

胡金德 谭泽光 梁 恒 考研数学系列

命题人与阅卷人联袂打造

2018 考研数学

辅导全书

(数学一)

清华大学 胡金德
清华大学 谭泽光 主 编
清华大学 梁 恒

- ▶ 权威名师主笔，紧扣考纲，夯实基础，突出核心考点
- ▶ 典型真题例题详解，提供多种解题思路
- ▶ 归纳提炼常考题型，贴心提示知识点理解误区
- ▶ 揭秘解题方法奥妙，举一反三，助考生成功过关



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

2018 考研数学

辅导全书

(数学一)

清华大学 胡金德
清华大学 谭泽光 主 编
清华大学 梁 恒



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书包括高等数学、线性代数和概率论与数理统计三大部分,章节依据最新大纲进行划分,每章包含知识结构网络图、最新大纲、大纲考点梳理、典型例题解析和习题精选与预测。本书知识点讲解与大纲同步,例题讲解精细,能够帮助考生全面掌握考研数学的基础知识,为后续的复习打下坚实的基础。另外,本书最后附有2017年考研数学一真题及详解,旨在让考生对最新的命题方向有初步的认识。

本书专为参加2018年研究生入学考试(数学一)的考生备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

2018 考研数学辅导全书. 数学一 / 胡金德, 谭泽光,
梁恒主编. -- 北京: 北京航空航天大学出版社, 2017. 1
ISBN 978-7-5124-2338-1

I. ①2… II. ①胡… ②谭… ③梁… III. ①高等数
学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 022791 号

版权所有,侵权必究。

2018 考研数学辅导全书(数学一)

胡金德 谭泽光 梁 恒 主编
责任编辑 张冀青

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhwaiyu@163.com 邮购电话:(010)82316936

保定市中画美凯印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1 092 1/16 印张:40 字数:1 024 千字

2017 年 3 月第 1 版 2017 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5124-2338-1 定价:69.80 元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

前 言

数学是考研科目中特别重要的一个科目,考生要想在最后取得理想成绩,除了需要不懈的努力外,还必须掌握“巧劲”,而非“蛮劲”。在复习准备阶段,正确选择考试辅导用书,可以在复习过程中达到事半功倍的效果。本书就是这样一本在考前基础复习阶段为考生用心编写、量身定做的考研辅导书。

本书作为一本系统、全面的考研数学一知识点梳理及能力提高训练用书,适合考研的同学在考研复习初期使用。本书分三部分进行编写:高等数学、线性代数和概率论与数理统计。每一部分都是严格按照教育部考试中心编写的最新《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学一)的要求,精心编写体例,概括总结每章知识点,重点突出,知识点讲解详略得当,帮助考生在复习时有的放矢,快速提升学习效率,达到良好的复习和备考效果。另外,本书在最后附有 2017 年考研数学一真题及详解,方便考生对真题的题量、命题形式和最新的命题方向有初步的认识。

本书编排结构及特点如下:

一、考点清晰,内容权威

每章首先给出本章知识结构网络图,让考生对本章重要知识点有总体的认识。而后再给出最新数学考试大纲中的考试内容与考试要求,旨在让考生复习时明确目标、突出重点,做到有的放矢。同时,方便考生在复习过程中不断地查缺补漏,完善知识体系。

另外,作者在编写过程中,通过深入研究考试大纲,把握其要求和精神,并结合近 10 年来的考研数学真题及多年教学经验,分析其命题特点和动向,内容权威。

二、知识全面,详略得当

大纲考点梳理部分涵盖考研大纲的所有知识点,并做到详略得当,旨在帮助考生熟悉考点,把握重点,建立考研数学的整体知识架构。另外,为突出重要的知识点,本书在例题解析中将重要考点分为若干专题进行分析讨论,旨在让考生对此类题目有更加清晰的认识。

三、归纳总结,指点迷津

在体例设计上,作者通过精心研究考研数学的命题规律,将考试内容分为不同的专题进行讲解;通过归纳总结历年考试类型,力求涵盖考试中可能出现的所有考试题型,为考生指点迷津。在题目选择上,既有紧扣考试内容的经典题目,也有许多发散思维的新题目,考生对常考题型要做到了然于胸,对一些新颖的题目要做到



