导波场论

R. E. 柯林 著

海科学技术出版社

导波場論

〔美〕R. E. 柯林 著
侯元庆 譯

上海科学技术出版社

內容提要

本书从理論角度系統地分析电磁波在管状波导中的傳播，以及一般导引电磁場和电磁場輻射。

本书可供大专学校无綫电专业作教学参考用书；也可供微波专业的研究和工程人員的参考。

FIELD THEORY OF GUIDED WAVES

R. E. Collin

McGraw-Hill Book Co., 1960

导 波 場 論

侯元庆 譯

上海科学技术出版社出版（上海瑞金二路 450 号）

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

大东集成联合印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/27 印張 21 21/27 排版字数 537,000

1966 年 6 月第 1 版 1966 年 6 月第 1 次印刷

印数 1—1,700

統一书号 13119·713 定价（科六）3.20 元

原　　序

有关电磁波在管状波导中的傳播，以及一般导引电磁場和电磁場輻射的知識現已臻于完备，而且能够得出一套相当完整而合乎邏輯的理論．二十年前，空导电波导中电磁波的傳播曾是科研文献中的課題，但今日却成了教材的內容，供大多数工学院四年級学生学习．然而，值得奇怪的是：适用于研究生的全面的导波場論却尚未成为教材問世．举凡較为复杂的导波結构、波导不均匀性、波导天綫和耦合孔等問題的数学方法和解答，大都仍須在定期刊物中查閱，或不完整地散見于若干书籍內．这对于研究生显然是件不利的事，因为仅仅閱讀定期刊物并不易于理解基本理論和数学方法．本书旨在作为四年級(或一年級研究生)电磁导波和較为高深专題(对研究生和专业研究工作者至为重要)的中間讀物．此外，对于近二十年来未注視导波发展的工程师或物理学者，本书也可供作参考．本书內容力求独自完整．讀者須具有电磁場理論和波导內电磁波傳播的基本知識；在数学方面須熟悉解偏微分方程的分离变数法、傅里叶級数和本征函数展开式的基本概念以及傅里叶变换和拉普拉斯变换．具有上述程度的讀者，在閱讀本书时应該不致于有困难．

本书着重在求微波結构的場解，而不在于用等效电路参量描述結构．另一方面，所得結果用等效电路元件来解釋有时却較为清晰．因此，书中对微波电路理論作了充分的介紹，使場解由等效电路表达的解釋成为易懂，而且合乎邏輯．

因为本书把电磁場列于首要地位，所以第1章綜述了同以后各章有关的經典电磁理論．除了一般課題外，还討論了电流层和导电劈的边界条件、等效磁流层以及若干場的等效原則(包括巴俾涅原則)．第2章討論了泊松方程的格林函数、矢量亥姆霍兹方程的并矢格林函数和格林函数对边值問題的基本解法．該章中例題举出标量格林函数的不同形式，并

說明两者之間的等效性. 本章的內容将在以后章节中予以扩充.

第3章先討論了矩形坐标系中的横电磁波, 然后介紹一般正交曲綫坐标系中的横电磁波, 从而确定用哪种坐标系可以求出横电磁波的解. 其次是有关波透射、散射、阻抗和导納矩陣的介紹, 并应用矩陣理論解通过介质片透射問題, 得出了用等效傳輸綫电路表出的簡洁的解. 該章随后論述各向异性介质中和鉄氧体中(具有法拉第旋轉特性和非互易性)的电磁波傳播.

在第4章中求出了横电磁波型傳輸綫上参量的解, 并建立了場和路之間的关系. 該章介紹用保角变换法求傳輸綫特性阻抗, 并用微带型傳輸綫为应用的范例. 此外还詳述用变分法求特性阻抗的上界和低界.

空波导內傳播的基本理論見第5章的前几节. 該章其他各节专論波型的完备性、波导中格林函数的建立、对傳輸綫的类比和在实驗中确定波导不均匀性参量的正切法. 第6章論述矩形波导中具有非均匀填充介质和鉄氧体板时的电磁波傳播. 該章介紹应用瑞利-里茲法确定傳播常数的上限和建立近似本征函数, 然后应用該法求出空波导和非均匀填充波导接头的等效电路.

矩形波导中探針天綫和环天綫輻射的分析見第7章. 此外, 还介紹了有关小孔耦合极为有用的理論. 圓孔和椭圓孔的极化率都作了詳尽的推导. 該章最后一节簡略地介紹了矩形波导中的瞬态行为. 第8章专論变分法解波导不均匀性問題. 除对若干有用的方法都进行了扼要論述和比較外, 还列举电容膜片和电感膜片为范例. 第9章討論周期性結构波导中的傳播, 并引入 Floquet 定理和其他各种周期性結构所共有的基本性质. 这里同时应用場方法和路方法. 高次波型在电容性加載波导中的互作用的討論見該章最后几节.

第10章介紹有关求两部边値問題解答的积分变换和函数論法. 这里共有三种密切相关但出发点相异的方法: (1)无限綫性代数方程組的解; (2) 直接建立适当变换函数; (3) Wiener-Hopf 法. 范例中有平行板、分支和矩形波导中的半膜片.

第11章介紹表面波理論和表面波导引結构. 該章討論接地介质板上用綫源激励表面波, 并介紹同敞开界面波导相关的連續本征値譜的若

干性质. 利用最陡下降法計算了輻射場,并指出在計算反演积分中选取分割所須注意事項,借以闡明各因子所具有的意义.

最后一章討論仿眞介质媒质的基本理論,并介紹洛倫兹理論、静电場理論和等效傳輸綫法. 范例中有盘式媒质和二維带形媒质的詳解.

在数学附录中总結了若干有用的数学論题, 这些都是讀者应該掌握的,其中有矢量分析、矢量場的性质、并矢分析中的基本概念、变分法的基本原則和其他項目. 此外还闡述把傅里叶級数的和写成积分形式的方法(附有級数和的表).

綜观以上各章内容, 显然不够詳尽. 稍增一些内容, 不免使篇幅加倍. 不过,这里似乎已涉及了整个領域中最基本的原理和方法. 这里可以看出,本书缺少一章专論电子波导,另一章論述电磁諧振腔的理論. 前者似以列入专論微波电子管的书内为宜, 由于近来已出版了不少这方面的书籍, 因而这里不予列入. 最初計划中原訂有諧振腔一章, 不幸雄心早泯,未能写成.

各章章末均附有习题, 目的在使讀者有机会运用书中已闡述的数学方法. 若干习题补充了各章中所未詳述的理論. 要充分理解某一种特殊数学方法,只有一个令人滿意的办法,那就是应用到一个問題上,并詳予推出解答. 这样,若干在一般理論討論中所未詳尽的疑点,就都能予以澄清. 如目的只在对分析方法作一般了解,則不必过分强調解答习题.

本书最早是 1955 年在 Laval 大学为研究生开設导波場論所撰写的讲稿, 后来在 Case 理工学院讲課的两年中进行了增删, 才写成本书. 书中所采用的分析无疑地是多数人士的工作. 由于文献浩繁, 一一注明原作者殊非易事; 因此书中只注明著者所熟悉的文献和比較容易找到的文献.

R. E. Collin

目　录

原序
第1章　电磁理論基础 ……1
1.1　麦克斯韦方程 ……2
1.2　場强矢量和流量密度矢量的关系 ……5
1.3　电磁能和功率流量 ……9
1.4　边界条件 ……12
1.5　波动方程 ……18
1.6　輔助势函数 ……20
1.7　几个場的等效原理 ……25
1.7.1　Love 場的等效定理 ……25
1.7.2　巴俾涅原理 ……27
1.7.3　Schwarz 反射原理 ……31
1.7.4　鏡象法 ……32
1.8　非齐次亥姆霍兹方程的积分 ……32
1.9　洛倫兹互易定理 ……36
参考文献 ……37
习題 ……38
第2章　格林函数 ……40
2.1　泊松方程的格林函数 ……40
2.2　修正格林函数 ……44
2.3　非齐次微分方程的解 ……45
2.4　适用于矩形槽的格林函数 ……49
2.5　自由空間中幷矢式格林函数 ……55
2.6　修正幷矢式格林函数 ……56
2.6.1　幷矢式格林函数的互易关系 ……59
参考文献 ……60
习題 ……61
第3章　横电磁波 ……64
3.1　平面横电磁波 ……64

3.2 正交曲綫坐标系中的横电磁波 ……69

3.3 媒质交界面上的反射和透射 ……73

3.4 波矩陣 ……75

3.5 通过介质片的透射 ……83

3.6 有限电导率平面的反射 ……90

3.7 各向异性媒质中的横电磁波 ……93

3.7.1 单軸各向异性媒质和自由空間的交界面 ……97

3.8 鉄氧体媒质內的横电磁波 ……102

参考文献 ……112

习題 ……112

第4章 傳輸綫 ……115

4.1 一般傳輸綫理論 ……115

4.1.1 理想两綫傳輸綫 ……115

4.1.2 小損耗的两綫傳輸綫 ……120

4.2 傳輸綫的特性阻抗 ……128

4.2.1 用保角变换求特性阻抗 ……128

4.3 Schwarz-Christoffel 变换 ……132

4.4 用变分法求特性阻抗 ……144

4.4.1 Z_{c0} 低界的变分法表达式 ……144

4.4.2 Z_{c0} 上界的变分法表达式 ……148

4.5 用变分法求微帶傳輸綫的特性阻抗 ……150

4.5.1 Z_{c0} 的低界 ……150

4.5.2 Z_{c0} 的上界 ……154

参考文献 ……159

习題 ……160

第5章 柱形波导中的傳播 ……164

5.1 柱形波导的一般性质 ……165

5.1.1 横电波型 ……165

5.1.2 横磁波型 ……167

5.2 波型的正交性 ……168

5.3 功率、能量和衰减 ……172

5.3.1 雕落波型的能量 ……175

5.3.2 波导中的衰减 ……176

5.3.3 有耗管壁波导 ……178

5.4 矩形波导 ……182

5.4.1 横电波型或 H 波型 ……182

5.4.2 横磁波型或 E 波型 ……183

5.4.3 有耗矩形波导中波型的耦合 ……185
5.5 圆波导……188
5.6 格林函数和波型完整性……191
5.6.1 矩形波导中 H_{n0} 波型的格林函数 ……191
5.6.2 适用于柱形波导的格林函数 ……193
5.6.3 波型完整性 ……197
5.7 傳輸綫的类比……201
5.8 实驗中測量等效电路参量的正切法……207
参考文献 ……212
习题 ……213
第6章 非均匀填充波导 ……217
6.1 加載介质板的矩形波导……217
6.1.1 纵剖面电波型 ……218
6.1.2 纵剖面磁波型 ……221
6.1.3 波型的正交性 ……222
6.2 瑞利-里兹解法 ……225
6.2.1 本征值的极值化 ……227
6.2.2 近似本征函数 ……228
6.2.3 完整性的証明 ……231
6.2.4 纵剖面电波型的方程 ……233
6.2.5 对于加載介质板波导的应用 ……234
6.3 介质的阶跃不連續性……236
6.4 矩形波导加載鉄氧体……239
6.4.1 一个变分公式 ……243
参考文献 ……246
习题 ……247
第7章 波导的激励 ……249
7.1 探針天綫……249
7.2 环天綫……262
7.3 小孔耦合……274
7.3.1 定理1 等效电流定理 ……274
7.3.2 定理2 等效"磁流"定理 ……276
7.3.3 椭圓孔的偶极矩 ……282
7.3.4 矩形波导間的小孔耦合 ……286
7.4 波导中的瞬态过程……290
参考文献 ……295
习题 ……295
第8章 有关波导中不連續性的变分法 ……301

8.1 变分法的大意……301
8.1.1 方法 1……305
8.1.2 方法 2……310
8.1.3 方法 3……314
8.2 电容性膜片……323
8.2.1 对称电容性膜片……331
8.2.2 矩形波导中电容性膜片……331
8.3 矩形波导內薄电感性膜片……332
8.4 厚电感性膜片……335
8.5 窄电感带……343
参考文献……346
习题……346
第 9 章 周期性結构……350
9.1 Floquet 定理……350
9.2 无耗四端微波网絡的几个性质……353
9.3 无限长周期性結构中的傳播……357
9.4 終端有負載的周期性結构……360
9.5 加載电容性膜片的矩形波导……365
9.5.1 k_0-β_c 图……368
9.6 能量和功率流量……369
9.7 高級波型的相互作用……371
9.8 薄套螺旋綫……382
参考文献……386
习题……386
第 10 章 积分变換和函数論解法……389
10.1 一个静电場問題……390
10.1.1 方法 1 本征函数展开式法……391
10.1.2 方法 2 积分变換法……397
10.1.3 方法 3 Wiener-Hopf 法……401
10.1.4 再論 Wiener-Hopf 法……407
10.2 无限平行导电板陣……409
10.2.1 变换解……412
10.3 在加載电容性膜片平行板傳輸綫上的应用……417
10.4 矩形波导內半填充电感性膜片……419
10.5 在 H 面分支上的应用……425
参考文献……427
习题……428

第 11 章 表面波波导 ……431
11.1 沿平界面傳播的表面波 ……432
11.2 沿阻抗面傳播的表面波 ……435
11.3 涂薄层介质的导电平面 ……438
11.4 沿折綢平面傳播的表面波 ……442
11.4.1 导体損耗所引起的衰减 ……445
11.5 沿介质片傳播的表面波 ……446
11.5.1 TM 波型 ……446
11.5.2 TE 波型 ……449
11.5.3 連續的本征値譜 ……450
11.6 沿柱形結构傳播的表面波 ……453
11.6.1 沿介质棒傳播的表面波 ……455
11.7 場的正交性 ……458
11.8 表面波的激励 ……461
11.8.1 式(11.78)的根 ……468
11.8.2 求积分的鞍点法 ……470
11.8.3 反射場的計算 ……475
参考文献 ……481
习题 ……482
第 12 章 仿眞介质 ……484
12.1 洛倫茲理論 ……486
12.2 靜电場解法 ……489
12.3 相互作用常数的計算 ……491
12.3.1 用泊松公式求和 ……495
12.3.2 二維晶格的相互作用常数 ……496
12.3.3 波导耦合孔形成的二維晶格 ……497
12.4 球式和盘式仿眞介质 ……499
12.5 盘式仿眞介质的等效傳輸綫分析法 ……503
12.6 二維带式仿眞介质 ……510
12.6.1 数値結果 ……516
参考文献 ……519
习题 ……520
数学附录 ……524
A.1 矢量分析 ……524
A.1.1 矢量代数 ……524
A.1.2 微分不变式 ……525
A.1.3 积分不变式和变换 ……527

A.1.4 正交曲綫坐标 ……528
A.1.5 标量場和矢量場的性质 ……536
A.2 并矢式分析 ……541
A.3 矩陣 ……543
A.3.1 定义 ……543
A.3.2 矩陣本征值問題 ……544
A.3.3 Cayley-Hamilton 定理 ……546
A.3.4 Sylvester 定理 ……546
A.4 变分法 ……547
A.4.1 約束式 ……548
A.5 无限乘积和咖馬函数 ……549
A.5.1 咖馬函数 ……550
A.6 傅里叶級数的和 ……551
A.6.1 几何級数法 ……551
A.6.2 圍綫积分法 ……555
A.6.3 积分变换法 ……558
A.6.4 奇級数求和法 ……563
参考文献 ……564
习題 ……565
索引 ……566

第 1 章

电磁理論基础

导波和波导的早期历史須追溯到十九世紀的末叶. 在 1897 年瑞利发表了关于塡充介质的矩形和圓柱导电管中电磁波傳播的分析, 这些导电管現在称为波导. 此后, 在 1910 年有 Hondros 和 Debye 对电磁波沿介质柱体傳播的分析. 在这同一时期内, 还有其他研究者对波导的理論和实驗都作出了貢献. 然而, 一直到 1936 年才眞正誕生了波导, 可作为傳輸电磁波的器件. 这时, Carson, Mead, Schelkunoff 和 Southworth 发表了自 1933 年以来对波导进行分析和实驗所得的广泛資料. 同年, Barrow 也公布了其他研究的結果.

在 1936 年至五十年代的初叶, 波导作为通信上的实用器件在理論和实驗工作都有稳步的发展. 这个早期的发展固然是非常重要, 但是今日对引导电磁波的知識主要得益于四十年代前期物理学家、数学家和工程师們, 他們多方面从事这个范疇的研究, 并作了巨大的努力. 为了使雷达在微波頻率工作的需要, 有关波导、波导元件、天綫等方面的研究具有高度重要性. 这时发展了各种元件, 以代替慣用的低頻集总参量元件. 随着这些元件的发展, 分析的方法也得到了发展. 这时最重要的是建立錯綜复杂的边界条件和求解.

1945 年以后的几年, 在理論和技术上都继續地得到了发展和提高. 本书的主旨在对今日波导理論闡述主要的理論結論和数学技巧. 由于电磁場的討論在本书中列在首要地位, 这里先概述一下經典电磁場理論中适用于有关器件和問題的一部分. 一开始就值得注意, 在所研究的边界問題中, 只有少数的可以严格地求解. 大多数的問題只可滿足于近似解.

可是求近似解的过程却又强烈地依赖于有关物理知識，当然这又回到电磁場的物理学．

本书的讀者須有“近代无綫电中的場与波”† 的場論水平；同时，还須掌握相当程度的数学．为了便利起見，附录中总結了一些主要的数学知識，讀者須熟悉它們，才可順利地閱讀本书．

§1.1 麦克斯韦方程

在宏观領域中，电磁場值遵守經典的麦克斯韦方程．它們的微分形式是

$$\nabla\times\mathscr{E}=-\frac{\partial\mathscr{B}}{\partial t};\tag{1.1a}$$

$$\nabla\times\mathscr{H}=\frac{\partial\mathscr{D}}{\partial t}+\mathscr{J};\tag{1.1b}$$

$$\nabla\cdot\mathscr{D}=\rho;\tag{1.1c}$$

$$\nabla\cdot\mathscr{B}=0;\tag{1.1d}$$

$$\nabla\cdot\mathscr{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}.\tag{1.1e}$$

以上各式幷非各自独立的，如取式(1.1a)的散度就得

$$\nabla\cdot\frac{\partial\mathscr{B}}{\partial t}=0,$$

因为对任意矢量的旋度求散度恒等于零．这时，对换时間和空間的微商，幷对时間积分，当取积分常数为零时，就得到式(1.1d)．同样的，利用式(1.1e)，就可自式(1.1b)得到式(1.1c)．因为矢量的旋度就是这个矢量沿无限小圍綫的綫积分被圍綫所包面积所除得的商，所以式(1.1a)就是法拉第感应定律的微分形式．式(1.1b)是广义的安培电路定律(又称为比奥-薩伐尔定律)，再添上 $\partial\mathscr{D}/\partial t$ 項，后者是位移电流密度．式(1.1c)是高斯定律的微分形式，而式(1.1d)表明磁力綫形成閉合回路的体系，而且自始至終不終止于“磁荷”．最后，式(1.1e)是电荷守恒方程；自无限小体积中在每秒內电荷散开的数量等于体积內电荷的时間减率．

---

† S. Ramo and J. R. Whinnery, "Fields and Waves in Modern Radio," 2nd ed., John Wiley, 1953.［中譯本：近代无綫电中的場与波，人民邮电出版社，1958.］

現在为了方便起見,这里限于考虑按复数指数$\exp(j\omega t)$作时变的場,其中ω是角頻率.用这样的时間函数并不影响一般性,这是因为任意可以具体实現的时間变化,可利用傅里叶积分分解为这种时間函数的頻譜,亦即,

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

和

$$g(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt.$$

根据上面所假定的时間变化,所有时間的微商可由$j\omega$代替.由于$\exp(j\omega t)$在各項中都出現,以后不必把它明白地列入.場的矢量用黑体字表示,它們只是空間坐标的复数函数.

