HIT

数学·统计学系列

Time-Delay Systems—Lyapunov Functionals and Matrices

时滞系统——Lyapunov泛函和矩阵

[俄罗斯]V. L. 哈里诺弗（Vladimir L.Kharitonov） 著
张显 赵宁 张继民 王艳涛 译

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

数学·统计学系列

时滞系统——Lyapunov泛函和矩阵

Time-Delay Systems—Lyapunov Functionals and Matrices

[俄罗斯] V. L. 哈里诺弗（Vladimir L.Kharitonov）著

张显 赵宁 张继民 王艳涛 译

HITP
哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

黑版贸审字 08－2017－048 号

内容简介

稳定性是时滞系统理论中研究最多的课题之一，但是关于时滞系统经典专著的相应章节没有给出无时滞线性系统经典 Lyapunov 理论的全面推广. 本书的主要目的是填补这一空白，详细介绍分析线性时滞系统稳定性的 Lyapunov-Krasovskii 方法的基本概念.

本书分为两部分. 第一部分研究滞后型时滞系统，包含四章：各章内容分别为初值问题解的存在唯一性，线性单时滞系统情形，线性多时滞系统情形，线性分布时滞系统情形. 第二部分研究中立型时滞系统，包含三章：主要是扩展第一部分内容到中立型时滞系统情形，以及处理线性时滞系统的特殊情况.

本书可以作为自动控制、应用数学以及相关专业的研究生教材或教学参考书，也可供相关专业的教学和科研人员、工程技术人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

时滞系统：Lyapunov 泛函和矩阵/(俄罗斯)V. L. 哈里诺弗(Vladimir L. Kharitonov)著；张显等译. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2017. 5

书名原文：Time-Delay Systems. Lyapunov Functionals and Matrices

ISBN 978－7－5603－6665－4

Ⅰ. ①时… Ⅱ. ①V… ②张… Ⅲ. ①时滞系统 Ⅳ. ①O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 111827 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 李 欣
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451－86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 19 字数 438 千字
版 次 2017 年 5 月第 1 版 2017 年 5 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978－7－5603－6665－4
定 价 68.00 元

译者的话

我于1991年开始从事矩阵理论的研究工作, 主要涉及线(加)性保持问题、矩阵乘法(半)群同态、矩阵广义逆、矩阵方程与不等式等问题. 2001年开始涉猎控制理论的研究, 主要研究广义线性系统分析与综合问题. 从2006年开始, 专心研究时滞系统理论及其在神经网络和基因调控网络中的应用. 由于知识结构的原因, 我非常关心时滞系统理论中新出现的矩阵方法. 去年的一个偶然机会发现了这本专著——Time-Delay Systems: Lyapunov Functionals and Matrices. 粗略地浏览之后, 发现这本专著的内容有别于许多关于时滞系统理论的书籍, 内容大多是近几年的研究成果, 并且目前相近的研究成果还很少(几乎没有国内学者的成果). 我认为该书中介绍的方法还有很大的扩展空间, 将来可能会有更多的国内研究者需要读这本书, 遂产生了将其译成中文的想法, 希望能为国内的读者提供方便.

本书的三位合译者中, 张继民和王艳涛是我的同事, 赵宁是我的学生. 张继民从事常微分方程、生物数学和非一致双曲系统方面的研究工作, 主要负责第1章和第5章的翻译; 王艳涛从事时滞系统理论及其在神经网络和基因调控网络中的应用研究, 主要负责第2~4章的翻译; 赵宁从事中立型时滞系统稳定性理论的研究工作, 主要负责第6~7章的翻译. 另外, 赵宁还承担了全书的编辑与排版工作. 我本人则对全书进行了校对、统一和协调, 并对一些翻译过程中遇到的问题处理进行了重点把握. 在此, 我对三位合译者付出的辛勤劳动表示诚挚的谢意. 对于这样的大篇幅翻译工作, 尽管我们尽了最大的努力, 但存在不当之处在所难免, 在此, 恳请广大读者在阅读本书的过程中及时将所发现的问题通过邮箱xianzhang@hlju.edu.cn反馈给我, 以便再版时加以改正. 此中译本得到了学院的一些研究生的鼎力相助, 他们参与了本书的打字和校对工作, 在此一并致谢.