先记后用、触类旁通。

四、答案解析详细，解题方案多样

在题目讲解上，力求做到准确、详细，并在一些解题的关键处给出提示和注解，为考生提供详细的答案解析，从解析一道题学会分析解答类似的题目。除此之外，对于同一问题，本书给出了多种思路的解题方案，以帮助考生能灵活地运用所学的知识，发散思维。考生在阅读完此部分后，定能加深对定义、定理的理解，极大提升解题的能力。

希望本书能成为广大考生的良师益友。

由于时间仓促，书中难免有疏漏之处，诚请各位专家和读者批评指正。

最后，祝愿每一位考生都取得优异的成绩，考取理想的学府。

编者

2017年1月

目 录

第一部分 高等数学

第一章 函数 极限 连续	3
本章知识结构网络图	3
最新大纲	4
考试内容	4
考试要求	4
§ 1 函 数	4
大纲考点梳理	4
典型例题解析	9
专题一 求函数的定义域与函数表达式	9
专题二 函数的性质	11
§ 2 极 限	12
大纲考点梳理	12
典型例题解析	18
专题一 求数列极限	18
专题二 求函数极限	21
专题三 无穷小的比较	27
专题四 已知极限或无穷小求待定参数	29
§ 3 函数的连续与间断	30
大纲考点梳理	30
典型例题解析	33
专题一 初等函数和抽象函数的连续与间断	33
专题二 分段函数的连续性	33
专题三 由极限定义的函数的连续性	35
专题四 连续函数的零点问题	36
专题五 综合题	37
习题精选与预测	39
第二章 一元函数微分学	42
本章知识结构网络图	42
最新大纲	43
考试内容	43
考试要求	43
§ 1 导数与微分	43
大纲考点梳理	43
典型例题解析	45



专题一	利用导数与微分的定义解题	45
专题二	可微、可导、连续与极限的关系	48
专题三	导数的物理、几何应用	49
§ 2	导数的计算	50
大纲考点梳理		50
典型例题解析		53
专题一	利用导数公式与运算法则求导	53
专题二	求分段函数的导数或微分	54
专题三	求幂指函数的导数或微分	55
专题四	隐函数求导	55
专题五	反函数求导	56
专题六	由参数方程确定的函数的导数	56
专题七	求 n 阶导数	56
§ 3	利用导数研究函数性态	58
大纲考点梳理		58
典型例题解析		61
专题一	求曲率与曲率半径	61
专题二	利用导数讨论函数的单调性、极值与最值	62
专题三	函数的凹凸性与拐点	64
专题四	求曲线的切线、法线和渐近线	65
专题五	综合题	66
§ 4	微分中值定理、零点问题与不等式证明	68
大纲考点梳理		68
典型例题解析		71
专题一	函数零点的存在性与个数问题	71
专题二	证明项中包含 $\xi, f(\xi), f'(\xi), \dots$ 的问题	73
专题三	拉格朗日中值定理与带拉格朗日余项的泰勒公式及其应用	75
专题四	证明项中包含 $\xi, \eta, f(\xi), f(\eta), f'(\xi), f'(\eta)$ 的问题	77
专题五	不等式证明	78
习题精选与预测		79
第三章	一元函数积分学	85
本章知识结构网络图		85
最新大纲		86
考试内容		86
考试要求		86
§ 1	不定积分和定积分的概念与性质	86
大纲考点梳理		86
典型例题解析		90
§ 2	不定积分与定积分的计算	92
大纲考点梳理		92
典型例题解析		99
专题一	有理函数的积分	99

专题二	无理函数的积分	99
专题三	三角函数的积分	100
专题四	乘积的混合式积分	102
专题五	分段函数与绝对值函数的积分	104
专题六	变限积分问题	105
§ 3	反常积分	107
大纲考点梳理		107
典型例题解析		110
专题一	反常积分的计算	110
专题二	判定反常积分的敛散性	111
§ 4	定积分的应用	112
大纲考点梳理		112
典型例题解析		115
专题一	几何应用	115
专题二	物理应用	118
§ 5	定积分的证明题	119
典型例题解析		119
专题一	等式的证明	119
专题二	不等式的证明	120
习题精选与预测		122
第四章	向量代数和空间解析几何	134
本章知识结构网络图		134
最新大纲		135
考试内容		135
考试要求		135
§ 1	向量代数	135
大纲考点梳理		135
典型例题解析		138
§ 2	空间平面方程与空间直线方程	139
大纲考点梳理		139
典型例题解析		141
专题一	求空间的平面方程	141
专题二	求空间的直线方程	142
专题三	点、直线、平面间的关系	143
§ 3	空间曲面方程与空间曲线方程	144
大纲考点梳理		144
典型例题解析		146
专题一	旋转面与柱面方程	146
专题二	投影方程	147
习题精选与预测		147
第五章	多元函数微分学	150
本章知识结构网络图		150



