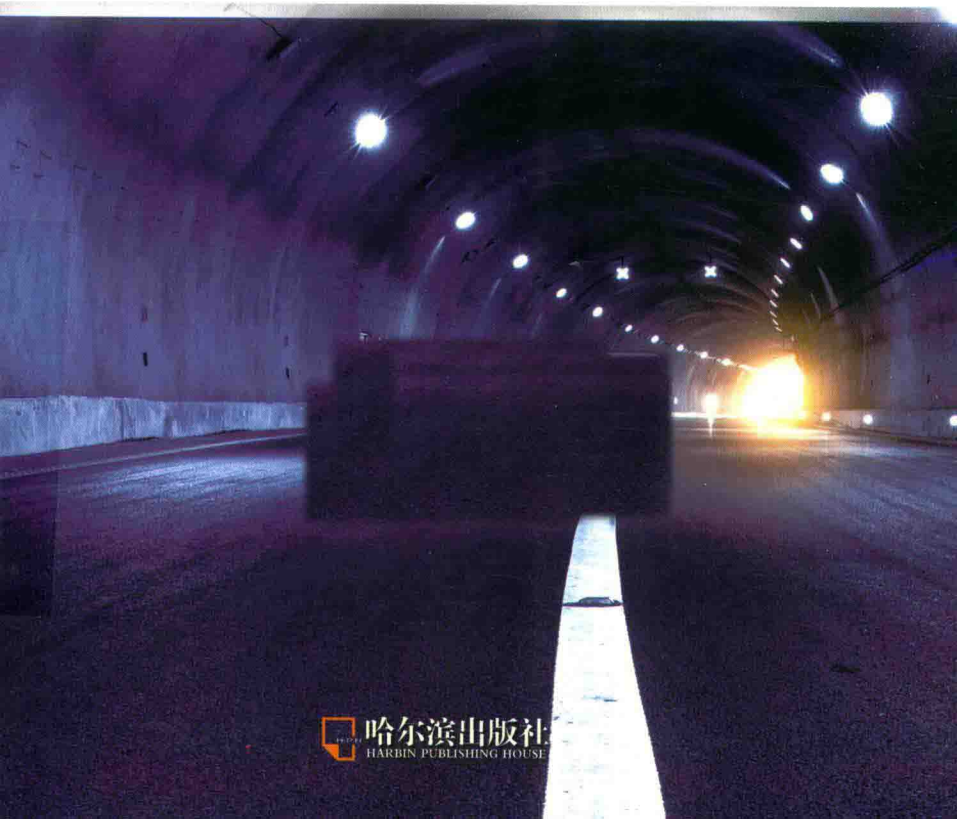


# 直曲墙圆拱衬砌 计算研究

王德银 著

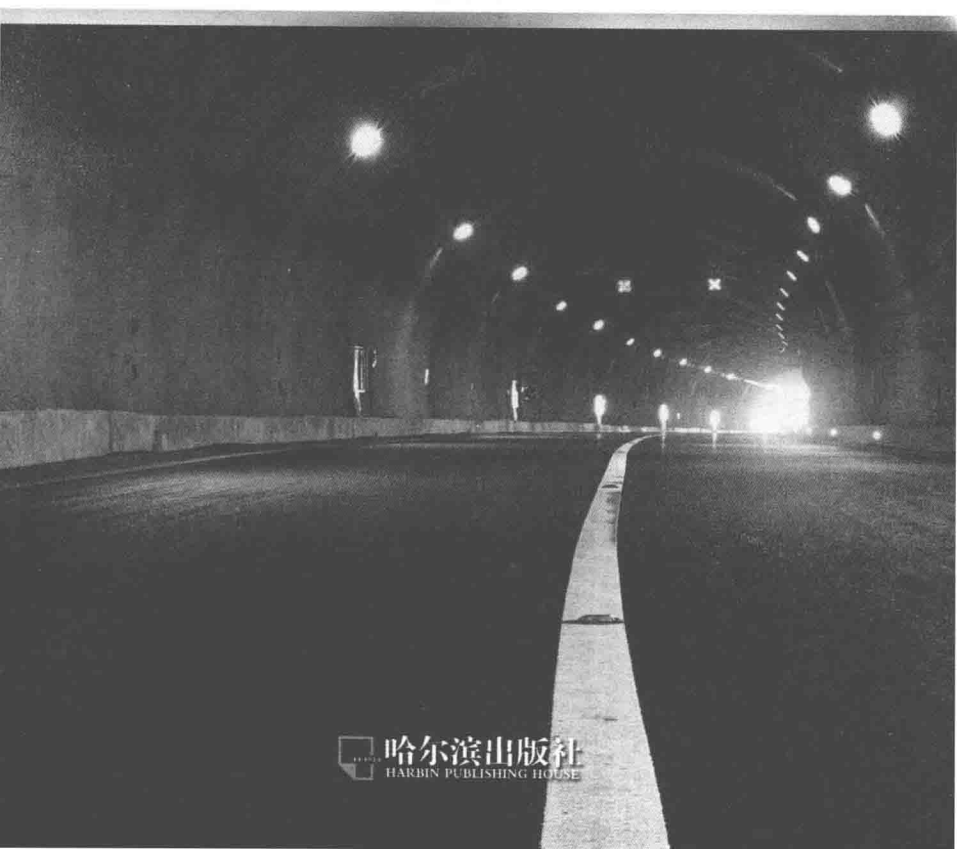


哈尔滨出版社  
HARBIN PUBLISHING HOUSE



# 直曲墙圆拱衬砌 计算研究

王德银 著



 哈尔滨出版社  
HARBIN PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

直曲墙圆拱衬砌计算研究 / 王德银著. — 哈尔滨: 哈尔滨出版社, 2016.1

ISBN 978-7-5484-2267-9

I. ①直… II. ①王… III. ①道路工程-涵洞工程-衬砌结构-计算方法-研究 IV. ①U449

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 204566 号

书 名: 直曲墙圆拱衬砌计算研究

作 者: 王德银 著

责任编辑: 路 嵩 孙爱萍

责任审校: 李 战

装帧设计: 王秋伟

出版发行: 哈尔滨出版社(Harbin Publishing House)

社 址: 哈尔滨市松北区世坤路 738 号 9 号楼 邮编: 150028

经 销: 全国新华书店

印 刷: 哈尔滨翰翔印务有限公司

网 址: [www.hrbcbbs.com](http://www.hrbcbbs.com) [www.mifengniao.com](http://www.mifengniao.com)

E-mail: [hrbcbbs@yeah.net](mailto:hrbcbbs@yeah.net)

编辑版权热线: (0451)87900271 87900272

邮购热线: 4006900345 (0451)87900345 或登录蜜蜂鸟网站购买

销售热线: (0451)87900201 87900202 87900203

开 本: 880mm × 1230mm 1/32 印张: 7.25 字数: 110 千字

版 次: 2016 年 1 月第 1 版

印 次: 2016 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5484-2267-9

定 价: 26.80 元

凡购本社图书发现印装错误,请与本社印制部联系调换。

服务热线: (0451)87900278

本社法律顾问: 黑龙江佳鹏律师事务所

# 目 录

## 第一篇 直墙圆拱衬砌计算

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| 第一章 拱圈计算的基本原理 .....                                                  | 1  |
| 第一节 概述 .....                                                         | 1  |
