

数独解题

方 法 大 全

严德人 著

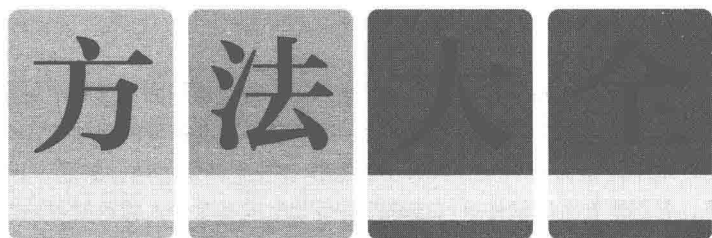


随书赠送数独出题、解题软件！
利用所安装的软件进行**难题**的解析；
生成具有**个人特色**的数独题目。



知识产权出版社
Intellectual Property Publishing House
全国百佳图书出版单位

数独解题



严德人 著



知识产权出版社
Intellectual Property Publishing House
全国百佳图书出版单位

2017029004

图书在版编目 (CIP) 数据

数独解题方法大全 / 严德人著. —北京: 知识产权出版社, 2017.4
ISBN 978-7-5130-4789-0

I. ①数… II. ①严… III. ①智力游戏 IV. ①G898.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 044397 号

内容提要

全书分为五部分共计十九章。第一部分数独解题的初级和中级技巧; 第二部分数独解题的高级技巧; 第三部分尝试法和遍历法; 第四部分笔者开发的数独软件介绍; 第五部分数独题目和答案。本书附赠光盘。光盘内容主要是作者独立开发的数独解题、出题软件, 读者可自行进行安装, 利用所安装的软件进行难题的解析和生成具有个人特色的数独题目。

责任编辑: 李小娟

责任出版: 孙婷婷

数独解题方法大全

SHUDU JIETI FANGFA DAQUAN

严德人 著

出版发行: 知识产权出版社有限责任公司

电 话: 010-82004826

社 址: 北京市海淀区西外太平庄55号

责编电话: 010-82000860转8531

发行电话: 010-82000860转8101/8539

印 刷: 北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

开 本: 720mm×1000mm 1/16

版 次: 2017年4月第1版

字 数: 258千字

ISBN 978-7-5130-4789-0

网 址: <http://www.ipph.cn>

<http://www.laichushu.com>

邮 编: 100088

责编邮箱: 61026557@qq.com

发行传真: 010-82000893/82003279

经 销: 各大网上书店、新华书店及相关专业书店

印 张: 16

印 次: 2017年4月第1次印刷

定 价: 58.00元

出版权专有 侵权必究

如有印装质量问题, 本社负责调换。

序 言

逻辑思维是现代人必须具备的一种能力。许多职业岗位需要较强的逻辑思维能力。人们常说的聪明，大多是指逻辑思维能力强。

提高逻辑思维能力一般有两种途径：一是某些职业岗位的实践，二是训练。现在，数独游戏在全球兴起，又是一场社会化的逻辑思维大训练。

数独是一种填数字的游戏。流行最广的是九字标准数独。数独题从初级、中级、高级到高难度级别形成了很宽的谱系，其蕴藏的趣味性可与象棋相媲美。

由于数独填数的规则极其简单，只要认识9个数字就能懂得，所以6岁小孩就可以做简单的数独题。又由于难题的技巧性非常高，在校学生喜欢做，退休教师与研究员也喜欢做。而做数独题，更是在社会上广为流行，许多人做起数独题来，废寝忘食，乐此不疲。“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”，这是解题者的切身体验。老年人适当做些数独题还能延缓脑力衰退。

该书是严德人先生的创新杰作。他是国内最早的数独研究者之一，退休多年来一直利用其电_脑件的专长孜孜不倦地进行大量的数独研究工作，取得了卓越的成果。该书展示_了丰富的数独经验和很高的理论水平。

在该书中，严老先生对三种级别的数独题以及他们的复合形式做出了详尽、严谨的分析，归纳出九组求解原则。每组求解原则中，又根据多种题型细分成多种求解方法。该书对几种常见的数独题型给出了全面、系统的解法。当然，具体使用这些解法仍然需要很大的灵活性。

目前市场上大部分数独书主要是题目和答案，很少系统地讲解解题方法和技巧。数独爱好者中_是很少有人对求解过程做记录。做过的题，过些日子再做，仍会发生困难。用过的_巧也很难向别人传授。

毕业于北京大学数学力学系，受过严谨治学训练的严老先生，研究学问的态度也是值得我们学习的。他从2005年开始研究数独，一直致力于归纳求解方法以及规范求解过程的描述。该书中叙述的九组解题原则以及描述求解过程的形式语言都是

他的独创，达到了国际水平。

他对求解过程的描述，不仅有解答步骤、填数的位置，还有填出该数所采用的求解原则。这是迄今为止最完整最系统的描述方法。

该书对求解过程采用形式化的规范语言，特别是说明每一步填数所采用的求解原则，对求解数独难题来说，不但准确展示了完整的求解过程，还清晰地描述了所采用的思路、技巧、方法。作者所采用的原则符号相当规范，如果读者理解了书中的原则及描述方法，那么这种形式语言也为数独的解题交流带来极大的便利。高难度题求解过程的记录还具有珍藏、传授的意义。同时，形式化语言的描述有助于实现计算机自动解题。严老先生用Java语言编制的数独题库，能按用户要求指定参数或图形和指定难度级别自动命题，自动求解。特别值得一提的是，他为数独题的难度分级建立了一种客观的、科学的标准，并已由软件实现。这也是他对数独事业的创新贡献。

该书在介绍各种解题原则时列出了许多实例，有些例子十分巧妙，仅靠通常的直观简单方法往往很难填数。书中第五部分给出的180道各级数独题和答案可以让读者做些训练，巩固学习的效果。特别是第二部分高级数独题目中，因为题目难度普遍很大，在题目答案的下边列出了关键解题步骤，对读者理解高级解题技巧是很有用的。

我觉得这是一本很珍贵，很有价值的数独书，值得推荐给读者。在训练逻辑思维的同时，读者也可体验严谨的学习与研究方法。这种科学精神将给读者带来更长远的效果。

沈林兴

2016年8月1日

前 言

“数独”作为一种既益智健脑又休闲娱乐的数字填数游戏，现在已经风靡全世界，在我国喜欢的人也越来越多。为了在我国普及推广数独，北京数独联盟和北京广播电视台做了大量极其有成效的工作，在我们参加的几届世界数独锦标赛上，我国参赛选手的成绩也一次比一次好，直至获得团体冠军，这是十分令人欣慰的事情，也是大家努力推广数独的结果。

作为一个业余的数独爱好者，2005年以来，我一直从事数独方面的研究工作，主要是研究基本类型数独的解题方法，并且把研究的成果编制成数独解题程序。在出版《奇妙的数字魔方》和《竞技数独》以后，在数独的解题方法方面又有了新进展，在这本书里收集的解题原则比《竞技数独》一书有了很大的扩充，对其中的部分原则的使用范围进行了延伸，对所采用的原则符号进行了规范处理，使解题原则更加系统了，而且新增加了第七组原则，又参考科学普及出版社出版的《数独高级教程》，对基本类型数独解题的高级技巧进行了较深入的研究，将这些高级技巧在电脑解题程序当中实现了。对于高难度的题目，仍然保留了尝试法和单行遍历法与全程遍历法。将所有这些解题原则合在一起，集成成数独解题方法大全，全书分五大部分，第一部分，数独解题的初级和中级技巧，内容包括介绍基本类型数独概论、介绍解题过程的形式语言和数独难度分级的标准，然后用七章分别介绍数独解题的前七组解题原则；第二部分，数独解题的高级技巧，首先在第十章，总论介绍数独解题原则的核心思想是不断地删减数独内空格的待选数字而达到填数，其次在第十一章，用十四节分别详细介绍了十四种高级解题技巧，尔后在第十二章，介绍了有唯一解的数独题目的十种多解排除技巧；第三部分，介绍尝试法和遍历法，这是对无法用初级、中级和高级技巧完成解题的最后两种手段，这一部分，再次强调了数独难度分级的科学方法；第四部分，笔者开发的数独解题软件介绍。除了介绍30种基本类型数独的解题软件外，还介绍了笔者开发的四种特殊数独的解题软件和相应的题库，这一部分还说明了数独解题软件的三个主要用途；第五部分数独题目

和答案。本书的第二部分和第三部分，为了叙述这些解题技巧，作者采用了图文并茂的方式讲解，并且把这些技巧归纳成相应的“解题原则”，读者很容易理解所介绍的内容，第五部分与其他数独书不同之处是其在答案部分，除对四级题目给出题目的答案外，还列出了关键步的填数，供读者参考。而对于需要用单数链或多数链解题的四级题目，还给出了可以成功获得答案的尝试法填数，相信这些都是数独爱好者最希望知道的。为了便于查找，本书在附录中，以列表的方式，把初级、中级和高级解题技巧所采用的形式语言中的原则符号和辅助信息放到了一起，还把解杀手数独用到的“数字和”分拆表放到了附录中。

除了研究数独解题技巧外，笔者还研究数独和数字魔方的衍生，用衍生的数学模型，设计了17个数字数独的建库、查库计算机软件系统；为了寻找全部不同的九字标准数字魔方的总个数，用“展开向量”与数字魔方衍生的数学模型，设计了计算全部不同数字魔方个数的电脑软件系统，用很少的运行时间就得到了全部不同的九字标准数字魔方个数，这两部分内容，感兴趣的读者，可以阅读笔者之前在知识产权出版社出版的另一本著作《数独领域的两个棘手问题》。

随书附送一张光盘，此光盘给出了书中所列的30种基本类型数独和4种非基本类型数独在计算机上的题库和解题程序，同时展示了这34种数独题库的12组展示程序。这些程序都采用交互式彩色画面，程序除提供交互式解题平台外，还提供查答案功能，显示题目答案的同时，还给出用形式语言描述的解题过程。光盘上提供5个PPS演示文档和一个Word文档，把书中介绍的解题技巧形象地展示出来。

很高兴，我在中国原子能科学院工作时的老同事、老朋友、电脑软件高级工程师，曾任北京软件行业协会常务副秘书长、工业和信息化部教育与考试中心副总工程师的沈林兴先生为我审阅本书，并为其写序，在此对他表示衷心的感谢。我也要向全力支持我完成此书写作的家人和朋友表示感谢。

由于本人水平有限，加之匆忙脱稿，书中疏漏之处在所难免，欢迎广大读者朋友批评指正。

严德人

2016年9月1日

目 录

第一部分 数独解题的初级和中级技巧	001
第一章 基本类型数独概论	001
第一节 九字基本类型数独	002
第二节 非九字基本类型数独	006
第三节 基本类型数独解题软件和题库	015
第二章 解题过程的形式语言描述	017
第一节 数独中的基本术语	017
第二节 为什么要有解题过程形式语言	019
第三节 解题原则、原则表达与数独难度分级	020
第三章 第一组解题原则	026
第四章 第二组解题原则	029
第五章 第三组解题原则	032
第六章 第四组解题原则	037
第七章 第五组解题原则	041
第八章 第六组解题原则	045
第九章 第七组解题原则	049
第二部分 数独解题的高级技巧	062
第十章 数独解题高级技巧总论	062
第十一章 数独解题高级技巧	073
第一节 drs, dcs 引起的删减和填数	074
第二节 ers, ecs 引起的删减和填数	076
第三节 fr, fc, fs 引起的删减和填数	078
第四节 grs, gcs 引起的删减和填数	080
第五节 rsd, csd 引起的删减和填数	083
第六节 rsg, csg, ssg 引起的删减和填数	085
第七节 rdg, cdg, sdg 引起的删减和填数	089

第八节 小行小列待选数字相交的填数	091
第九节 矩形删减法删减技巧——rk,ck引起的删减和填数	094
第十节 三链行(列)删减法删减技巧——rt,ct引起的删减和填数	096
第十一节 srd,scd引起的删减和填数	100
第十二节 xy翼删减法删减技巧引起的删减和填数	103
第十三节 xyz翼删减法删减技巧引起的删减和填数	109
第十四节 单数链和多数链的删减技巧引起的删减和填数	112
第十二章 有唯一解数独题的多解排除技巧	121
第一节 数字魔方中的10种相似元素	121
第二节 数独解题中的多解排除技巧	122
第三节 数独解题中的多解排除技巧使用举例	127
第三部分 尝试法和遍历法	136
第十三章 尝试法	136
第十四章 遍历法	145
第十五章 再谈数独难度分级	148
第四部分 笔者开发的数独软件介绍	151
第十六章 四个非基本类型数独的解题程序	152
第一节 六字杀手数独的解题程序	152
第二节 九字杀手数独的解题程序	153
第三节 十六字跑道数独的解题程序	155
第四节 四字立方体数独的解题程序	157
第十七章 数独解题程序的三大用途	159
第一节 计算机解题程序	159
第二节 计算机解题程序的三个用途	162
第五部分 数独题目和答案	163
第十八章 数独题目	163
第十九章 答案	195
附 录	229
附录1 数独解题初级中级原则和辅助信息表	229
附录2 高级技巧原则符号与辅助信息表	234
附录3 杀手数独数字和分拆表	239
附录4 本书附属光盘内容简介	244
后 记	245

第一部分

数独解题的初级和中级技巧

第一章 基本类型数独概论

数独是一种老少皆宜、益智健脑的数字填数游戏，现在已经风靡全世界。对少年儿童，玩数独游戏可以开发智力、提高智商；对老年人，玩数独游戏是一种很好的休闲娱乐；对上班族，玩数独游戏则可以缓解紧张的神经、消除疲劳。

数独一般指九字标准数独，现在演变出多种不同的数独类型，所以很难给它下一个通用的定义。我们将数独分成基本类型数独和非基本类型数独两大类。

所谓基本类型数独，是指在 $N \times N$ 的正方形方阵里的若干个格子里填好 $1 \sim N$ 之间的数字（ N 字数独），要求用户在 $1 \sim N$ 之间选择数字填在余下的空格里，使得每一行、每一列都不出现重复数字。对于合数 N 的情况，将方阵的格子对称均匀地划分成 N 个互不相交的矩形小方（也称“宫”），要求每一个小方里的 N 个数字不出现重复，有些是划分出 N 个互不相交的、连通的、不规则的分区，每个区有 N 个格子，要求每一个分区里的 N 个数字也不出现重复，还有的将两个对角连成两条线，要求每条线上的 N 个格子不出现重复数字。基本类型数独包括无宫数独、有宫数独（ N 是合数时）、对角线数独、分区数独四种和由第一种与后三种数独复合而构成的数独，基本类型数独有“字”的区分，下面我们分别介绍它们。

对于基本类型数独，在附属光盘的解题软件中，标准数独、对角线数独、二合一数独、三合一数独中的小方用粗体实线分隔，分区数独、分区对角线数独、二合

一数独、三合一数独中的分区采用彩色底色区分，相同底色格子属于同一分区，在数独图形的下边列出了“分区编号与底色的关系”，因为解题原则的辅助信息中需要用到分区编号，这对理解解题原则是有帮助的。在本书中，因为没有用彩色印刷，为区分小方与分区，我们的做法是，有分区数独的分区一律用粗体实线分隔，小方的分隔分两种情况，在合数数字的标准数独和对角线数独中，小方仍然用粗体实线分隔，但是在二合一数独、三合一数独中，小方和分区同时出现，又因为小方的分隔都是直线，所以采用粗体虚线分隔，而分区因为图形不规则，所以仍然采用粗体实线分隔，而当小方与分区的分隔线重合时，则用粗体实线，这样所有分区都是以粗体实线分隔的，但是小方的分隔线就可能一段是粗体实线、一段是粗体虚线，图中没有给出明显的分区编号与位置的关系，为理解解题原则，出现分区号时需要读者仔细查看。

第一节 九字基本类型数独

九字基本类型数独包括九字标准数独、九字对角线数独、九字分区数独以及由它们复合而成的九字（分区标准）二合一数独、九字三合一数独等。

(1) 九字标准数独。如图1-1所示，有9个3×3的小方（称为“九宫”），填有若干数字，题目要求从1~9中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列和每个九宫内都没有重复数字出现。图1-2是它的答案。在本书所有数独答案中，为了区别题目中原来的数字和解题填入的数字，我们总是用**粗黑体数字**表示题目中的已知数字，用**细体数字**表示解题填入的数字。

		3	1	6	8	5		
7								1
6	1	4				8	3	2
	2		5		3		7	
9			8		6			5
	4		7		9		8	
5	8	1				7	2	6
4								8
		9	2	8	7	1		

图1-1 九字标准数独1

2	9	3	1	6	8	5	4	7
7	5	8	4	3	2	9	6	1
6	1	4	9	7	5	8	3	2
8	2	6	5	1	3	4	7	9
9	3	7	8	4	6	2	1	5
1	4	5	7	2	9	6	8	3
5	8	1	3	9	4	7	2	6
4	7	2	6	5	1	3	9	8
3	6	9	2	8	7	1	5	4

图1-2 九字标准数独1的答案

(2) 九字对角线数独。如图1-3所示，有9个九宫和两条对角线，填有若干数字，题目要求从1~9中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列、每个九宫和两条对角线上都没有重复数字出现。图1-4是它的答案。

	4	1			9			
8	3	7			2	5		
	6							
6	8				5			2
1	5						6	9
7			6				5	3
							7	
		6	2			9	8	5
			9			2	3	

图1-3 九字对角线数独1

5	4	1	3	8	9	6	2	7
8	3	7	1	6	2	5	9	4
2	6	9	4	5	7	3	1	8
6	8	3	7	9	5	1	4	2
1	5	4	8	2	3	7	6	9
7	9	2	6	4	1	8	5	3
9	2	8	5	3	6	4	7	1
3	1	6	2	7	4	9	8	5
4	7	5	9	1	8	2	3	6

图1-4 九字对角线数独1的答案

(3) 九字分区数独。如图1-5所示，有9个连通的、各含9个格子的区域，以粗体实线分隔，称为“分区”，图中已填有若干数字，题目要求从1~9中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列和每个分区内都没有重复数字出现。图1-6是它的答案。因为有很多种不同的分区划分方法，所以有多种不同的九字分区数独。九字标准数独是一种特殊的九字分区数独。

通常，把完成填数的数独，称为“数字魔方”，所有九字数独的答案都是九字数字魔方。

			9				6	
7		4		1				
9								
							4	
		7		2		9		
	5							
								2
				8		3		5
	4				3			

图1-5 九字分区数独1

5	1	3	9	7	4	2	6	8
7	8	4	2	1	5	6	3	9
9	2	6	3	4	8	5	7	1
8	9	5	7	6	2	1	4	3
3	6	7	8	2	1	9	5	4
4	5	9	1	3	6	8	2	7
1	3	8	6	5	7	4	9	2
6	7	2	4	8	9	3	1	5
2	4	1	5	9	3	7	8	6

图1-6 九字分区数独1的答案

(4) 九字二合一数独。如图 1-7 所示，有 9 个用细体虚线分隔的 3×3 正方形小方(九宫)和用粗体实线分隔的九个分区，如果分区边界与九宫边界重合则用粗体实线分隔，图中填有若干数字，题目要求从 1~9 中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列、每个九宫和每个分区内都没有重复数字出现。图 1-8 是它的答案。

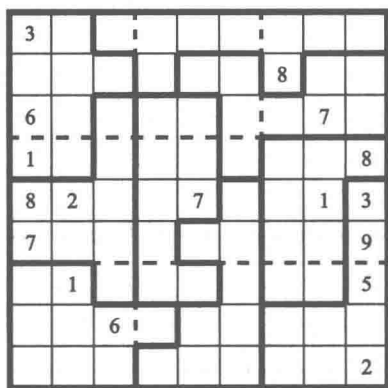


图 1-7 九字二合一数独 1

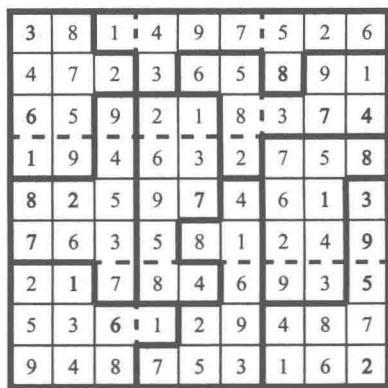


图 1-8 九字二合一数独 1 的答案

(5) 九字三合一数独。如图 1-9 所示，有 9 个九宫、9 个分区和两条对角线，9 个分区用粗体实线分隔，9 个九宫用粗体虚线分隔，二者重合时用粗体实线分隔，图中填有若干数字，题目要求从 1~9 中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列、每个九宫、每个分区和两条对角线内都没有重复数字出现。图 1-10 是它的答案。

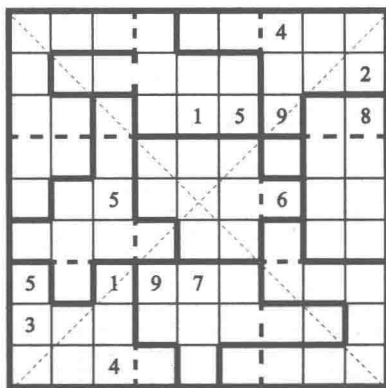


图 1-9 九字三合一数独 1

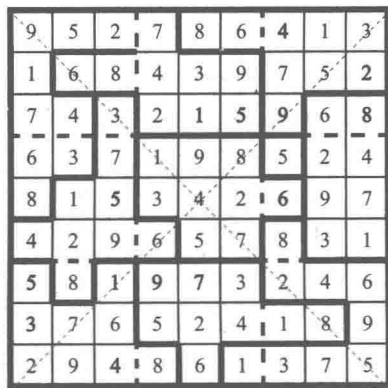


图 1-10 九字三合一数独 1 的答案

上面我们已经介绍了5种九字基本类型数独，其实还可以有3种九字基本类型数独，因为比较少受到人们关注，我们没有给出题目，只给出3种数字魔方。

(1) 九字无宫数字魔方。如图1-11所示，没有九宫、没有分区，也没有对角线，题目要求从1~9中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列内都没有重复数字出现。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8	9	1
3	4	5	6	7	8	9	1	2
4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	7	8	9	1	2	3	4
6	7	8	9	1	2	3	4	5
7	8	9	1	2	3	4	5	6
8	9	1	2	3	4	5	6	7
9	1	2	3	4	5	6	7	8

图1-11 九字无宫数字魔方

(2) 九字无宫对角线数字魔方。如图1-12所示，没有九宫、没有分区，有两条对角线，题目要求从1~9中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列和两条对角线内都没有重复数字出现。

5	4	3	7	8	9	6	1	2
9	2	1	4	6	3	8	7	5
1	8	6	3	7	2	4	5	9
4	6	7	8	5	1	9	2	3
8	9	2	6	3	7	5	4	1
3	1	5	9	2	4	7	6	8
2	7	8	5	9	6	1	3	4
7	5	4	2	1	8	3	9	6
6	3	9	1	4	5	2	8	7

图1-12 九字无宫对角线数字魔方

(3) 九字无宫分区对角线数字魔方。如图1-13所示，没有九宫，有9个分区、两条对角线，要求从1~9中选择一个数字填入一个空格，使得每行、每列、每个分区和两条对角线内都没有重复数字出现。

6	5	7	8	9	3	2	1	4
9	2	3	4	1	5	8	7	6
8	4	1	6	2	7	9	5	3
2	3	8	5	4	6	1	9	7
5	7	6	9	3	1	4	8	2
4	1	9	2	7	8	3	6	5
3	9	5	1	6	4	7	2	8
7	8	2	3	5	9	6	4	1
1	6	4	7	8	2	5	3	9

图1-13 九字无宫分区对角线数字魔方

第二节 非九字基本类型数独

前面我们列出了九字的8种基本类型数独，除了九字数独外，还可以有四字、五字、六字、七字、八字、十二字、十六字基本类型数独。其中，素数五字和七字无法构造小方，只能有4种数独，六字只取2行×3列的小方，八字只取2行×4列的小方，十二字只取3行×4列的小方。

四字数独的例子只列出标准数独、对角线数独和分区数独三种以及它们的答案，如图1-14至图1-19所示，还应该有无宫数独、无宫对角线数独、无宫分区对角线数独、二合一数独和三合一数独，我们没有列出。

4	2		
			3
2			

图 1-14 四字标准数独题目

4	2	3	1
3	1	4	2
1	4	2	3
2	3	1	4

图 1-15 四字标准数独答案

			4
2		3	

图 1-16 四字对角线数独题目

4	2	1	3
3	1	2	4
2	4	3	1
1	3	4	2

图 1-17 四字对角线数独答案

3			4
2			
		1	

图 1-18 四字分区数独题目

3	1	2	4
2	4	3	1
1	3	4	2
4	2	1	3

图 1-19 四字分区数独答案

五字数独的例子列出全部4种数独和答案，如图1-20至图1-27所示。

1	5			
	1			
			4	
			3	4

图 1-20 五字标准数独题目

1	5	4	2	4
4	1	3	5	2
3	4	2	1	5
2	3	5	4	1
5	2	1	3	4

图 1-21 五字标准数独答案

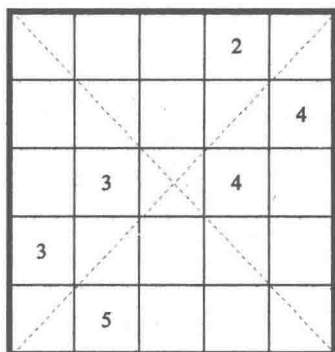


图 1-22 五字对角线数独题目

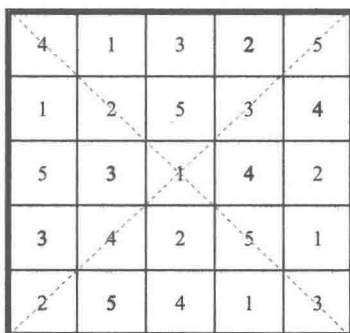


图 1-23 五字对角线数独答案

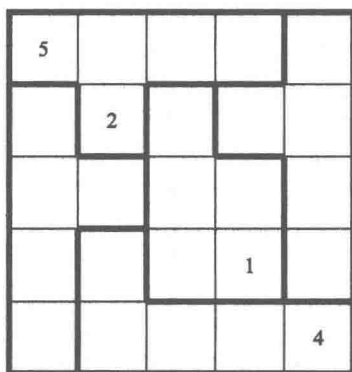


图 1-24 五字分区数独题目

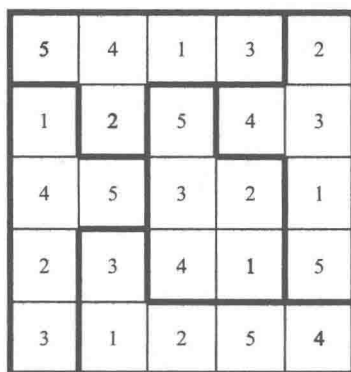


图 1-25 五字分区数独答案

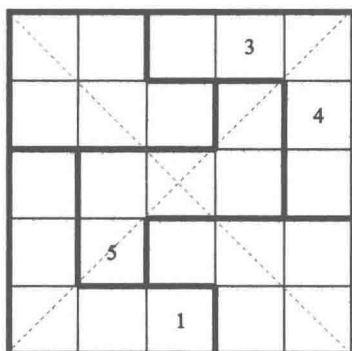


图 1-26 五字分区对角线数独题目

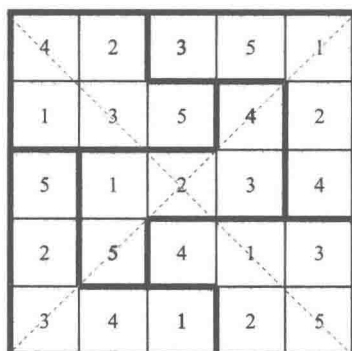


图 1-27 五字分区对角线数独答案

六字数独的例子列出全部8种数独和答案，如图1-28至图1-43所示。

6	2				
					5
			1		
		4			
2					
				3	4

图1-28 六字标准数独题目

6	2	5	4	1	3
4	3	1	6	2	5
3	5	2	1	4	6
1	6	4	3	5	2
2	4	3	5	6	1
5	1	6	2	3	4

图1-29 六字标准数独答案

	4	2			
				4	
	3				
			1	5	

图1-30 六字对角线数独题目

5	4	2	3	1	6
6	1	3	2	4	5
4	2	6	5	3	1
3	5	1	4	6	2
1	3	5	6	2	4
2	6	4	1	5	3

图1-31 六字对角线数独答案

			6		1
			2		
		4			
1		5			

图1-32 六字分区数独题目

6	1	3	5	2	4
4	3	2	6	5	1
3	5	1	2	4	6
5	2	4	1	6	3
1	6	5	4	3	2
2	4	6	3	1	5

图1-33 六字分区数独答案