最新大纲	151
考试内容	151
考试要求	151
§ 1 多元函数的概念、极限与连续性	151
大纲考点梳理	151
典型例题解析	154
专题一 二元函数的概念	154
专题二 二元函数的极限	154
§ 2 多元函数的偏导数与全微分	156
大纲考点梳理	156
典型例题解析	158
专题一 简单的二元函数偏导数与微分计算	158
专题二 二元函数连续、可偏导、可微的关系	159
§ 3 多元函数求导法则	162
大纲考点梳理	162
典型例题解析	163
专题一 求复合函数的偏导数与全微分	163
专题二 求隐函数的偏导数与全微分	167
§ 4 多元函数微分学的几何应用	171
大纲考点梳理	171
典型例题解析	173
专题一 空间曲线与空间曲面	173
专题二 求方向导数与梯度	174
§ 5 多元函数的极值和最值问题	175
大纲考点梳理	175
典型例题解析	177
专题一 求解多元函数的无条件极值	177
专题二 求解多元函数的条件极值	179
专题三 求解多元函数的最值	181
习题精选与预测	185
第六章 多元函数积分学	190
本章知识结构网络图	190
最新大纲	191
考试内容	191
考试要求	191
§ 1 二重积分	191
大纲考点梳理	191
典型例题解析	195
专题一 二重积分的概念和性质	195
专题二 直角坐标和极坐标下二重积分的计算	195
专题三 二次积分交换积分次序	201
专题四 利用对称性计算二重积分	203



§ 2 三重积分	206
大纲考点梳理	206
典型例题解析	208
专题一 直角坐标系下三重积分的计算	208
专题二 柱坐标系下三重积分的计算	209
专题三 球坐标系下三重积分的计算	210
§ 3 曲线积分	211
大纲考点梳理	211
典型例题解析	214
专题一 第一类曲线积分	214
专题二 第二类曲线积分与格林公式的应用	216
§ 4 曲面积分	219
大纲考点梳理	219
典型例题解析	222
专题一 第一类曲面积分	222
专题二 第二类曲面积分与高斯公式的应用	224
专题三 斯托克斯公式的应用	227
§ 5 散度与旋度	228
大纲考点梳理	228
典型例题解析	229
§ 6 多元函数积分学的几何、物理应用	229
大纲考点梳理	229
典型例题解析	230
专题一 几何应用	230
专题二 物理应用	231
习题精选与预测	235
第七章 无穷级数	240
本章知识结构网络图	240
最新大纲	241
考试内容	241
考试要求	241
§ 1 常数项级数及其敛散性	241
大纲考点梳理	241
典型例题解析	245
专题一 级数的概念与敛散性	245
专题二 正向级数的敛散性判定	246
专题三 交错级数的敛散性判定	248
专题四 任意项级数的敛散性判定	249
§ 2 幂级数	250
大纲考点梳理	250
典型例题解析	254
专题一 幂级数的收敛区间与收敛域	254



专题二 幂级数与常数项级数求和	256
专题三 函数的幂级数展开式	260
§ 3 傅里叶级数	263
典型例题解析	265
专题一 函数的傅里叶级数展开	265
专题二 傅里叶级数的收敛性	267
习题精选与预测	268
第八章 微分方程	273
本章知识结构网络图	273
最新大纲	273
考试内容	273
考试要求	273
§ 1 一阶微分方程与可降阶的高阶微分方程的解法	274
大纲考点梳理	274
典型例题解析	277
专题一 变量可分离的方程与齐次方程的求解	277
专题二 一阶线性方程与伯努利方程的求解	278
专题三 全微分方程的求解	280
专题四 可降解的高阶微分方程的求解	281
§ 2 高阶线性微分方程	284
大纲考点梳理	284
典型例题解析	286
专题一 高阶线性微分方程解的结构、性质与判定	286
专题二 求解二阶线性微分方程	287
专题三 求解欧拉方程	288
§ 3 微分方程的应用	289
大纲考点梳理	289
典型例题解析	289
习题精选与预测	295