場的基本方程也可用相当的积分形式表示.利用斯托克斯定理,从式(1.1a)和(1.1b)可得

$$\iint_S \nabla\times\mathbf{E}\cdot d\mathbf{a}=\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=-j\omega\iint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{a}; \tag{1.2a}$$

$$\oint_C \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l}=\iint_S (j\omega\mathbf{D}+\mathbf{J})\cdot d\mathbf{a}. \tag{1.2b}$$

用散度定理,其余三式就变成

$$\iint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{a}=\iiint_V \rho dV; \tag{1.2c}$$

$$\iint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{a}=0; \tag{1.2d}$$

$$\iint_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{a}=-j\omega\iiint_V \rho dV. \tag{1.2e}$$

在式(1.2a)和(1.2b)中,S是由閉合圍綫C所形成的敞开面,而式(1.2c)至(1.2e)中的S是个閉合的面,面内的体积是V. 面$d\mathbf{a}$的矢量元是指向外的.对于两个电性质相异的媒质边界上的場矢量,上述場方程的后一种表达法在推求边界条件的应用上极为有用.

式(1.1)所包含的意义远比初看上去的为多.把場矢量分解为非旋矢量(片式矢量)和旋轉矢量(无散矢量),可以較深入地看出这些方程的涵义.片式矢量无旋度,旋轉矢量无散度.只有在一个矢量場的片式矢

量和旋轉矢量都已知时，这个矢量場才是完全标明的[†]. 現令下标 l 和 r 分别代表片式部分和旋轉(无散)部分，任意矢量 $\mathbf{C}$ 就可写为

$$\mathbf{C}=\mathbf{C}_l+\mathbf{C}_r; \tag{1.3a}$$

式中，

$$\nabla\times\mathbf{C}_l\equiv 0; \tag{1.3b}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{C}_r\equiv 0. \tag{1.3c}$$

如場矢量都分解为組成部分，并用式(1.3b)和(1.3c)的結論时，場方程式(1.1)便成

$$\nabla\times\mathbf{E}_r=-j\omega\mathbf{B}_r; \tag{1.4a}$$

$$\nabla\times\mathbf{H}_r=j\omega(\mathbf{D}_l+\mathbf{D}_r)+\mathbf{J}_l+\mathbf{J}_r; \tag{1.4b}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{D}_l=\rho; \tag{1.4c}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B}_r=0; \tag{1.4d}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{J}_l=-j\omega\rho. \tag{1.4e}$$

自式(1.4c)和(1.4e)可以看出，位移电流的片式部分和导电电流的片式部分是有联系的. 导电电流的旋轉部分沒有散度，所以它是閉合电路的电流. 它幷不終止于电荷的分布. 另一方面，片式部分 $\mathbf{J}_l$ 好象 $\mathbf{J}_r$ 中的一段，而其两端却終止于电荷. 位移电流的片式部分可作为 $\mathbf{J}_l$ 的連續，从而总的片式电流 $\mathbf{J}_l+j\omega\mathbf{D}_l$ 形成了等效的旋轉电流. 自式(1.4c)和(1.4e)可以立卽看出