在翻译过程中, 我们除修改了英文原著中的几处打字错误(均进行了标注)之外, 尽量保持了原著的风格, 包括书中的定义、定理、引理、说明和公式标号等.

本书的出版得到了黑龙江大学学科建设经费和国家自然科学基金项目(11371006)经费的资助, 在此深表谢意, 同时还要感谢黑龙江大学有关领导和同志的大力支持和帮助. 最后, 真诚地希望本书能对自动控制、应用数学以及相关专业的读者朋友有所帮助.

张显
2016年12月
于黑龙江大学

前言

虽然稳定性是时滞系统理论的最活跃研究课题之一，但是关于时滞系统经典专著[3, 23, 44]的相应章节没有给出无时滞线性系统经典Lyapunov理论的全面推广. 本书的主要目的是填补这一空白，详细介绍分析线性时滞系统稳定性的Lyapunov-Krasovskii方法的基本概念.

有两类稳定性结果. 第一类结果按以下方式获得: 首先选择正定泛函，然后计算它沿着系统解关于时间的导数，最后提出使得导数负定的条件. 大多数LMI型的稳定性条件是这样得到的. 需要精通这类稳定性结果者可参见文献[16, 17, 31, 54, 58, 64]. 第二类结果的获得方式是: 首先选择需要的时间导数，然后沿着系统的解计算满足这个时间导数的泛函，最后检查得出的泛函的正定性. 通常情况下，算得的泛函比第一类结果涉及的泛函更加复杂. 但是，由于这些泛函伴随着所研究的系统，往往能够提供系统行为的完整信息，因而自然地期望第二类方式可以成功地应用于一般的时滞系统. 当然，这样的结果对于线性时滞系统情形是有效的.

本书分为两部分. 第一部分包含四章，考虑滞后型时滞系统情形. 第1章是汇编章，讨论初始条件和系统状态的基本概念，遵循文献[19]阐述存在性和唯一性结论，在文献[72]的启发下给出基于Lyapunov-Krasovskii 方法的经典稳定性结果.

第2章研究经典的单时滞线性系统. 首先计算该系统的解，然后详细解释有预先指定时间导数的Lyapunov泛函的计算方法. 引入定义这些泛函的矩阵值函数，它们相当于无时滞线性系统情形的Lyapunov二次型领域中经典Lyapunov方程的解——经典Lyapunov矩阵，我们称之为时滞系统的Lyapunov矩阵. 本章的相当一部分是分析Lyapunov矩阵的基本性质，包括存在性、唯一性和计算等问题. 然后，介绍有二次下界和上界的Lyapunov泛函，他们是完备型泛函. 完备型泛函被用来推导时滞系统解的指数估计和扰动系统的鲁棒性界. 最后给出关于该领域主要贡献的简短历史综述.

第1章和第2章可作为时滞系统稳定性的入门课程. 这样的课程已经在墨西哥CINVESTAV研究所的自动控制系开设几年，目前正在俄罗斯圣彼得堡国立大学的应用数学和控制过程系开设.

第3章讨论滞后型线性多时滞系统. 应用上一章提出的方案，获得沿着时滞系统的解有预先指定时间导数的二次泛函的一般形式. 给出定义Lyapunov矩阵的特殊矩阵方程系统，并且证明该系统有唯一解当且仅当时滞系统的谱不包含关于复平面的原点对称的点. 这个谱性质称

为Lyapunov条件. 提出两种计算Lyapunov矩阵的数值方法. 第一种方法可应用于所有时滞是某个基础时滞的倍数的情形. 第二种方法可以计算一般时滞情形的近似Lyapunov矩阵, 并且也可以估计近似程度. 最后给出完备型二次泛函的定义及其重要应用.

第4章研究滞后型线性分布时滞系统. 首先, 介绍该系统的二次泛函和Lyapunov矩阵. 然后, 证明Lyapunov矩阵的存在性和唯一性条件, 并给出计算Lyapunov矩阵的数值方法. 最后, 得到线性分布时滞系统的Lyapunov矩阵是某个无时滞线性矩阵微分方程系统的边值问题的解.

