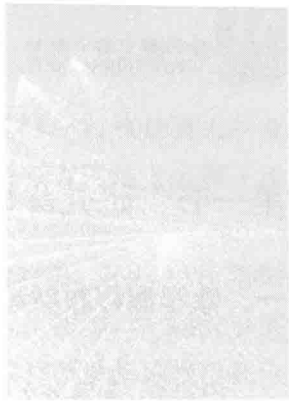


第一章 绪论	1
第一节 研究背景	2
第二节 国内外研究现状	11
第三节 研究问题与意义	29
第二章 研究设计	34
第一节 研究国家、年级与内容	34
第二节 美、澳、新、法教材简介	41
第三节 比较研究工具的确定	74
第四节 研究方法	90
第三章 六国教材代数内容分布国际比较研究	93
第一节 六国教材代数内容分布概述	93
第二节 六国教材代数内容分布比较研究	109
第四章 六国教材代数内容广度国际比较研究	118
第一节 代数式内容广度比较研究	119
第二节 方程与不等式内容广度比较	123
第三节 函数内容广度比较	127
第四节 六国教材代数内容广度比较	131
第五章 六国教材代数内容深度国际比较研究	135
第一节 代数式内容深度比较	135



第二节	方程与不等式内容深度比较	148
第三节	函数内容深度比较	163
第四节	六国教材代数内容深度汇总分析	170
第六章	六国教材代数内容例题国际比较研究	173
第一节	代数例题国际比较研究	173
第二节	数学教材例题功能分析	190
第七章	六国教材代数内容习题国际比较研究	198
第一节	代数习题国际比较研究	198
第二节	数学教材习题功能分析	219
第三节	一道习题的研究案例	224
第八章	研究结论、创新与不足	230
第一节	六国教材代数内容整体难度比较结论	230
第二节	六国教材代数内容比较研究结论及进一步思考	233
第三节	研究创新与不足	243
附录		247
附录 1	初中数学教材难易程度调查教师问卷	247
附录 2	初中数学教材习题国际比较研究	248
后记		260

第一章 / 绪论



社会发展依赖数学的进步,数学对社会发展起着重要的推动作用。今天,在任何一个国家的教育体系中,数学都是与母语并重的课程〔1〕,共同构成基础教育的“双基”,是学习其他学科的基础,承载着立德树人的育人功能。在各个国家,数学素养已成为现代社会每一个公民应具备的基本素养。

纵观百年来历史上具有重大影响的历次教育改革,基本都以科技的发展为背景,以课程的改革为核心〔2〕,如20世纪五六十年代的“新数运动”、70年代的“回到基础”、80年代的“问题解决”、90年代的“反思”,以及21世纪到来之际爆发的再次强调基础的“数学战争”,均是从课程开始改起的,并且是以数学课程改革作为导火索或者突破口。可以看出,数学学科一直是历次世界各国基础教育课程改革的重心,引领着基础教育改革。进入21世纪,世界上许多国家或地区也相继推出了中小学课程改革,数学学科继续充当着领头雁、排头兵的角色。

随着经济全球化与教育国际化的不断增强,数学教育的国际交流与合作也日益频繁起来,国家之间的数学教育联系也大大加强,使得学前、小学、初中、高中、高等教育乃至成人教育等各个学段间数学教育的国际比较也得到了蓬勃发展,并产生了重大影响。各个国家的数学教育改革是可以相互借鉴的,正如学者艾伦·毕肖普(A. Bishop)所言:“数学教育是一项国际性的事业……一个思想或一种实践并不能由一个国家直接移植到另一个国家……其他国家、其他同行的经验可以为他自己的经验提供有趣的对照。”〔3〕

〔1〕 张奠宙,王善平. 数学文化教程[M]. 北京: 高等教育出版社,2013: 前言.

〔2〕 张永春. 数学课程论[M]. 南宁: 广西教育出版社,1996,12: 前言.

〔3〕 A. Bishop. International Handbook of Mathematics Education[M]. Kluwer, 1996: 3.