$$\nabla\cdot\mathbf{J}_l+j\omega\nabla\cdot\mathbf{D}_l=0. \tag{1.5}$$

根据上式的結論，不妨把式(1.5)积分，而得 $\mathbf{J}_l+j\omega\mathbf{D}_l=0$，并可断言式(1.4b)相当于

$$\nabla\times\mathbf{H}_r=j\omega\mathbf{D}_r+\mathbf{J}_r;$$

易言之，$\mathbf{H}$ 的旋轉部分只是由全电流(位移电流加上导电电流)的旋轉部分决定的. 这种推論是不正确的，因为从式(1.5)的积分一般可得

$$\mathbf{J}_l+j\omega\mathbf{D}_l=\mathbf{C}_r;$$

式中，$\mathbf{C}_r$ 是个旋轉矢量. 同式(1.4b)相比就可以看出，$\mathbf{C}_r$ 是 $\nabla\times\mathbf{H}_r$ 和 $j\omega\mathbf{D}_r+\mathbf{J}_r$ 的差. 决定 $\nabla\times\mathbf{H}_r$ 的是全电流，其中既有片式电流又有旋轉电流，不可以反过来单独从 $\mathbf{J}_r$ 和 $\mathbf{D}_r$ 来考虑 $\mathbf{C}$. 进一步看，总的片式电流 $\mathbf{J}_l+j\omega\mathbf{D}_l$ 具有旋轉电流的行为，因而沒有理由把它舍去，而只留下旋轉

† 見附录 A.1.5.

部分 $\mathbf{J}_r$ 和 $j\omega\mathbf{D}_r$.

式(1.4a)和(1.4d)的意义是本身明显的，因为 **B** 并沒有片式矢量部分.

§1.2 場强矢量和流量密度矢量的关系

不知道 **B** 和 **H** 的关系以及 **E** 和 **D** 的关系，場方程就无从解答. 这个关系在眞空或自由空間中是简单的比例，即

$$\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{H}; \tag{1.6a}$$

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}; \tag{1.6b}$$

式中，$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ 亨/米，$\varepsilon_0=(36\pi)^{-1}\times10^{-9}$ 法/米. 常数 μ_0 称为眞空的导磁率，ε_0 称为眞空的电容率. 物质物体中的关系通常較为复杂，μ_0 和 ε_0 都須改用二秩的張量(或称为并矢式)表示. 令符号上的短划表示并矢式，上述关系是

$$\mathbf{B}=\bar{\mu}\cdot\mathbf{H}; \tag{1.7a}$$

$$\mathbf{D}=\bar{\varepsilon}\cdot\mathbf{E}; \tag{1.7b}$$

式中，

$$\bar{\mu}=\mu_{xx}\mathbf{a}_x\mathbf{a}_x+\mu_{xy}\mathbf{a}_x\mathbf{a}_y+\mu_{xz}\mathbf{a}_x\mathbf{a}_z+\mu_{yx}\mathbf{a}_y\mathbf{a}_x+\mu_{yy}\mathbf{a}_y\mathbf{a}_y$$
$$+\mu_{yz}\mathbf{a}_y\mathbf{a}_z+\mu_{zx}\mathbf{a}_z\mathbf{a}_x+\mu_{zy}\mathbf{a}_z\mathbf{a}_y+\mu_{zz}\mathbf{a}_z\mathbf{a}_z;$$

$\bar{\varepsilon}$ 取类似形式的定义. 沿坐标軸的单位矢量由 $\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$, $\mathbf{a}_z$ 等表示. 并矢式矢量和矢量(或两个矢量)点乘的定义是：把点乘的点两边相邻的单位矢量标乘后，就得乘积矢量(或并矢式). 并矢式代数和矩陣代数之間有一一对应关系，而并矢式代数的表現形式更为簡明. 一般情况下，点乘是不能互易的，

$$\bar{\mathbf{A}}\cdot\bar{\mathbf{C}}\neq\bar{\mathbf{C}}\cdot\bar{\mathbf{A}},$$

只有 $\bar{\mathbf{A}}$ 和 $\bar{\mathbf{C}}$ 都是对称的时 (分量 $A_{ij}=A_{ji}$, …)，点乘才可以互易. 根据上述点乘的定义，可以看出，式(1.7a)的 x 分量是 $B_x=\mu_{xx}H_x+\mu_{xy}H_y+\mu_{xz}H_z$，$y$ 和 z 的两分量有类似的表达式. 可見 **B** 的每一个分量同 **H** 的三个分量有关. μ_{ij} 等系数可能是 **H** 的函数，这时 **B** 和 **H** 具有非綫性的关系. 适当地轉动坐标軸而同主軸 u, v, w 一致，并矢式 $\bar{\mu}$ 就变成对角并矢式，