| 第二节 荷载 .....                                                         | 2  |
| 第三节 拱圈计算 .....                                                       | 5  |
| 第二章 单心圆衬砌拱圈的计算 .....                                                 | 9  |
| 第一节 单心圆衬砌拱圈单位变位计算 .....                                              | 9  |
| 第二节 单心圆衬砌拱圈载变位的计算 .....                                              | 12 |
| 第三节 在垂直及侧向荷载作用下拱圈任意截面的<br>内力计算 .....                                 | 17 |
| 第四节 弹性抗力和摩擦力作用下的载变位及垂直力 $V$ ,<br>水平力 $H$ , 轴向力 $N$ 和力矩 $M$ 的计算 ..... | 18 |
| 第三章 三心圆衬砌拱圈的计算 .....                                                 | 22 |
| 第一节 衬砌拱圈单位变位的计算 .....                                                | 22 |
| 第二节 载变位的计算 .....                                                     | 27 |
| 第三节 垂直荷载及侧向荷载的内力计算 .....                                             | 42 |
| 第四节 弹性抗力作用下引起的变位, 垂直力 $V$ , 水平力<br>$H$ , 轴向力 $N$ 和力矩 $M$ 的计算 .....   | 45 |
| 第四章 衬砌直边墙的计算 .....                                                   | 47 |
| 第一节 概念 .....                                                         | 47 |
| 第二节 无限长梁的计算 .....                                                    | 49 |

|                  |    |
|------------------|----|
| 第三节 短梁的计算 .....  | 54 |
| 第四节 刚性梁的计算 ..... | 57 |
| 第五章 三心圆例题 .....  | 58 |