第二部分 线性代数

第一章 行列式	301
本章知识结构网络图	301
最新大纲	302
考试内容	302
考试要求	302
§ 1 行列式的定义	302
大纲考点梳理	302
典型例题解析	303
§ 2 行列式的性质	304
大纲考点梳理	304
典型例题解析	305

专题一 一般行列式的计算	305
专题二 n 阶行列式计算方法介绍	309
§ 3 行列式按行(或列)展开定理	315
大纲考点梳理	315
典型例题解析	316
专题一 余子式、代数余子式	316
专题二 用行列式表示函数、方程	317
§ 4 克莱姆法则	318
大纲考点梳理	318
典型例题解析	319
习题精选与预测	320
第二章 矩 阵	324
本章知识结构网络图	324
最新大纲	325
考试内容	325
考试要求	325
§ 1 矩阵的概念与运算	325
大纲考点梳理	325
典型例题解析	328
专题一 矩阵的概念及运算	328
专题二 求方阵的幂	329
§ 2 可逆矩阵与伴随矩阵	333
大纲考点梳理	333
典型例题解析	334
专题一 矩阵可逆的判定及逆矩阵的计算	334
专题二 伴随矩阵	336
§ 3 矩阵的初等变换	338
大纲考点梳理	338
典型例题解析	339
专题一 矩阵的初等变换	339
专题二 矩阵的秩	341
§ 4 分块矩阵	342
大纲考点梳理	342
典型例题解析	343
专题一 分块矩阵	343
专题二 矩阵乘积的行列式及分块矩阵的行列式	345
专题三 求解矩阵方程	346
习题精选与预测	349
第三章 向 量	353
本章知识结构网络图	353
最新大纲	354
考试内容	354



考试要求	354
§ 1 向量运算与向量组的线性相关性	354
大纲考点梳理	354
典型例题解析	356
专题一 线性相关性的判别与证明	356
专题二 向量与向量组的线性表出	359
§ 2 极大线性无关组与向量组的秩	362
大纲考点梳理	362
典型例题解析	363
专题一 向量组的秩与极大线性无关组	363
专题二 向量组的等价	364
§ 3 向量空间	366
大纲考点梳理	366
典型例题解析	369
习题精选与预测	371
第四章 线性方程组	376
本章知识结构网络图	376
最新大纲	377
考试内容	377
考试要求	377
§ 1 齐次线性方程组	377
大纲考点梳理	377
典型例题解析	379
专题一 线性方程组解的判定、性质与结构	379
专题二 求解齐次线性方程组	385
§ 2 非齐次线性方程组	387
大纲考点梳理	387
典型例题解析	388
专题一 求解非齐次线性方程组	388
专题二 两方程组的公共解与同解问题	395
习题精选与预测	399
第五章 矩阵的特征值和特征向量	404
本章知识结构网络图	404
最新大纲	405
考试内容	405
考试要求	405
§ 1 特征值与特征向量	405
大纲考点梳理	405
典型例题解析	407
专题一 求数字型矩阵的特征值与特征向量	407
专题二 求抽象矩阵的特征值与特征向量	409
专题三 利用特征值与特征向量确定参数	411



专题四 有关特征值与特征向量的证明题	412
§ 2 相似矩阵及矩阵的相似对角化	415
大纲考点梳理	415
典型例题解析	416
专题一 相似矩阵的性质及其判定	416
专题二 方阵的对角化问题	418
§ 3 实对称矩阵及其相似对角化	420
大纲考点梳理	420
典型例题解析	421
专题一 实对称矩阵的性质	421
专题二 实对称矩阵的对角化	424
专题三 特征值、特征向量、相似对角阵的应用	428
习题精选与预测	431
第六章 二次型	436
本章知识结构网络图	436
最新大纲	436
考试内容	436
考试要求	436
§ 1 二次型的定义、矩阵表示	437
大纲考点梳理	437
典型例题解析	437
专题一 二次型的矩阵表示	437
专题二 线性变换	439
§ 2 化二次型为标准形和规范形	440
大纲考点梳理	440
典型例题解析	442
§ 3 合同矩阵	446
大纲考点梳理	446
典型例题解析	447
§ 4 正定二次型与正定矩阵	449
大纲考点梳理	449
典型例题解析	449
专题一 正定二次型与正定矩阵的判定与证明	449
专题二 二次型的应用	453
习题精选与预测	455