本书的第二部分包括三章, 致力于中立型时滞系统的情形. 第5章将扩展第1章的结果到中立型时滞系统情形. 讨论系统的初始值问题解的存在性、唯一性和连续性. 基于Lyapunov-Krasovskii方法提出稳定性的概念, 并且获得的基本稳定性结果主要以充分必要条件的形式给出.

第6章考虑中立型线性单时滞系统. 定义系统的基本矩阵, 并给出初值问题解的柯西公式. 该公式用来计算沿着时滞系统的解有预先指定时间导数的二次泛函. 证明该泛函由时滞系统的Lyapunov矩阵定义. 深入分析Lyapunov矩阵的基本性质. 引入完备型泛函, 并讨论其各种应用.

最后一章致力于研究中立型线性分布时滞系统. 定义沿着时滞系统的解有预先指定时间导数的二次泛函的结构, 并介绍相应的Lyapunov矩阵. 给出定义Lyapunov矩阵的矩阵方程系统, 并在某些条件下证明了该系统有唯一解. 展示了线性分布时滞系统的Lyapunov矩阵是某个矩阵常微分方程系统的边值问题的解. 定义完备型泛函, 并证明该泛函可以表示成方便计算其上界和下界的特殊形式.

本书的参考书目并没有涵盖时滞系统稳定性分析的所有方面, 仅包括与本书讨论的问题密切相关的条目. 更完整的文献表见文献[18, 23, 41, 43, 58].

最后, 感谢我的同事Alexei Zhabko, Diederich Hinrichsen, Sabine Mondie, Alexander Alexandrov和Silviu-Iulian Niculescu 的卓有成效的合作和友好支持, 非常感谢他们的意见和建议.

特别感谢我以前的博士生Marco-Ivan Ramirez Sosa Moran, Daniel Melchor Aguilar, Eduardo Rodrigues Angeles, Hiram Garcia Lozano, Joaquin Santos Luna, Omar Santos Sanchez, Manuel-Benjamin Ortiz Moctezuma, Eduardo Velazquez Velazquez和Gilberto Ochoa Ortega(现在工作在墨西哥的各种机构), 本书的内容是他们与我的合作研究.

Vladimir L. Kharitonov

夏宫, 圣彼得堡, 俄罗斯

符　号

$\mathbb{R}$	实数集
$\mathbb{R}^n$	实n维列向量空间
i	虚数单位, $\mathrm{i}^2=-1$
$\mathbb{C}$	复数集
$\mathbb{C}^n$	复n维列向量空间
$0_{n\times n}$	n阶0矩阵
I	单位矩阵
$\mathrm{Re}(s),\ \mathrm{Im}(s)$	复数$s\in\mathbb{C}$的实部和虚部
$\|\|x\|\|$	向量$x\in\mathbb{R}^n(x\in\mathbb{C}^n)$的Euclid(Hermite)范数
$\|\|A\|\|$	Euclid(Hermite)范数的从属范数, 即$\|\|A\|\|=\max\limits_{\|\|x\|\|=1}\|\|Ax\|\|$
$C([-h,0],\mathbb{R}^n)$	区间$[-h,0]$上的$\mathbb{R}^n$-值连续函数
$PC([-h,0],\mathbb{R}^n)$	区间$[-h,0]$上的$\mathbb{R}^n$-值分段连续函数
$C^1([-h,0],\mathbb{R}^n)$	区间$[-h,0]$上的$\mathbb{R}^n$-值连续可微函数
$PC^1([-h,0],\mathbb{R}^n)$	区间$[-h,0]$上的$\mathbb{R}^n$-值分段连续可微函数
0_h	区间$[-h,0]$上的$\mathbb{R}^n$-值平凡函数, 即$0_h(\theta)\in\mathbb{R}^n=0,\theta\in[-h,0]$
$f(t+0)$	$f(t)$在点t的右极限, $f(t+0)=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}f(t+\|\varepsilon\|)$
$f(t-0)$	$f(t)$在点t的左极限, $f(t-0)=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}f(t-\|\varepsilon\|)$
$\|\|\varphi\|\|_h$	一致范数, 即$\|\|\varphi\|\|_h=\sup\limits_{-h\le\theta\le 0}\|\|\varphi(\theta)\|\|$
$x'(t)$	$x(t)$的一阶导数
$x''(t)$	$x(t)$的二阶导数
x_t	x在区间$[t-h,t]$上的限制, 即$x_t:\theta\to x(t+\theta),\theta\in[-h,0]$
$\mathrm{Res}\{f(s),s_0\}$	解析函数$f(s)$在极点s_0的留数