## 第二篇 曲墙圆拱衬砌的计算

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 第一章 概述 .....                       | 71  |
| 第一节 概述 .....                       | 71  |
| 第二节 荷载 .....                       | 72  |
| 第二章 衬砌的计算 .....                    | 74  |
| 第一节 基本原理 .....                     | 74  |
| 第二节 衬砌变位的计算 .....                  | 79  |
| 第三节 主动荷载作用下的载变位计算 .....            | 84  |
| 第四节 主动荷载作用下,衬砌任意截面内力计算 ...         | 95  |
| 第五节 弹性抗力和摩擦力作用下的载变位及<br>内力计算 ..... | 99  |
| 第六节 求最大抗力值 .....                   | 105 |
| 第三章 曲墙圆拱衬砌计算例题 .....               | 108 |
| 附表 1-1 .....                       | 130 |
| 附表 2-1 .....                       | 134 |
| 双曲线三角函数表 .....                     | 161 |
| 附表 3-1 .....                       | 164 |
| 度数化为弧度表 .....                      | 219 |
| 单心圆变截面尺寸计算公式 .....                 | 220 |
| 三心圆变截面尺寸计算公式 .....                 | 222 |
| 参考文献 .....                         | 224 |

# 第一篇 直墙圆拱衬砌计算

## 第一章 拱圈计算的基本原理

### 第一节 概述

地下结构由于与周围地层紧密接触,它在受力过程中变形,受到地层的限制,结构的一部分形成脱离区,而另一部分形成抗力区(图 1-1),在抗力区部分结构与地层压得很紧密,引起地层给结构的弹性抗力,弹性抗力区的范围及抗力的大小随外力、结构变形及地层性质而变。

目前地下结构计算理论,考虑了衬砌结构与地层间相互作用,故采用局部变形理论即温克尔假定进行计算(也有主张采用共同变形理论计算的)。

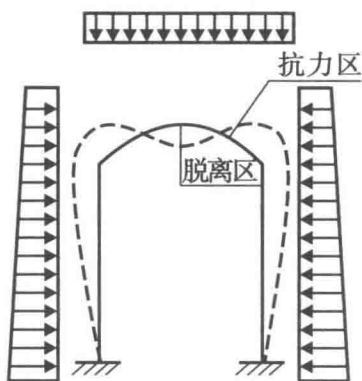


图 1-1

衬砌的一般形式如图 1-2 所示,系由拱圈、边墙和底板组成,拱圈弹性固定在两个边墙上。衬砌计算中通常不考虑底板的作用,衬砌计算简图如图 1-3 所示。

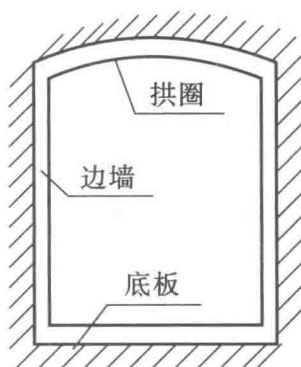


图 1-2

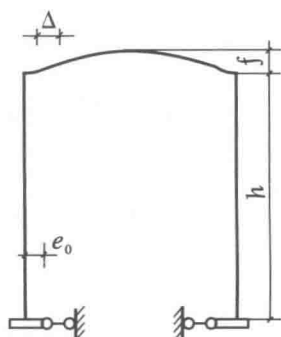


图 1-3

衬砌在进行静力计算时,拱圈按弹性拱,边墙按弹性地基上的梁分别进行计算,但须考虑它们相互作用的影响。

## 第二节 荷载

衬砌所受的地层压力通常用卸荷拱(图 1-4)理论计算,卸荷拱高由下式计算:

$$h = \frac{\left(\frac{B}{2} + A\right) + (H + A) \cdot \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right)}{f} + A \quad (1-1)$$

式中:

$B$ ——毛洞开挖跨度长度,等于衬砌净跨长度加两侧边墙厚度;

$H$ ——衬砌外缘高度;

$A$ ——超挖宽度;

$f$ ——岩石坚固性系数(普氏系数);