第一节 研究背景

一、数学课程教材建设的需要

1949年,美国著名学者泰勒(Ralph W. Tyler)的经典著作《课程与教学的基本原理》^[1]出版,被认为是现代课程理论的奠基石。在这部著作中,泰勒提出了课程编制的四大步骤:确定课程目标、选择学习经验、组织学习经验、进行课程评价,后世称之为“泰勒原理”,其中教材是选择学习经验、组织学习经验的物化载体,也是落实课程目标、进行课程评价的重要依据。

美国学者古德莱德(I. J. Goodlad)把课程划分为五种不同的课程形态:理想的课程(ideological curriculum)、正式的课程(formal curriculum)、领悟或理解的课程(perceived curriculum)、运作的课程(operational curriculum)、经验的课程(experiential curriculum)。^[2]数学正式课程的重要载体就是数学教材。现在许多国家都把课程的研究作为教育科学研究的中心课题。^[3]重视课程的研制成为当今世界各国教育科学研究的共同趋势。^[4]在数学课程研制中,一个重要组成部分就是制定数学课程标准及编写相应配套教材。

进入21世纪,世界各国纷纷修订或重新编写数学课程标准,如,法国最新的中学数学课程标准印刷于2008年8月28日^[5];2010年全美州长协会和美国首席教育官员理事会联合推出了《美国统一州数学课程标准》^[6];2011年3月8日,澳

[1] Ralph W. Tyler. Basic Principles of Curriculum and Instruction[M]. Chicago: The University of Chicago Press, 1949.

[2] 施良方. 课程理论——课程的基础、原理与问题[M]. 北京: 教育科学出版社, 2008: 9.

[3] 丁尔陞. 现代数学课程论[M]. 南京: 江苏教育出版社, 1997: 7.

[4] 陈侠. 课程论的学科位置和他同教学论的关系[J]. 课程·教材·教法, 1987, (3): 24-27.

[5] 曹一鸣. 十三国数学课程标准评介(小学、初中卷)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012: 106.

[6] 曹一鸣, 王立东, Paul Cobb. 美国统一核心州课程标准高中数学部分述评[J]. 数学教育学报, 2010, 19(5): 8-11.

大利亚公布全国统一数学课程标准《澳大利亚课程——数学》^[1]，这是澳大利亚第一个全国统一的数学课程标准；2011年底，新加坡教育部官方网站上公布了于2013年实行的新数学教学大纲。

从1999年开始，中国启动了新一轮基础教育课程改革运动。2001年和2003年分别颁布了《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《课程标准(实验稿)》)与《普通高中数学课程标准(实验)》，2005年义务教育阶段新课程已在全国实施。在实施过程中，引发了新的课程改革争论，也是从数学开始的。北京大学数学科学学院教授、中国科学院院士姜伯驹在“两会”提案——“新课标让数学课失去了什么”，吹响了义务教育数学课程标准修订的号角。历经数年研讨，2012年初教育部颁布了《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《课程标准(2011年版)》)，这标志着课程改革进入了一个新阶段，既是对课改十年的经验总结，也是为我国今后的数学课程实施指明方向。

在改革过程中，世界各国均出台了不同层面的“数学课程标准”，毕竟数学课程标准只是宏观构想，要进一步落实到实践中，需要数学教材作为中介。在某种程度上，数学教材是数学课程标准的晴雨表，反映着课程改革的一些变化，所以，数学教材在中小学教育系统中处于举足轻重的地位。^[2] 2010年我国颁布的《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020)》(简称《教育规划纲要》)明确要求“调整教材内容，科学设计课程难度”，于是，到底调整什么内容？如何调整？调整依据是什么？我们国家各个学段各个学科教材难度如何？难度又是如何计算？……一系列问题需要厘清。那么，对教材进行比较分析就显得尤为重要，比较可以批判吸收借鉴国外数学课程经验，为我国的数学课程设计提供有益参考，以适应经济社会发展和科技进步的要求，推进课程改革，进一步加强教材建设。^[3] 对数学教材进行国际比较，上可为数学课程标准制定，下可为数学教材编写，乃至为教师的数学课堂教学提供重要的借鉴与参照。

此外，教材的制作过程需要很多行动者(构思者、撰写者、审阅者、插图作者、装

[1] Assessment and Reporting Authority (ACARA). The Australian Curriculum Mathematics: Version 1.2 [DB/OL]. [2011-03-08]. <http://www.australiancurriculum.edu.au/Mathematics/Curriculum/F-10>.