第三部分 概率论与数理统计

第一章 随机事件和概率	461
本章知识结构网络图	461
最新大纲	462
考试内容	462
考试要求	462



§ 1 随机事件的关系与运算	462
大纲考点梳理	462
典型例题解析	464
§ 2 随机事件的概率	466
大纲考点梳理	466
典型例题解析	468
专题一 概率的基本性质	468
专题二 古典概型与几何概型	469
专题三 条件概率	470
专题四 全概率公式与贝叶斯公式	471
§ 3 事件的独立性	473
大纲考点梳理	473
典型例题解析	474
专题一 事件的独立性	474
专题二 伯努利概型	476
习题精选与预测	478
第二章 随机变量及其分布	481
本章知识结构网络图	481
最新大纲	482
考试内容	482
考试要求	482
§ 1 随机变量及其分布函数	482
大纲考点梳理	482
典型例题解析	483
§ 2 离散型与连续型随机变量	486
大纲考点梳理	486
典型例题解析	489
专题一 离散型随机变量及其分布律	489
专题二 连续型随机变量及其概率密度	490
专题三 随机变量的常见分布	492
§ 3 随机变量函数的分布	494
典型例题解析	495
习题精选与预测	498
第三章 多维随机变量及其分布	502
本章知识结构网络图	502
最新大纲	503
考试内容	503
考试要求	503
§ 1 二维随机变量及其分布	503
大纲考点梳理	503
典型例题解析	506
专题一 离散型随机变量的联合分布、边缘分布及条件分布	506
专题二 连续型随机变量的联合分布、边缘分布及条件分布	509

§ 2 二维随机变量的独立性	512
大纲考点梳理	512
典型例题解析	513
§ 3 二维均匀分布与二维正态分布	516
大纲考点梳理	516
典型例题解析	517
§ 4 随机变量函数的分布	520
大纲考点梳理	520
典型例题解析	522
习题精选与预测	532
第四章 随机变量的数字特征	535
本章知识结构网络图	535
最新大纲	536
考试内容	536
考试要求	536
§ 1 随机变量的数学期望和方差	536
大纲考点梳理	536
典型例题解析	538
专题一 随机变量期望与方差的概念与计算	538
专题二 随机变量函数的期望与方差	542
专题三 几种常见分布的期望与方差	546
§ 2 协方差与相关系数	548
大纲考点梳理	548
典型例题解析	550
专题一 协方差与相关系数的计算	550
专题二 相关性与独立性的判定	553
§ 3 随机变量的矩	556
大纲考点梳理	556
典型例题解析	556
习题精选与预测	557
第五章 大数定律与中心极限定理	560
本章知识结构网络图	560
最新大纲	560
考试内容	560
考试要求	560
§ 1 大数定律	561
大纲考点梳理	561
典型例题解析	562
§ 2 中心极限定理	564
大纲考点梳理	564
典型例题解析	564
习题精选与预测	567



第六章 数理统计的基本概念	570
本章知识结构网络图	570
最新大纲	571
考试内容	571
考试要求	571
§ 1 随机样本	571
大纲考点梳理	571
§ 2 统计量及其分布	572
大纲考点梳理	572
典型例题解析	576
专题一 统计量及其数字特征	576
专题二 统计量的分布	581
习题精选与预测	584
第七章 参数估计	587
本章知识结构网络图	587
最新大纲	588
考试内容	588
考试要求	588
§ 1 点估计与估计量的评价标准	588
大纲考点梳理	588
典型例题解析	590
专题一 矩估计和最大似然估计	590
专题二 估计量的评价标准	593
§ 2 区间估计	598
大纲考点梳理	598
典型例题解析	599
习题精选与预测	600
第八章 假设检验	603
本章知识结构网络图	603
最新大纲	603
考试内容	603
考试要求	603
§ 1 假设检验的定义及常用概念	604
大纲考点梳理	604
§ 2 显著性检验	604
大纲考点梳理	604
典型例题解析	605
习题精选与预测	606
附 录	608
2017 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题	608
2017 年全国硕士研究生入学统一考试数学一真题详解	611
后 记	622