



整体把握 与单元教学研究

——以小学数学“数与代数”领域为例

郭立军 著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

课程(913)目录附录非图

ZHENGTI BAWO
YU DANYUAN JIAOXUE YANJIU

整体把握 与单元教学研究

——以小学数学“数与代数”领域为例

郭立军 著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

整体把握与单元教学研究：以小学数学“数与代数”领域为例 / 郭立军著. —北京：北京师范大学出版社，2017.6
ISBN 978-7-303-21557-7

I. ①整… II. ①郭… III. ①小学数学课—教学研究 IV. ①G623.502

中国版本图书馆CIP数据核字 (2016) 第278241号

出版发行：北京师范大学出版社 www.bnupg.com

北京新街口外大街19号

邮政编码：100875

印刷：北京京师印务有限公司

经销：全国新华书店

开本：730mm×980mm 1/16

印张：22

字数：304千字

版次：2017年6月第1版

印次：2017年6月第1次印刷

定价：45.00元

策划编辑：胡宇

责任编辑：胡宇 胡琴竹 张磊

美术编辑：王蕊

装帧设计：锋尚设计

责任校对：陈民

责任印制：孙文凯

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话：010-58800697

北京读者服务部电话：010-58808104

外埠邮购电话：010-58808083

本书如有印装质量问题，请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话：010-58800825

序一

让培训更“精准”一些

我与本书作者郭立军老师相识已久。她以一位优秀教师之身，投身教研员岗位，后又转入质量评测部门工作，无论在哪里，都显示出扎实的作风和功底，工作都做得有声有色。眼前这本书，让我从学术的角度，再一次阅读到她理论与实践并行的研究风格和能力。书中关于如何帮助教师理解课程、理解教学的想法和实践，与我对教师培训理念、形式和内容的预期不谋而合。因此，当郭老师约我为本书作序时，我欣然应允，因为我也正想为此说上几句。

课程改革以来，国家为教师教育与培训，可谓关心备至且投资巨亿。然而效果如何，作为身在其中的我们，也深感未如人意。究其原因，培训的“供给侧”与“需求侧”之间对位失衡，肯定是一个主要原因。而要做到对位准确，“需求侧”是一团什么样的“地气”，“供给侧”要必须心中有数才行。

作为教师，每天置身教室面对着学生，教学上需要处理的，是一个接一个的琐碎细节，对传统、经验与改革之间的风云激荡，其实并不那么敏感。所以我们常常看到，无论是文件中的精神，或培训者传递过来的那些理念与要求，到了教师这里，虽会激起一时的兴奋甚至冲动，可一回到教室关起门来，这些冲动和兴奋就开始淡去，过去熟悉什么、以前是怎么做的……依然故我。

之所以如此，与教师自身的修为既有关又无关。因为，所有会在转身之间蒸发的培训，尽管所传递的信息和道理可能都是准确的、必要的，但与教师每天都会遇到、都希望有个明确思路的、一个接一个的具体细节之间，肯定缺少了必要的关联，犯了不接地气的毛病。

那可不可能通过引导，让教师自己通过独立思考与悉心摸索，理顺那些上位理念与日常细节之间的关系，把“地气”接上去，找到解决问题的答案

呢？虽然我们已经看到许许多多这样的实例，对普遍的情形而言，答案肯定不乐观。

试想，每天面对着几十个孩子的吃喝拉撒学，让一个教师能始终保持昂扬的改革志向、能在脑海里不断显现培训者传递的那些改革理念和要求……在一般意义上，真的很难做到。而这个普遍的情形，恰为教师培训“供给侧”需要接上的“地气”。教师培训“供给侧”方面值得思考的是：除了通过集中培训提供不可或缺的改革资讯之外，能不能提供：每天与教师相伴、能为他们的日常教学带来营养、适切他们自身希望有所改变的愿望、催生出他们保持教学改革活力的资源？用一句当下流行的说法：能不能“精准”地开展教师培训呢？

本书，称得上是一本笔者所见，能比较充分地体现“精准”要求的教学参考书，因为在其整体结构的各个层次上，均有“精准”的表现。

其中的第一个层次，根据我的理解，可以称之为“来龙去脉”，是对某一个具体数学知识由来与发展的概述。书中不仅引述的资料比较丰富，叙述的人物历史比较贴切，而且对数学事实、数学思想、数学本质的描写比较清楚且不生硬，具有较强的可读性，应该比较适于数学教师的胃口。

这部分内容对数学教师而言，可谓至关重要，因为它决定着一个教师的教学视野和认知高度，是改变“就教材教教材”现象的重要知识基础，是在一个数学课堂当中保持应有数学味儿的品质保障。长期以来，“来龙去脉”的重要性毋庸置疑，但有些史书般的叙述晦涩难懂，有些小品文般的轻描淡写又无法拿捏轻重。而本书作者对这一部分内容相当认真，从中可以读出作者的自身体会，切中教师的教学需求。作者对这部分内容教育意义的把握可谓“精准”。

本书的第二个层次，根据我的理解，可以称之为“学生研究”。从中可以看到作者长期以来，立足于教学第一线，深入学生群体，在实证意义上做出的学情分析成果。

传统的数学教学是从教师出发，由教师根据自己的理解决定教学进程，

学生处在一个完全的被动地位。今天，学生是自己学习的主人，他们在既往学习中已经习得的知识和已有的生活经验，构成他们学习新知的起点。这个新的教学出发点，也明确了学生在今天课堂里的主动地位。但我们的教师，当“权威”已经习惯了，教学要改从学生的需要出发，不少人一下子还转不过这个弯来。本书作者在大量的学生调研基础上，从不同角度提供了各具特色的案例。其“精准”程度，将有助于教师理性对待这个“弯”，转好这个“弯”。

本书的第三个层次，根据我的理解，可以称之为“教学实施”。作者结合当下小学数学教师的基本需要，紧紧扣住“从实际中来，到实际中去”的脉门，结合不同章节的具体内容，将本书倡导的理念和要求，通过一个个具体教学案例，呈现为鲜活的教学事实。

前面曾经提到过培训“不接地气”的问题。教育的地气，就是日常的课堂教学。这个教学如果只靠经验，势必落后于时代，所以教学不能没有理论。可但凡是理论，多少都会有些佶屈聱牙。所以，所谓“接地气”的问题，就是如何使佶屈聱牙的理论，深入浅出地融于具体教学当中的操作性问题。而做到这一点，就既要明了理论，又要深谙实践的要义，两者缺一不可。本书提供的诸多案例，“精准”的站在了理论与实践的交汇点上，从教师教学的现实需求出发，通过如何面对和处理教学中遇到的一个个具体细节，把那些开展教学离不开的道理娓娓道来。

上面的三个层次，支撑起本书的整体结构，我觉得即使其中某个层次的具体处理不够完备，仅就这个结构而言，就已经为提高教师教学水准的常态化，提供了一个“精准”的范例，是一本接地气之作。目前，教学参考书不少，由于本书着眼“精准”，所以具有较强的适切性，不仅呼应了教师自身希望有所改变的愿望，包含了教师日常教学所需的营养，也为教师个人持续保持教学改革的活力提供了抓手，因此，这本书也就具备了每天与教师相伴的条件。

以我个人的经验，作这样一本书实属不易，除需要假以时日，长期植根于教学第一线，与教师一起“摸爬滚打”之外，更要在整体上，对目前教师的基

础教学状况有一个清晰的把握，不仅要广泛了解他们的需求，还要摸清他们的困惑，为有针对性的提出问题、解决问题把好脉。正是这些在长期与一线教师互动过程中不断积累的反思与发现，为“精准”培训积累了素材，提供了准星，奠定了基础。

希望作者继续沿着“精准”的方向，为教师的成长而努力。

孙晓天

2016年11月于中央民族大学

序二

研究儿童 研究教材 ——一位从“经验型”向“研究型”跨越的好老师

2016年的初冬，接到我的同事郭立军老师的邀请，为其新书写序，我欣然应许，很是高兴，这又是一次学习的好机会。连着几个晚上，我从头到尾仔细阅读了立军老师的《整体把握与单元教学研究——以小学数学“数与代数”领域为例》新书稿，深深地被她多年来持之以恒对儿童数学教育研究的坚守而感动，为她从教学实践中产生的问题入手，深入浅出的研究态度而感动。书中的字里行间自然流淌着一位特级教师对“儿童”与“数学”的真情实感，诠释着一位特级教师对“儿童”与“数学”的潜心研究；书中的字里行间让我看到一位研究者的专业与执著，感受着一位研究者的价值与尊严。

提到“研究”，我们一些基层教师可能会说那是大教授、大专家的事，在潜意识里，教师的主要任务好像就是备课、上课、判作业、管理学生，似乎教育教学和研究不好同时兼顾。其实教育教学与研究一脉相承。在这方面，立军老师为我们做出了榜样。她在努力工作中研究，在认真研究中工作，她用行动回答了“基层教师应该做什么样的研究？应该如何做研究”，向我们诠释了作为一名数学教师在“一日三餐”的常态教学中应有的职业状态。立军老师是一位勤于学习、善于思考、认真做研究的人。她深入基层，走进课堂，潜心研究。多年来，她一直致力于数学教学的研究，特别是自2004年开始对儿童数学学习的专题研究。从开始不清楚从什么方向入手研究儿童，甚至找不到合适的方法，到后来对儿童数学学习多种纬度、多种形式的有效研究。她深入到学校一个一个班级的调研，从面对全体儿童的小问卷调研到与个别儿童一对一的访谈；从开始只想了解儿童对数学知识的掌握情况到关注儿童思维路径和学习困

难的调研；从开始仅仅想获得儿童对于数学学习结果的评价到关注儿童学习数学感受与情感体验的研究……这样一做就是十几年。这期间，立军老师有过迷茫、纠结与心焦，也有过质疑、反思与追问，更有过激动、向往与期待。历经十余年不懈的努力，她终于形成了《整体把握与单元教学研究——以小学数学“数与代数”领域为例》的书稿，徜徉文字间，既有理论解读又有实践探索，既有跳出课堂的思考又有回归课堂的操作。这一如既往的坚持，诠释了一位教师从“经验型”向“研究型”不断跨越的蜕变历程，深刻、专业、耐人寻味……

《整体把握与单元教学研究——以小学数学“数与代数”领域为例》一书，以小学数学教学中“数与代数”领域为研究切入点，紧紧围绕着“数概念的建立与运算教学”展开研究，关注教学中的核心问题，整体把握“数与运算”的主题，以“单元教学研究”为抓手，系统地进行研究。既关注研究“儿童”又关注研究“数学”，力求深入“理解儿童”和“理解数学”，自觉地把小学数学自身的逻辑结构与儿童认知的心理逻辑有机融合，设计有价值的数学活动，促进儿童深入浅出地理解“数与运算”的数学本质，为未来的数学学习做好可持续发展的基础。

我认为《整体把握与单元教学研究——以小学数学“数与代数”领域为例》一书，有以下两个突出特点。

1. 把“儿童放在心上”的研究

我们一向倡导儿童数学教育观，即尊重儿童人格、遵循儿童认知规律、尊重儿童已有的经验。《整体把握与单元教学研究——以小学数学“数与代数”领域为例》的研究，关注儿童对于“数与运算”的基础现状的分析，特别关注儿童对于“数与运算”的思维障碍及可能出现错误的分析。并在分析的基础上，提出适合儿童学习的方法和情境，让儿童在“好吃”中享受有“营养”的数学学习。立军老师带领一线教师的研究实践，致力于儿童心智结构的完善，学习兴趣的培养，数学核心素养的提升，让学习内容贴近儿童实际，教学方法符合儿童的认知规律，让数学学习过程变得原生态，儿童容易接受。鼓励儿童用“熟悉的事物”去解释“陌生的新知”，用“具体的例子”去理解“抽象的

数概念”。力求引导儿童感悟数学本质，鼓励儿童用自己的数学语言表达学习感受，尝试诠释对数学意义的真正理解，缩短“大人们”头脑中的数学与“小孩子”头脑中的数学之间的距离。

当然做儿童研究，不是一件容易的事。一些教师感觉做儿童研究很难，那是因为它不仅考量教师的专业功底，还考验教师的教育智慧，更折射教师的教育理念。多年的儿童研究，让我们体会到对儿童的研究不仅可以使教育更具实效，更重要的是它使真正实现教育的价值成为可能。做儿童研究就是帮助教师树立正确的儿童观，引导教师要做“把儿童放在心上”的人，关注每一位儿童成长中的每一点变化。同时，帮助教师逐渐体会如何在调研与访谈中发现儿童的学习困难、寻找儿童的思维路径的方法，从而实现“教”与“学”的有机契合——教学的有效性。作为教师，要清晰地知道，你的儿童现在在哪里？我们要把儿童带到哪里？儿童是怎么到达那里的？这里涉及了儿童的经验基础、教育目标和教学过程。儿童的数学学习就是对已有经验重新建构的过程，它不再只是教儿童会计算、会做题、会考试，更要重视数学关键能力的培育，数学思想和方法的习得。使数学教育真正做到：启迪儿童智慧，激发儿童潜能，培养儿童人格。

2. 关注“数学本质”的研究

关注儿童数学教育的研究离不开对数学本质的研究与追问。我认为数学学习的过程就是新数学知识进入到儿童个体认知结构，并与原有认知结构中的旧知识重新建构的过程，而这个过程对于数学学习有着重要的意义。《整体把握与单元教学研究——以小学数学“数与代数”领域为例》一书中指出：“在小学阶段对于自然数概念的学习不能仅仅停止在从实物到数的抽象，而要贯穿于数的运算。让学生真正将自然数概念运用到运算中，并在运算中深入理解数的概念和性质。”我以为这正是对于数学本质的理解与应用。数学教学目标之一就是培养学生“数概念”的建立，本书紧紧抓住“数概念”的本质，将对“数概念”的本质的理解贯穿于“运算”过程中，激发儿童主动探究、自主迁移，培养儿童数学抽象概括能力，使儿童对“数与运算”的本质有了更深入的理解。并通过设计学习活动、围绕核心问题，使儿童体会知识间的内在联系和数

学本质，促进儿童的数学思维走向深入，使儿童知其然，亦知其所以然。

《义务教育数学课程标准（2011年版）》中指出：“数学知识的教学，要注重知识的‘生长点’与‘延伸点’，把每堂课教学的知识置于整体知识的体系中，注重知识的结构和体系，处理好局部知识与整体知识的关系，引导学生感受数学的整体性，体会对于某些数学知识可以从不同的角度加以分析，从不同的层次进行理解。”如何落实课程标准要求，有效解决和回答这些问题？本书中以“数的认识及运算”为主要研究内容，分别以“自然数的认识、整数的运算、分数的认识、分数的运算、小数的认识与运算、代数初步”六部分具体内容展开，从“整体把握、学生研究和活动设计”三个维度进行阐释。立军老师引导一线教师整体把握教材，用联系的观点把握小学数学中每一单元的内容，跳出单元看单元，寻找知识的连接点。他们从数学学科整体脉络上去分析教学内容，将相关教学内容进行单元教学研究。把每一个知识点看作数学学科知识连贯统一整体的组成部分，从整体上去看待每一个教学内容，抓住教学内容的核心、联系及生长点，即站在一个较高的层次上用联系的观点去审视教学内容，帮助儿童建立一个融会贯通的数学认知结构。书中以鲜活的课堂案例，从数学思考、学情调研、教材分析、过程设计等方面，以理论与实践相结合的方式进行了阐述，相信可以让阅读者获得更充分的理性思考和直观感受。这既是一本教师备课、学情调研的参考书，也是教学活动设计的指导书，值得一读。

目光再一次凝聚在《整体把握与单元教学研究——以小学数学“数与代数”领域为例》新书稿，眼前浮现出立军老师那淡定的神情，自信的目光；她与儿童调研时的娓娓道来；她与基层教师交流时的侃侃而谈……期盼着她在理论与实践结合中获得再提升；期盼着她的实践经验与同伴共同分享，并引发教师们对“儿童数学教育”的再思考、再讨论……

吴正宪（北京教育科学研究院）

2016年初冬

目 录

第一章 自然数的认识	1
一、整体把握自然数的认识	2
(一) 整体把握教学内容	2
(二) 自然数概念的内涵梳理	4
(三) 皮亚杰理论对数概念教学的启示	5
二、学生调研	8
(一) 20 以内数的认识	8
(二) 万以内数的认识	15
(三) 更大数的认识	17
三、活动设计	21
(一) 20 以内数的认识	22
(二) 万以内数的认识	31
(三) 更大数的认识	37
四、结束语	43
第二章 整数的运算	45
一、整体把握整数的运算	46
(一) 运算教学对学生思维发展的影响	46
(二) 皮亚杰认知发展理论对运算教学的启发	47
(三) 数学模型思想及整数运算中的现实情境模型	48
(四) 整体把握教学内容	53
二、学生调研	61
(一) 乘法的意义	61

(二) 两位数乘一位数	67
(三) 两位数乘两位数	71
(四) 平均分	79
(五) 倍的认识	82
(六) 两位数除以一位数	85
三、活动设计	88
(一) 乘法的意义	88
(二) 两位数乘一位数	94
(三) 两位数乘两位数(第一课时)	99
(四) 两位数乘两位数(第二课时)	102
(五) 平均分	105
(六) 倍的认识	112
(七) 两位数除以一位数	119
四、结束语	124
第三章 分数的认识	127
一、整体把握分数的认识	129
(一) 分数的概念	129
(二) 我国有关分数概念的整体教学安排	131
二、学生调研	133
(一) 分数的初步认识	134
(二) 分数比大小	138
(三) 分数的再认识	141
(四) 假分数的认识	146
三、活动设计	150
(一) 分数的初步认识	151
(二) 分数比大小	154
(三) 分数的再认识	158
(四) 假分数的认识	163
四、结束语	167

第四章 分数的运算	171
一、整体把握分数的运算	172
(一) 整体把握教学内容	172
(二) 有意义学习理论对分数运算教学的指导	177
(三) 分数运算难于整数运算的原因分析	178
二、学生调研	179
(一) 异分母分数加减法	179
(二) 整数乘分数	185
(三) 分数乘分数	189
(四) 分数除以整数	195
三、活动设计	202
(一) 异分母分数加减法	202
(二) 整数乘分数	208
(三) 分数乘分数	213
(四) 分数除以整数	216
四、结束语	222
第五章 小数的认识与运算	225
一、整体把握小数的认识与运算	226
(一) 整体把握教学内容	226
(二) 弗赖登塔尔教育思想对小数教学的启发	230
(三) 从整数学习到小数学习的文献整理	231
二、学生调研	233
(一) 小数的初步认识	234
(二) 小数的大小比较	238
(三) 小数的意义	241
(四) 小数加减法	244
(五) 小数乘小数	247
(六) 小数除以整数	250

三、活动设计	253
(一) 小数的初步认识	254
(二) 小数的大小比较	258
(三) 小数的意义	261
(四) 小数加减法	264
(五) 小数乘小数	269
(六) 小数除以整数	274
四、结束语	279
第六章 代数初步	281
一、整体把握代数初步	282
(一) 整体把握教学内容	282
(二) 代数思想与算术思想	285
(三) 目前关于代数初步教学已有的研究	288
二、学生调研	291
(一) 用字母表示数	291
(二) 方程的认识	297
(三) 变化的量	306
(四) 正比例	309
三、活动设计	311
(一) 用字母表示数	311
(二) 方程的认识	317
(三) 变化的量	323
(四) 正比例	330
四、结束语	334
后 记	336

第一章 自然数的认识

学生学习数学是从学习数的概念开始的。数的概念是小学生能够正确进行列式、计算、判断、推理等学习活动的基础，是小学数学教学的一项重要内容。从“数系”的角度看，数的概念包括自然数、整数、有理数、实数和复数，小学阶段的重要任务集中在自然数的学习上。自然数是最自然的数，自然数理论是整个数学的基础，正如著名数学家魏尔（Hermann Weyl, 1885—1955）所说，“数学，即使就贯穿其中的逻辑形式而言，也是全部依赖于自然数的概念的”。^①

关于数的概念学习，其主要任务是要使学生获得科学、完整的数的概念，在获得数的概念的过程中，发展学生的抽象思维。小学生掌握数概念是一个主动的、复杂的过程，不能一次完成，而是随着知识经验的发展，对已掌握的概念不断加以充实和改造，于是对于某一类概念，教材对小学各年级学生要求掌握的广度和深度是不一样的。那么，教材中对自然数概念的认识是如何呈现和处理的？自然数概念的发展经历了怎样的过程？自然数概念的本质结构是什么？学生在学习数概念过程中会遇到哪些困难？教师如何设计有价值的学习活动帮助学生深刻理解自然数概念？本章将通过 20 以内数的认识、万以内数的认识、更大数的认识这三个典型课例来阐述和回答这些问题。

^① 鲍建生，周超. 数学学习的心理基础与过程 [M]. 上海：上海教育出版社，2009.

一、整体把握自然数的认识

（一）整体把握教学内容

自然数的认识在小学一共分为 5 个阶段。第一阶段“10 以内数的认识”，主要是通过从实物中抽象出自然数概念，学会一个一个地计数。第二阶段“20 以内数的认识”，学生开始以“十”为计数单位进行计数，从原来的 10 个一组成 1 个十，形成十进制，并通过对同一数字在不同位置上所表示的意义不同来初步感知“位值”。教材较多地采用小棒、小方块和计数器三种学具来计数。其中，小棒是零散的无结构化的；小方块（第纳斯木块）是有结构的，是十进制的体现；而计数器是非常抽象的学具，它综合体现了位值制和十进制。第三阶段“100 以内数的认识”，教材采用小棒和计数器计数。在学习运算时，教材也比较多地采用小棒和计数器以及有序排列的小正方块，来帮助学生理解十进制和位值制，认识计数单位“百”并能够灵活运用计数单位“十”和“一”进行计数。第四阶段“万以内数的认识”，教材用计数器和更为抽象的数位顺序表帮助学生理解十进制和位值制，认识新的计数单位“千”和“万”，进一步运用“一”“十”“百”“千”来灵活计数。第五阶段“更大数的认识”，教材依然延续小方块、计数器和数位顺序表这些数学模型理解更大的数。在学生头脑中，逐步形成关于自然数的整体的、全新的认知结构。在后续的学习中，学生能够自觉地运用分级的方法书写大数。（如图 1-1）

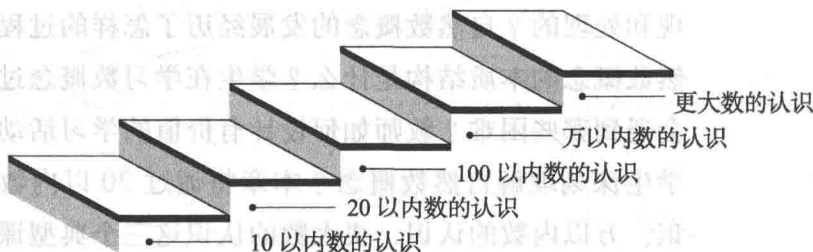


图 1-1