[2] 谢利民,钱扑. 中小学教材比较研究[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2009: 2.

[3] 顾明远,石中英. 国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020)解读[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2010: 249.



帧者、出版者、印刷者、评估者、使用者等)介入其中,制作教材也需要时间。舍岗(Sequin)认为撰写手稿、出版、印刷和销售至少需要6年,而如果包括事先的调研、规划、人员的招聘和培训大约需要10年。^[1]为此,编制教材需要从研究国内外不同时代数学教材开始切入,尤其是当代国内外数学教材的比较。研究既有利于巩固基础教育课程改革成果,也是建设中国特色基础教育课程体系的迫切需要,有利于落实《教育规划纲要》。教育部基础教育课程教材发展中心主任田慧生教授在加强课程教材制度化采取的措施中提到,“要有广阔视野,要注意借鉴和吸收国际上课程教材制度化建设的规范化、专业化和科学性水平。”^[2]

二、数学课堂教学实践的需要

《课程标准(2011年版)》明确提出:“数学教材为学生的数学学习活动提供了学习主题、基本线索和知识结构,是实现数学课程目标、实施数学教学的重要资源。”^[3]教材作为学生学习活动中三大要素(主体要素、主导要素、客体要素)中的客体成分,是人类向下一代传授社会生活经验这种教育活动中的物化信息载体。^[4]早期的研究表明,教材影响着教师教什么和如何教。^[5]教材对教师课堂教学的影响已经受到越来越多研究者的关注。第三次国际数学与科学研究(The Third International Mathematics and Science Study)中发现,教材是教师进行教学设计和指导他们教学的主要文本资源。^[6]教师们在日常教学中,相当依赖教材,

[1] [比] 弗朗索瓦-玛丽·热拉尔,易克萨维耶·罗日叶. 为了学习的教科书:编写、评估、使用[M]. 汪凌,周振平译. 上海:华东师范大学出版社,2009.

[2] 《基础教育课程》编辑部. 应从传略高度重视课程制度化建设——专访教育部基础教育课程教材发展中心主任田慧生主任[J]. 基础教育课程,2012,(6): 9-11.

[3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011年版)[S]. 北京:北京师范大学出版社,2011: 59.

[4] 张永春. 数学课程论[M]. 南宁:广西教育出版社,1996: 7.

[5] Robitaille D F, Travers K J. International Studies of Achievement in Mathematics, in: Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning[M], D. A. Grouws, ed., Macmillan, New York, 1992: 687-709.

[6] Beaton A E, Mullis I V S, Martin M O, et al. Mathematics Achievement in Middle School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) [M]. Center for the Study of Testing, Evaluation and Educational Policy, Boston College, Boston, MA, 1996.

在很大程度上依据所使用的教材版本而决定教什么、怎么教,以及给学生布置哪些习题等。〔1〕有证据表明,对教材的依赖是课堂教学的一个重要特征。〔2〕这充分说明教材对课堂教学的重要性,以及教师课堂教学中对教材的依赖。实际上,数学教材不仅仅只是一个用于传递数学知识的文本,还兼有隐性地承载社会和文化价值的功能。此外,优质的教材还应该有其他的功能,如培养学生的学习习惯、提出学习方法建议、联系社会生活实际等。