$\Phi$ ——岩层内摩擦角。

衬砌所受地层垂直压力为卸荷拱下之岩层重量,垂直压力近似假定为均布荷载,则

$f$ ——拱轴线矢高。

同理可求得边墙的侧向梯形地层压力。

### 3. 弹性抗力

在垂直荷载作用下,拱圈的两侧向地层方向变形,引起地层对衬砌的弹性抗力。弹性抗力假定按二次抛物线分布(图 1-5)计算,其零点位于  $\varphi_h=45^\circ$  附近的截面上,而最大值假定在侧墙的顶截面,其值为  $6_h$ 。在抗力区内,拱圈截面弹性抗力强度  $6$  为该截面与垂直轴夹角  $\varphi$  的函数。

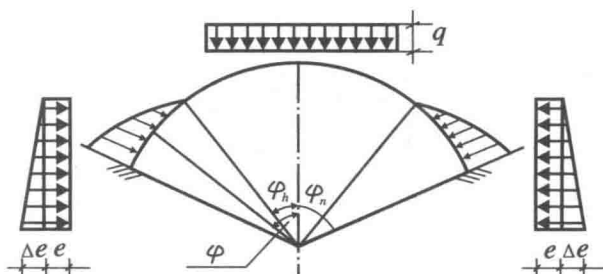


图 1-5

即:

$$6 = 6_h \frac{\cos^2 \varphi_h - \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi_h - \cos^2 \varphi_n} \quad (1-4)$$

根据弹性抗力的假定:其零点位于  $\varphi=45^\circ$ ,而最大抗力位于墙与拱脚连接处( $\varphi=\varphi_n$ ),则(1-4)可简化为:

$$6 = 6_h \frac{0.5 + \cos^2 \varphi}{0.5 - \cos^2 \varphi_n} \quad (1-4a)$$

上述 3 种地层压力,并不是所有地层都同时考虑的,如地层坚硬系数  $f_k \geq 2$  时,可不计地层侧压力;当  $f_k < 2$  时,应计算地层侧压力,而不计算拱部弹性抗力,对衬砌偏于安全。而且,可以使计算简化。直墙圆拱衬砌当  $\varphi_n \leq 56^\circ$

时,弹性抗力对拱内力影响很小,因而,可不计算拱部弹性抗力。如超挖较大或顶部塌方区回填不实,而又没有压力灌浆的衬砌应不计算拱部弹性抗力。

### 第三节 拱圈计算

由于拱圈弹性固定在边墙上,因此拱圈变形受到边墙变形影响,鉴于地下结构一般的情况下,结构对称,荷载对称垂直轴,拱脚垂直位移对拱圈内力无影响,因此,在计算时,只需要考虑拱脚的转角  $\beta_0$  和水平位移  $u_0$ 。

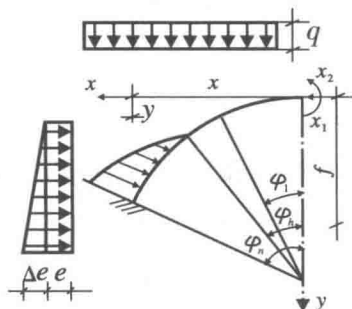


图 1-6

由于结构与荷载对称,拱顶剪力为 0(无非对称内力),则基本结构如图 1-6 所示。

根据拱顶截面相对变位为零的条件,可列出以下方程式:

$$\left. \begin{aligned} x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} + \Delta_{1p} + \beta_0 &= 0 \\ x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} + \Delta_{2p} + \beta_0 + \mu_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

式中:

$\delta_{11}$ ——单位形变位,拱顶力矩  $x_1=1$  时拱顶所产生的角变;

$\delta_{12}$ ——单位形变位,拱顶推力  $x_2=1$  时拱顶所产生的角变;

$\delta_{21}$ ——单位形变位,拱顶力矩  $x_1=1$  时拱顶产生的水平位移;

$$\delta_{12} = \delta_{21};$$

$\delta_{22}$ ——单位形变位,拱顶推力  $x_2=1$  时,拱顶所产生的水平位移;

$\Delta_{1p}$ ——荷载变位,荷载作用下,拱顶所产生的角变;

$\Delta_{2p}$ ——荷载变位,荷载作用下,拱顶所产生的水平位移;

$f$ ——拱圈矢高;

$\beta_0, \mu_0$ ——拱脚处总角变和总水平位移,可以由作用在边墙顶上的单位力矩引起的变位( $\beta_1, \mu_1$ )和单位水平力引起的变位( $\beta_2, \mu_2$ )及由半拱圈传来的荷载和直接作用在边墙上的荷载引起的变位( $\beta_p, \mu_p$ )计算而得:

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= x_1 \beta_1 + x_2 (\beta_2 + f \beta_1) + \beta_p \\ \mu_0 &= x_1 \mu_1 + x_2 (\mu_2 + f \mu_1) + \mu_p \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

将(1-6)式之  $\beta_0, \mu_0$  代入(1-5)式可得:

$$\left. \begin{aligned} x_1 (\delta_{11} + \beta_1) + x_2 (\delta_{12} + \beta_2 + f \beta_1) + \Delta_{1p} + \beta_p &= 0 \\ x_1 (\delta_{12} + \beta_2 + f \beta_1) + x_2 (\delta_{22} + \mu_2 + 2f \beta_2 + f^2 \beta_1) \\ + \Delta_{2p} + f \beta_p + \mu_p &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-5a)$$

令:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \delta_{11} + \beta_1 \\ a_{12} &= a_{21} = \delta_{12} + \beta_2 + f\beta_1 \\ a_{22} &= \delta_{22} + \mu_2 + 2f\beta_2 + f^2\beta_1 \\ a_{10} &= \Delta_{1p} + \beta_p \\ a_{20} &= \Delta_{2p} + f\beta_p + \mu_p \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

则(1-5)可改写成:

$$\left. \begin{aligned} x_1 a_{11} + x_2 a_{12} + a_{10} &= 0 \\ x_1 a_{21} + x_2 a_{22} + a_{20} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-5b)$$

解此方程式可得:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{a_{22}a_{10} - a_{12}a_{20}}{a_{12}^2 - a_{11}a_{22}} \\ x_2 &= \frac{a_{11}a_{20} - a_{12}a_{10}}{a_{12}^2 - a_{11}a_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

以上各式中墙顶变位  $\beta_1, \beta_2, \mu_1, \mu_2$  及  $\beta_p, \mu_p$ , 可由边墙计算求得, 其计算方法将在第四章“衬砌直边墙的计算”中做详细介绍。

拱圈任意截面的内力:

$$\left. \begin{aligned} M &= x_1 + x_2 y + M_p \\ N &= x_2 \cos \varphi + N_p \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

式中:

$M_p$ ——外荷载引起拱圈任意截面的力矩;

$N_p$ ——外荷载引起拱圈任意截面的轴向力。

校核计算的正确性, 可按下式进行:

$$\left. \begin{aligned} \int \frac{M ds}{EJ} + \beta_0 &= 0 \\ \int \frac{MY \cdot ds}{EJ} + \int \frac{N \cos \varphi \cdot ds}{EF} + f\beta_0 + \mu_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

以上各式中单位变位和载变位按下列公式进行计算:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \int \frac{ds}{EJ} \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= \int \frac{\gamma \cdot ds}{EJ} \\ \delta_{22} &= \int \frac{\gamma^2 ds}{EJ} + \int \frac{\cos \varphi ds}{EF} \\ \Delta_{1p} &= \int \frac{M_p ds}{EJ} \\ \Delta_{2p} &= \int \frac{M_p \gamma ds}{EJ} + \int \frac{N_p \cos \varphi ds}{EF} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

式中:

$E$ ——衬砌材料弹性模量;

$J$ ——衬砌截面惯性矩;

$F$ ——衬砌截面面积;

最大抗力值 $6_h$ 可根据温克尔假定求得:

$$6_h = k\mu_p = k[x\mu_1 + x_2(\mu + f\mu_1) + M_p] \cdots \quad (1-12)$$

目前地下结构衬砌截面采用直墙圆拱(单心圆或三心圆拱)和曲墙圆拱较多,以下几章分别介绍直墙圆拱和五心圆拱(曲墙圆拱)衬砌的计算方法。

## 第二章 单心圆衬砌拱圈的计算

### 第一节 单心圆衬砌拱圈单位变位计算

取坐标轴如图 2-1 所示,拱圈轴线顶点为原点。令  $f, l$  分别为拱的矢高与跨长,则拱轴方程式可写为:

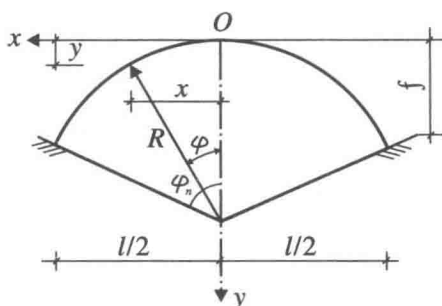


图 2-1

$$x^2 + y^2 = 2Ry \quad (2-1)$$

拱轴参数方程为:

$$\left. \begin{aligned} x &= R \cdot \sin \varphi \\ y &= R(1 - \cos \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