A^{T}	矩阵A的转置
A^*	矩阵A的Hermite共轭
$A > 0 (A \geq 0)$	矩阵A是对称正定的(半正定的)
$\lambda(A)$	矩阵A的特征值
$\lambda_{\max}(A), \lambda_{\min}(A)$	矩阵A的最大特征值, 最小特征值
$\sigma(A)$	方阵A的谱
$A \otimes B$	矩阵A和B的Kronecker积
$\mathrm{vec}(A)$	向量化运算

目录

第一部分

滞后型系統

第1章　一般理论

本章简单介绍滞后型时滞系统的相关理论. 给出解、初始条件和时滞系统的状态等基本概念, 建立关于初值问题解的存在唯一性理论, 并讨论解的连续性质. 特别系统地分析了滞后型时滞系统的稳定性理论. 介绍时滞系统解的稳定性、渐近稳定性和指数稳定性的概念, 通过Lyapunov-Krasovskii方法建立了滞后型时滞系统稳定性的充要条件. 最后给出一个简短的历史评论.

1.1　基础知识

考虑滞后型时滞系统

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = g(t, x(t), x(t-h)), \tag{1.1}$$

其中$x \in \mathbb{R}^n$, 时滞$h > 0$, $g(t, x, y)$是关于变量$t \geq 0$, $x \in \mathbb{R}^n$和$y \in \mathbb{R}^n$的向量值函数. 假定函数g关于所有变量都是连续的.

1.1.1　初值问题

众所周知, 无时滞系统$\dot{x} = G(t, x)$的解与初始时刻t_0和初始状态$x_0 \in \mathbb{R}^n$密切相关, 然而系统(1.1)的解并非如此. 值得注意的是已知t_0和x_0不足以定义$x(t)$在初始时刻t_0的导数. 为了定义系统(1.1)的解, 需要选择一个初始时刻$t_0 \geq 0$和一个初始函数$\varphi : [-h, 0] \to \mathbb{R}^n$. 因而系统(1.1)的初值问题表述为: 对于任意给定初始时刻$t_0 \geq 0$和初始函数φ, 系统(1.1)存在满足初始条件

$$x(t_0 + \theta) = \varphi(\theta), \quad \theta \in [-h, 0], \tag{1.2}$$

的解. 初始函数φ属于某个函数空间. 它可能是连续函数空间$C([-h, 0], \mathbb{R}^n)$, 分段连续函数空间$PC([-h, 0], \mathbb{R}^n)$, 或者其他的函数空间. 空间的选择由所研究的具体问题决定. 在这里假定初始函数属于空间$PC([-h, 0], \mathbb{R}^n)$. 同时假设函数$\varphi$有至多有限个间断点, 并且对于每一个连续区间$(\alpha, \beta) \in [-h, 0]$, 在$\theta = \alpha$处的有有限右极限$\varphi(\alpha + 0) = \lim\limits_{\varepsilon \to 0} \varphi(\alpha + |\varepsilon|)$, 在$\theta = \beta$ 处的有有限左极限$\varphi(\beta - 0) = \lim\limits_{\varepsilon \to 0} \varphi(\beta - |\varepsilon|)$.

本书中向量范数为欧氏范数, 矩阵范数为相应的诱导范数. 定义空间$PC([-h,0],\mathbb{R}^n)$中的范数[24, 65, 66]:

$$\|\varphi\|_h = \sup_{\theta\in[-h,0]} \|\varphi(\theta)\|,$$

称为一致范数. 值得注意的是由于初始函数属于一个函数空间, 从而时滞系统是一个无穷维系统. 另一方面, 时滞系统的轨道属于$\mathbb{R}^{n+1}$, 于是时滞系统也可以看作有限维系统.

1.1.2 解

本节讨论初值问题(1.1)-(1.2)的解的存在性, 利用文献[3]中的逐步法.

首先, 考虑时间段$[t_0,t_0+h]$, 易见$t-h\in[t_0-h,t_0]$. 由(1.2)知$x(t-h)=\varphi(t-t_0-h)$. 考虑常微分方程:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = G^{(1)}(t,x) = g(t,x,\varphi(t-t_0-h)),\quad t\in[t_0,t_0+h].$$

接下来的目标是找到一个满足条件$x(t_0)=\varphi(0)$的解.

若在整个时间段$[t_0,t_0+h]$上的解$\widetilde{x}(t)$可以定义, 则继续考虑下一个时间段$[t_0+h,t_0+2h]$. 这里$t-h\in[t_0,t_0+h]$, 并且时滞状态$x(t-h)$定义为$x(t-h)=\widetilde{x}(t-h)$. 因而在此时间段上系统(1.1)就变为如下形式的无时滞系统

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = G^{(2)}(t,x) = g(t,x,\widetilde{x}(t-h)),\quad t\in[t_0+h,t_0+2h],$$

并找到了一个满足初始条件$x(t_0+h)=\widetilde{x}(t_0+h)$的解.

应用逐步法, 将初值问题(1.1)-(1.2)转化为常微分方程的求解问题。

1.1.3 状态概念

在动力系统理论中, 系统的状态概念具有很重要的地位. 一般来说, 在给定的时刻$t_1\geq t_0$的系统状态应该包括使该系统在$t\geq t_1$时刻连续的最少信息.

由初始条件和逐步法知, 为了使得系统的解在$t\geq t_1$连续, 需要知道$x(t_1+\theta)$, $\theta\in[-h,0]$. 因此, 沿着系统(1.1)一个给定的解的系统的状态在时刻$t\geq t_0$被定义为在时间段$[t-h,t]$上解的限制. 用如下的记号来表示系统的状态

$$x_t:\theta\to x(t+\theta),\quad \theta\in[-h,0].$$

需要显示解的初始条件时, 使用记号$x(t,t_0,\varphi)$和$x_t(t_0,\varphi)$. 对于时不变系统, 经常假定$t_0=0$进而省略了t_0.

1.2 存在唯一性问题

时滞系统的动力学性质, 不仅依赖于系统(1.1)的时滞状态$x(t-h)$, 而且还依赖于系统的整个状态x_t. 例如: 考虑系统

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=\int_{-h}^{0}g(t,x(t+\theta))\mathrm{d}\theta.$$

系统的右边依赖于$x(t+\theta)$, $\theta\in[-h,0]$, 这意味着右边不再是一个函数, 而是定义在一个特殊函数空间的泛函. 显然逐步法并不适用于这样的系统. 因而必须寻找新的求解方法. 首先给出如下的定义.

定义 1.1　([45]) 给定一个泛函

$$F:PC([-h,0],\mathbb{R}^n)\to\mathbb{R}^n,$$

若对任意的$\varepsilon>0$, 存在$\delta>0$使得对于$\varphi\in PC([-h,0],\mathbb{R}^n)$, 不等式$\|\varphi-\varphi_0\|_h<\delta$蕴涵

$$\|F(\varphi)-F(\varphi_0)\|<\varepsilon,$$

则称泛函F在空间$\varphi_0\in PC([-h,0],\mathbb{R}^n)$是连续的. 若$F$在$PC([-h,0],\mathbb{R}^n)$的子集$\varPhi$中的每个点都是连续的, 则称泛函$F$在集合$\varPhi$上连续.

现在定义泛函

$$f:[0,\infty)\times PC([-h,0],\mathbb{R}^n)\to\mathbb{R}^n.$$

则该泛函确定的时滞系统为

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=f(t,x_t).\tag{1.3}$$

定理 1.1　若时滞系统(1.3)的右端泛函

$$f:[0,\infty)\times PC([-h,0],\mathbb{R}^n)\to\mathbb{R}^n$$

满足下列条件:

(i) 对任意的$H>0$, 存在$M(H)>0$使得

$$\|f(t,\varphi)\|\le M(H),\quad (t,\varphi)\in[0,\infty)\times PC([-h,0],\mathbb{R}^n), \|\varphi\|_h\le H;$$