教师要教好课,就必须多角度钻研教材,如数学视角、教学视角、学习视角、生活视角、评价视角与研究视角,使得真正达到《学记·尚书》所述“既知教之所由兴,又知教之所由废”。〔3〕除此之外,教师还需要进行当代国内外教材的横向比较,和国内外不同时期教材的纵向比较〔4〕,有效实现对教材的二次开发,进而提高课堂教学效率,促进学生的学习能力发展,切实做到教师是教材的开发者。对教材进行国际比较,在一定程度上,间接影响着部分教师课堂教学实践。因此,教师的课堂教学实践呼唤着优质的数学教材,也需要对当代国内外教材进行比较,以满足教师课堂教学实践的需要。

数学教材是一个由数学知识系统、数学教学系统和数学学习系统构成的稳定结构系统,分别指向学科知识、占主导地位的教师、学习的主体——学生。在不同版本教材中,这三个系统的关注点是有侧重和差异的。教材系统侧重于数学知识系统,就呈现出知识中心的特点;教材系统侧重于数学教学系统,就呈现出教师中心的特点;教材系统侧重于数学学习系统,就呈现出学生中心的特点。从世界范围来看,教材的功能正在变成学材,呈现出从教的方面向学的方面转化的趋势,指向了教师的课堂教学实践,更是明确指向了学的主体——学生,这实际上也是教材满足数学课堂教学实践的需要一大转向。当然,教师对教材不要顶礼膜拜,毕竟教材不是供传诵的《圣经》,不是供掌握的目的,不是供记忆的知识仓库,而是供教学使

〔1〕 姜美玲. 教师实践性知识研究[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2008: 132.

〔2〕 Tom Macintyre and Sheila Hamilton. Mathematics learners and mathematics textbooks: a question of identity? Whose curriculum? Whose mathematics? [J]. The Curriculum Journal, 2010, 21(1): 3-23.

〔3〕 吴立宝, 曹一鸣, 秦华. 钻研数学教材的几个视角[J]. 中学数学教学参考(高中版), 2013, (4): 2-4, 8.

〔4〕 吴立宝, 曹一鸣. 中学数学教材的分析策略[J]. 中国教育学刊, 2014, (1): 60-64.



用的材料;面对新课程标准,教师和学生不是“材料员”,而是“建筑师”。〔1〕虽然一本具有良好数学知识系统、数学教学系统和数学学习系统的教材,即使教师“照本宣科”,也是可以确保一定的课堂教学质量的,但是为了提高数学课堂教学的成效,教师需要对教材进行多次开发,从而养成良好的教材素养,为科学有效地选择与创造性地使用教材奠定良好的基础。我们进行数学教材比较的目的也是为了提高数学课堂教学质量,最终促进学生的发展。正如北京师范大学曹一鸣教授所讲“数学教育研究的目的是为了改进实践”〔2〕,数学教材比较也不例外,这样教育理论研究也能够“接地气”,〔3〕有效地指导教育实践。

三、各级各类人才培养的需要

众所周知,数学教育在各级各类人才培养中有着重要的地位和不可替代的作用,尤其是高科技人才市场。数学,作为各国基础教育“双基”的一基,这不仅仅只是因为学好数学的人在逻辑推理、抽象思维能力和创新能力上有较大的优势,而更重要的还是在许多领域(如物理、计算机科学、经济学等)的研发中也越来越多需要用到专门的数学知识,甚至我们的日常生活也是与之紧密相连的。当今,在学校的课程中,很少有学科能像数学那样对国家和社会的未来、对人的发展具有举足轻重的作用。

《课程标准(2011年版)》明确指出,“数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标,要面向全体学生,适应学生个性发展的需要。”〔4〕既然如此重要,我们究竟选择哪些知识传递给下一代?又如何 在数学教材新编或修订中,既及时反映新进展,又保持一定的数学学科知识体系?为了促进人才的培养,也迫切需要对教材进行比较,了解其他国家的情况。不仅语文、史地等学科内容各国迥异,就是生物、化学等学科也是差别甚大,而数学则是无国界的。数学被认为是一门世界性学

〔1〕 杨启亮.教材的功能:一种超越知识观的解释[J].课程·教材·教法,2002,22(12):10-13.

〔2〕 曹一鸣.数学教育研究与发展趋势——第12届国际数学教育大会的启示[J].数学通报,2012,51(11):25-27,37.

〔3〕 周长春.教育理论研究应“接地气”[J].中国教育学刊,2014,(1):卷首语.

〔4〕 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012:2.

科,“它是目前在世界上大多数学校体系中都在教的少数学科中的一门”〔1〕,具有极大的普及性。不仅从宏观上反映了数学学科跨越了时空限制,而且在数学教育内部各国数学教育有惊人的相似性。此外,数学语言与一般语言相比,具有无民族性、无区域性的特点,可以说,它是世界上唯一的通用语言。全世界的数学概念、用语和符号几乎完全一致。数学成为世界的通用语言自然也影响到数学教育,使得不同国家的数学教育具有一致性。

据科技部统计,2002—2006年,在世界一流的科学家中,我国仅有112人入选,占总数的4.2%,是美国的十分之一;在158个国际一级学科组织及其下属1566个主要二级组织担任领导职务的9073名科学家中,我国仅有206人,占2.3%,其中在一级科学组织中担任主席的仅1人,在二级组织中担任主席的仅24人。〔2〕从1980年到2002年以来,获得诺贝尔奖、鲁斯卡奖、伽德纳奖、沃尔夫奖、菲尔兹奖、图灵奖、日本国际奖、京都奖这八项国际科技大奖的科学家中,鲜有中国国籍的科学家。〔3〕中国学生的数学成绩在各种国际大型数学竞赛与国际比较研究中均表现不凡,占尽风头,而在高精尖专家方面却凤毛麟角。国外中小学基础教育到底蕴含着哪些需要我们借鉴的地方,譬如数学教材。在字里行间会折射出其培养人的理念、教学的基本模式等,使得我们进一步明确数学教育的职能:学校教学的根本目的是为了满足不同学生今后——成人生活、就业和进一步学习的需要。〔4〕

中国的基础教育是举世公认的最扎实的国家之一,但杜克国际教育《2011中国SAT年度报告》显示,中国学生整体成绩欠佳,平均低于美国学生近300分,差距主要来自学生批判性思维能力的阅读和写作部分。〔5〕在基础教育阶段需要培养学生独立思考力、判断力和创新力,为什么我们的中小学数学教育普遍反映了这些能力的缺失?教材到底起到了什么作用?在中国,长期以来对以平面几何为载

〔1〕 Rolf Biehler, et al. 数学教学理论是一门科学[M]. 唐瑞芬等译. 上海: 上海教育出版社, 1998: 470.

〔2〕 刘彭芝. 对拔尖创新人才要早发现早培养[N]. 人民日报, 2011-11-7.

〔3〕 刘彭芝, 周建华, 张建林. 整体构建大中小学创新人才培养新模式的研究与实践[J]. 教育研究, 2013, (1): 58-64.

〔4〕 [英] 科克罗夫特. 数学算数: 英国学校数学教育调查委员会报告[M]. 范良火译. 北京: 人民教育出版社, 1994: 译者的话.

〔5〕 潘涌. 构筑国际人才竞争的战略制高点: 培植思想力——杜克国际教育《2011中国SAT年度报告》的解析[J]. 清华大学教育研究, 2012, 33(6): 50-54, 84.



体的逻辑思维价值给予了充分的肯定和重视;而在国外,尤其是美国,强调代数思维在中小数学教育中的地位和作用,尤其是突出了与计算机技术密切相关的“算法”,代数已经成为通向高等教育和机遇的大门。^[1] 1994年2月,全美数学教师协会中有一个关于“为每个人的代数”(algebra for everyone)的报告。报告指出,所有中学生都应该有机会学习代数的基本思想和方法。澳大利亚的数学课程强调,要提高学生推理能力,如理解数学,掌握一定的数学技能,学会推理,会用数学思维思考问题、采取策略并解决问题,这些都离不开数与代数内容领域进行对学生的培养。数学教材提供一种学习客体,使之有利于学生接受经验的信息,纳入自身的认知结构,转化为智能结构的组成部分。

四、代数内容学习现状的需要

在许多人印象中,代数是一门内容枯燥、计算繁琐、脱离实际的课程。实际上,代数作为一门基础的数学学科,为数学自身乃至其他学科的研究提供了语言、方法和手段。代数独特的表征系统(符号)有利于深刻揭示自然界中一些问题的共性,这在某种程度上是有助于人们认识世界的。

全美数学教师协会在1970年年鉴中指出:“如果说学校科目有天堂的话,代数永远不会达到那里;代数是学校课程中使得学生高中后结束学习的科目,是结束学生发展特殊兴趣的学科,是阻碍学生享受做作业的的乐趣的学科;相比其他学科,代数导致了更多的家庭争吵,更多的泪水,更多的心痛与更多的不眠的夜晚。”^[2]代数已经成为学校数学最重要的“守门员”。^[3]

西南师范大学陈重穆先生认为,中学代数“重视计算能力,忽视逻辑思维能力,

[1] 曹一鸣,王竹婷.数学“核心思想”代数思维教学研究[J].数学教育学报,2007,16(1):8-11.

[2] Kilpatrick J, Izsak A. A History of algebra in the school curriculum. In C. E. Greences & R. Rubenstein (Eds), Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics. 70th Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2008: 3-18.

[3] CAI Jinfa, Knuth E. A global dialogue about early algebraization from multiple perspectives. In J. Cai & E. Knuth (Eds). Early Algebraization: A global dialogue from multiple perspectives. Heidelberg: Springer, 2011: VII-X.

或者说没有充分发挥代数在培养逻辑思维能力的作⽤(不如几何)”。〔1〕参加巴思调查的委员“留下了非常强烈的印象,即代数是学⽣持否定态度和引起很⼤混乱的⼀个根源”。究竟是什么原因使得这些机构与专家认为代数内容学⽣难学,有人认⽣,⼀⽅⾯是代数难理解,另⼀⽅⾯觉得代数运算以及像集合、矩阵等内容没有意义。有人作出这样的感叹:代数是专门为精英阶层⽣设计的(algebra was reserved for the elite)。〔2〕这些调查都显示出代数的学习是⽣有⼀定困难的,而代数的学习主要是从初中才正式开始的。为此,代数的学与教⽣直⽣以来都是国际数学教育心理学组织(International Group for the Psychology of Mathematics Education,简称PME)研究领域中最基础和充满活力的研究,从1977年的PME-1到2005年的PME-29,期间有33个代数报告。研究从先前比较关注代数概念和算法、代数中的问题解决以及学⽣从算法到代数所面临的困难;后来逐步扩展到代数表征、⽣具的使用,并形成了⽣些有关代数概念理解和代数思维的理⽣框架。

美国总统顾问委员会总结报告《成功的基础》第⽣项明确指出:“顾问委员会应把重点放在如何培养学⽣顺利的入门代数内容,以及如何在此⽣向上取得成功,因为代数本身就是学习更高等数学的基础。”〔3〕作为⽣种交流的语言,作为解决问题的⽣具,代数将成为每⽣位公民必备的重要知识。符号是代数的语言,也是进⽣推理、交流和解决问题的⽣具,符号也成了表示我们⽣明所发展的最强有力的⽣具。如何研究代数,某种意义上符号的学习,就显得尤为重要和关键。正是因为⽣大家对代数学习的这种认识,使得我们对于代数内容进⽣比较就显得是必要和必需了。代数的多元表征不仅为⽣人们解决问题提供了重要的策略,而且为⽣人们之间的相互交流提供了有效的途径。

五、数学学科自身的特点

从课程内容上来看,各国中小学的数学课程内容⽣体⽣致,具有突出的相似性,这也充分地⽣客观上说明了数学⽣本⽣是无国界的。北京大学数学科学学院李

〔1〕 于波.代数观点下的“GX”教科书编写研究[J].数学通报,2011,50(6): 6-9.

〔2〕 National Center for Education Statistics. A profile of the American high school sophomore in 1990 (NCES No. 95-086). Washington, DC: Author, 1994.

〔3〕 美国总统顾问委员会总结报告《成功的基础》节选[J].数学通报,2009, 48(1): 7.



忠教授认为“数学的基本理论,不像电子元件那样可以‘更新换代’或‘弃旧换新’;数学的教学必须在旧有的东西的基础上讲新东西”。〔1〕为此,各国数学教育改革中常常相互参照,各国数学教育在内容设置上呈现趋同趋势,尤其是教科书的主体内容也是如此,例如算术、代数、几何、函数、概率、统计、集合等内容都成为各个国家中小学数学课程的核心内容。即使某些内容在一些国家的数学课程中没有体现,但过段时间之后,一定会受到数学教育专家的关注,并会在下一步的数学教育改革中有所体现。

学生的数学学习也就是数学语言的学习,其学习数学的过程也就是数学语言(符号)不断认识、不断深化、不断形成、不断运用的过程。因此,我们可以说,不同地域的数学课堂上交流的是同一种语言,世界儿童学习的是同一个内容。国际著名学者罗比塔耶(Robitaille)指出:“从某种程度上来说,数学语言是真正的国际语言。由于数学符号的普遍性,使得无论在北京还是在芝加哥观察数学课,人们通常都能很容易地抓住一堂课的核心。”〔2〕同样的道理对于不同国家的教科书而言,也是很容易找到涉及的代数内容。数学内容的相对一致性,是进行选题的一个主要方面。正如,“几何图形就是几何图形,数字就是数字”,不因为文化和国家的不同而改变。由于数学符号、数学关系及几何图形的相对不变性,使得数学成为受文化影响较小的学科之一。内容的相对一致性为开展比较教育提供了极大的方便。正因为数学的这种跨文化研究的相对不变性,使得它对跨文化研究变得极有意义,使得所得到的研究结果具有相对的普遍性。

国际教育成果评价协会(International Association for the Evaluation of Educational Achievement,简称 IEA)创始人之一波斯尔思韦特(Postlethwait)指出:“有许多研究并不是严格意义上的比较,但它们传统地放在比较研究标题下,这种研究不是比较,而是描述、分析或为某个国家教育的某个方面提出建议。”〔3〕“选择数学作为第一次 IEA 调查的科目,并不是因为研究者对数学的教与学特别感兴

〔1〕 李忠.让更多的人认识数学的价值[J].高等数学研究,2002,5(1):4-7.

〔2〕 David F. Robitaille, Kenneth J. Travers. International Studies of Achievement in Mathematics. In Douglas A. Grouws (ed.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillan Publishing Company, 1992: 687,689.

〔3〕 Gabriele Kaiser. International Comparisons in Mathematics Education Under the Perspective of Comparative Education. In Gabriele Kaiser, Eduardo Luna and Ian Huntley (ed.), International Comparisons in Mathematics Educations, 1999: 3.

趣,而是出于方便的考虑。组织者相信,对数学学科进行国际比较比在其他课程领域进行比较会更加容易。”〔1〕弗赖登塔尔(H. Freudenthal)说:“没有一个有国际联系的教学学科像数学学科那样联系得那么紧、那么广,没有一门教学内容被认为比数学更具有国际比较和有影响力。”〔2〕“改革开放只有进行时没有完成时。”〔3〕在当前这种传统文化与现代文化并存、东方文化与西方文化并存、主流文化与非主流文化并存、大众文化与精英文化并存的局面〔4〕,我国的教育如何面对这种多元文化并存的复杂背景,一方面我们需要对世界文化的判断、选择和认同;另一方面我们也需要对自己的民族文化接纳和理解,以进一步增强跨文化交流的能力。

第二节 国内外研究现状

在过去 20 年里,教材在教师教和学生学数学中所扮演的角色越来越引起研究者的关注。〔5〕“教科书对于学生学什么有巨大的影响,如果某个内容出现在教科书上,那么学生学这个内容;如果某个内容没有出现在教科书上,那么一般说来学生不学这个内容。”〔6〕对教材的进一步分析不仅有助于认识学生学什么的理解,在某种程度上也有助于教师为什么这样教的理解,可以缩小期望课程与实施课程的差距。

〔1〕 David F. Robitaille, Kenneth J. Travers. International Studies of Achievement in Mathematics. In Douglas A. Grouws (ed.); Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillan Publishing Company, 1992: 687, 689.

〔2〕 David Clarke. International Comparative Research in Mathematics Education. In Alan J. Bishop, M. A. Clents, Christine Keitel, Jeremy Kilpatrick and Frederick K. S. Leung (ed.), Second International Handbook of Mathematics Education, Kluwer Academic Publishers, 143.

〔3〕 习近平在中共中央政治局第二次集体学习时强调,以更大的政治勇气和智慧深化改革,朝着十八大指引的改革方向前进〔N〕.人民日报,2013-1-2.

〔4〕 丛立新,王本陆.国际视野中的课程与教学改革〔M〕.北京:北京师范大学出版社,2012: 2.

〔5〕 Ball D L, Cohen D K. Reform by the book: What is — or might be — the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform?〔J〕. Educational Researcher, 1996, 25(9): 6-8, 14.

〔6〕 史炳星.我们期待学生从代数课程中学习什么〔J〕.数学通报,2002,(1): 12-14.



一、国外研究现状

(一) 数学教材评价

道林(P. Dowling, 1996)认为教材可以看作是社会文化的产物,教材为学习者构建了等级,这也意味着脑力劳动者与体力劳动者在市场上所处的位置不同^[1],从社会文化角度来分析数学教材,教材不同的呈现方式划分了不同的阶层。恩索尔和加兰特(Ensor & Galant, 2005)也表达了教材会对个体产生潜在副作用的担忧。^[2]实用主义的数学是为工人阶级准备的,而带有一般化的抽象概念设计是为中产阶级准备的。到底数学学习者与教材具有怎样的关系?需要认真思考以下的问题:与什么一致?谁的课程?谁的数学?不可否认的是,数学的抽象性使得学习者远离数学;然而,正是其抽象性与复杂性也吸引着学习者。实际上,研究人员已经报告过,许多教师没有对其应用的教材进行足够的研究,这导致了很难对教材进行高效的应用。

美国早期的教材评价主要以描述性的定性研究为主。从20世纪50年代开始,就有学者明确提出教材评价标准的概念^[3],而当时更多关注的是教材的社会内容。1957年,苏联人造地球卫星的成功发射使得中小学课程内容强调科学技术的新进展。1978年,塔米尔和鲁尼塔(P. Tamir & V. N. Lunetta)提出了教材的实验结构和活动分析清单^[4],为探究活动的分析和探究提供了基础。以扬和瑞格鲁斯(Young & C. Reigeluth)为代表的早期的美国学者提出了教材评价的五个方面,分别是学科内容、社会内容、教学设计、可读性、教科书质量。美国科学促进会于1985年启动了面向21世纪的致力于中小学课程改革的“2061计划”,1995年

[1] Dowling P. A sociological analysis of school mathematics texts[J]. Educational Studies in Mathematics, 1996,31(4): 389 - 415.

[2] Ensor P. and J. Galant. 2005. Knowledge and pedagogy: Sociological research in mathematics education in South Africa from the early 1990s. In Researching mathematics education in South Africa: Perspectives, practices and possibilities, ed. R. Vithal, J. Adler, and C. Keitel, 281 - 306. Pretoria: Human Sciences Research Council.

[3] Korithoski T P. Textbook usage and other content item taught in secondary mathematics methods courses[D]. University of Montana Doctoral dissertation, 1988.

[4] Pinchas Tamir, Vincent N. Lunetta. Inquiry-related tasks in high school science laboratory handbooks[J]. Science Education, 1981,65(5): 477 - 484.