式中:

$R$ ——衬砌截面轴线圆的半径;

$x, y$ ——衬砌截面轴线上任意一点的横坐标与纵坐标;

$\varphi$ ——衬砌截面轴线上任意一点与圆心连线与垂直线的夹角。

根据结构和荷载的对称性可取半拱圈来计算,计算简图如图 2-2 所示。

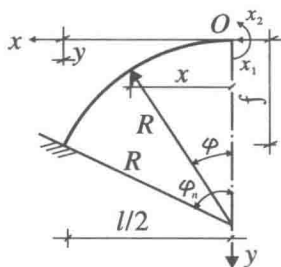


图 2-2

拱圈为变截面时,假定变截面衬砌拱圈截面厚度变化规律公式和惯性矩变化规律公式为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{F} &= \frac{1}{F_0} \left( 1 - \xi' \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi_n} \right) \\ \frac{1}{J} &= \frac{1}{J_0} \left( 1 - \xi \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_n} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

式中:

$$\xi' = 1 - \frac{F_0}{F_n} ;$$

$$\xi = 1 - \frac{J_0}{J_n} .$$

$F_0, F_n$ ——拱顶和拱脚的截面厚度;

$J_0, J_n$ ——拱顶和拱脚的截面惯性矩。

由以上的假定,通过积分(由公式 1-11)可求得单位变位:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{R}{EJ_0} (k_0 - \xi K_0) \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{R^2}{EJ_0} (k_1 - \xi K_1) \\ \delta_{22} &= \frac{R^3}{EJ_0} (k_2 - \xi K_2) + \frac{R}{EF_0} (k'_2 - \xi' K'_2) \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

当拱圈为等截面时:

$$\frac{F_0}{F_n} = 1; \quad \frac{J_0}{J_n} = 1; \quad \xi' = 0; \quad \xi = 0$$

则(2-4)式可简化为:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= k_0 \frac{R}{EJ} \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= k_1 \frac{R^2}{EJ} \\ \delta_{22} &= k_2 \frac{R^3}{EJ} + k'_2 \frac{R}{EF} \end{aligned} \right\} \quad (2-4a)$$

式中:  $k_0 = \varphi_n$ ;

$$K_0 = \frac{1 - \sin \varphi_n}{\sin \varphi_n};$$

$$k_1 = \varphi_n - \sin \varphi_n;$$

$$K_1 = \frac{1}{\sin \varphi_n} \left( 1 - \cos \varphi_n - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_n \right);$$

$$k_2 = \frac{3}{2} \varphi_n - 2 \sin \varphi_n + \frac{1}{2} \sin \varphi_n \cdot \cos \varphi_n;$$

$$K_2 = \frac{1}{\sin \varphi_n} \left( \frac{1}{3} - \cos \varphi_n + \cos^2 \varphi_n - \frac{1}{3} \cos^3 \varphi_n \right);$$

$$k'_2 = \frac{1}{2}(\varphi_n + \sin\varphi_n \cdot \cos\varphi_n);$$

$$K'_2 = \frac{1}{\sin^2\varphi_n} \cdot \frac{1}{8}(\varphi_n - \sin\varphi_n \cdot \cos\varphi_n + 2\cos\varphi_n \cdot \sin^3\varphi_n);$$

式中  $\varphi_n$  以弧度计算。

以上  $k_i$ 、 $K_i$ 、 $k'_i$ 、 $K'_i$  的值可由附表 1-1 中查得。

## 第二节 单心圆衬砌拱圈荷载变位的计算

拱圈上作用的荷载由第一章第二节可知,有垂直梯形荷载、侧向梯形荷载和弹性抗力及摩擦力(图 2-3 所示)。通过积分(由公式 1-11)可求得载变位公式。

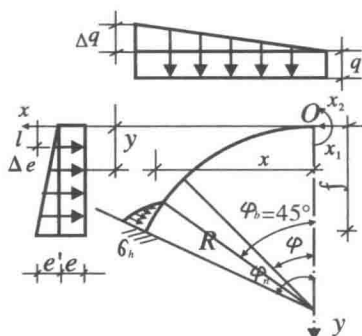


图 2-3

### 1. 垂直梯形荷载作用下的载变位计算公式

垂直梯形荷载可分为垂直均布荷载与垂直三角形荷载之和。

#### (1) 垂直均布荷载作用下的载变位计算公式

当拱圈为变截面单心圆时: