



海文考研



# 考研数学 < 珍藏版 > 真题大解析 (数学三)

1989-2003试题分册

主编：丁勇 副主编：周晓燕 洪欢



名师点题，答疑

- ★ 历年考点分学科分章节归纳
- ★ 命题规律及趋势一目了然
- ★ 题目解析简单明了直击得分点
- ★ 附加分套装订真题，研读演练两不误



中国政法大学出版社



海文考研



# 考研数学 真题大解析

< 珍藏版 >

(数学三)

1989-2003试题分册

主编：丁勇 副主编：周晓燕 洪欢

编委会

邬丽丽 丁 勇 李兰巧 周晓燕 郭 媛 张喜珠  
刘 曦 孙 燕 洪 欢 吴 娜 巫天超 孙 森  
方晓敏 郭啸龙 全 忠 江国才 雷滨华 李 刚  
绪玉珍 李英男 石 丽



中国政法大学出版社

2017·北京

# 考研数学最权威的研读资料 倾注编者多年教学心血

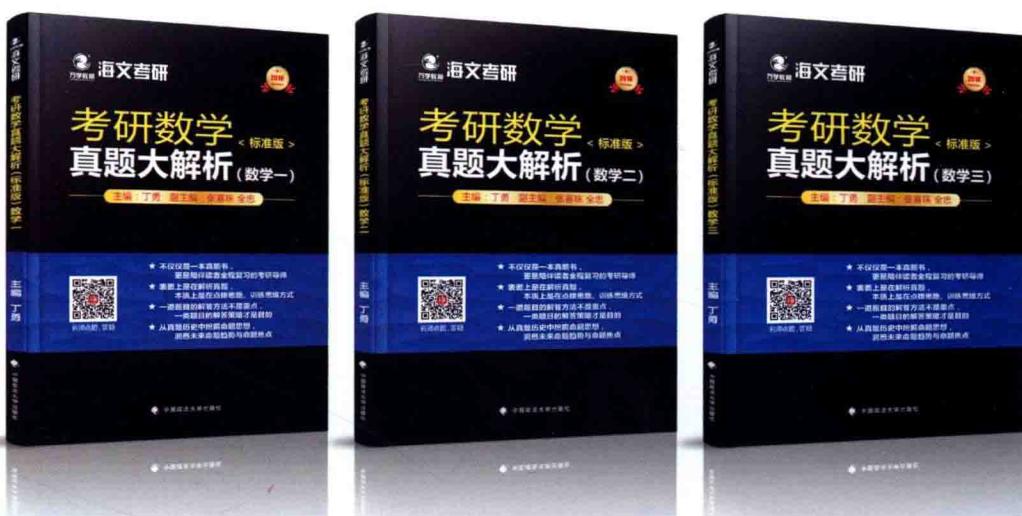
珍藏版

1989-2003 真题分类详解，解析简单明了，直击得分点



标准版

2004-2017真题按套卷顺序详解+分类纵览，  
解析面面俱到，侧重方法传授



集齐29年考研数学真题精华  
组成一套完整的真题资料



**海文考研**

## 考研数学基础阶段参考用书

- 《考研数学高等数学高分解码》
- 《考研数学线性代数高分解码》
- 《考研数学概率论与数理统计高分解码》
- 《考研数学基础必做660题》



## 考研数学全程阶段参考用书

- 《考研数学真题大解析（标准版）》
- 《考研数学真题大解析（珍藏版）》
- 《考研数学公式速记随身宝》



## 考研数学冲刺阶段参考用书

- 《考研数学最后成功8套题》



# 前言

历年考研数学考试试题是命题人对于《全国硕士研究生招生考试数学考试大纲》规定的考试内容和考试要求的具体体现,是参加命题的专家、教授智慧和劳动的结晶,是复习考研数学必备的宝贵资料,是成功驾驭数学考试的权威工具。通过研读真题,考生可以快速看清数学考试全貌,熟悉试题形式和特点,把握命题规律和考试重点、难点和题型,检测自身复习效果,增强临场实战感受,切实提高应试能力,为取得优异成绩奠定坚实的基础。

编者从事考研数学辅导十多年,积累了丰富的经验,与全国各地考生有大量的基础和交流,充分知晓广大考生在数学复习中普遍存在的问题和真切的需求,特编写本书切实解决考生复习中存在的问题和帮助考生迅速提高数学能力。

本书汇集了1989年到2003年的数学真题,按照如下方式编写:

## **一、1989—2003年真题汇编**

在这一部分考生可以按照套卷进行全真模拟,同时每一套试题都给出答案速查表,方便考生核对答案,同时指出本题在后面章节分类解析中的具体页码,方便考生查看详细解答过程。

## **二、分章节详细解析**

将历年同一内容的试题归纳在一起,并进行详细解答。这样便于考生复习该部分内容时了解到:该题型考过什么样的题目,是从哪个角度来命制的,并常与哪些知识点联系起来命题等等,从而掌握考研数学试题的广度和深度,做到复习时目标明确,心中有数。而且把历年同一内容的试题放在一起,我们可以发现近几年的考题中有许多与往年试题类似,因此研究往年的考题对我们准备下一年的研究生数学考试的重要性是不言而喻的。

每章按知识点分节,每道题目解析按以下内容编写:

首先给出每一个试题的【考查点】,让考生对每一个题目考查的知识点了然于胸,从中可以归纳出哪些考点是重点,从而把握复习的侧重点。

其次给出每一个试题的【破冰点】,让考生了解如何从已知条件和结论分析本题的解题思路和解题方法,培养分析问题,解决问题的能力。

最后给出每一个试题的【解析】,对所有大纲内的试题均给出了详细解答,并尽量做到一题多解。有很多试题的解法是编者从事教学和考研辅导研究总结出来的,具有巧妙,独到之处。其中有些试题的解法比标准答案的解法更简捷、更省时省力。

另外,由于试题时间久远,存在一些超出最新大纲要求的题目。我们在试题部分尽力还原考研

试题原貌，但在解析部分不再给出解析。有兴趣的同学可以咨询编者，关注微博@万学丁勇或者微信公众号“勇哥考研数学”即可。

编者建议考生在使用本书之前可以先认真阅读相关教材和参考书（推荐考生认真阅读《考研数学高分解码》，该书对考试大纲中所要求的基本概念、基本公式、基本定理讲解详细，各类题型的解题思路、方法和技巧归纳到位，与考研命题思路较吻合），之后再来看本书的试题，以检验自己复习的效果。最后，可以通过《考研数学真题大解析（标准版）》（该书汇集 2004—2017 年考研数学真题）来巩固所学知识和解题方法。考生将以上两本真题书研习 2~3 遍，达到对所有的题目一见到就能够熟练地、正确地解答出来的程度，取得考研数学高分则水到渠成。

限于编写时间和编者水平，不足与不当之处在所难免，恳请同行专家及考生批评指正。

编者

2017 年 2 月

数学真题 2003—2016

附录章卷二

卷二包含的内容非常丰富，包括了数论、代数、几何、概率论与统计、微积分、线性代数等。数论部分主要介绍了整数的性质、数论的基本定理、数论的应用等；代数部分主要介绍了群论、环论、域论、线性代数等；几何部分主要介绍了欧几里得几何、非欧几何、射影几何等；概率论与统计部分主要介绍了概率论的基本概念、随机变量及其分布、大数定律、中心极限定理等；微积分部分主要介绍了函数的连续性、导数、微分、不定积分、定积分、级数、多元微积分等；线性代数部分主要介绍了向量空间、线性变换、矩阵、特征值与特征向量、二次型等。

卷二的每章都配备了丰富的例题和练习题，帮助读者更好地理解和掌握各章的知识点。每章还提供了综合性的测试题，帮助读者全面评估自己的学习效果。

卷二的附录部分包括了数学符号表、常见公式表、数学定理表、数学证明技巧、数学软件使用指南等，方便读者在学习过程中查阅和参考。

卷二的编写充分考虑到了不同层次读者的需求，力求做到深入浅出、通俗易懂。同时，卷二还特别强调了数学的应用价值，通过大量的实例和应用背景，使读者能够更好地理解数学在实际生活中的应用。

卷二的编写团队由国内知名的数学家、教育工作者和一线教师组成，他们具有丰富的教学经验和深厚的学术功底，能够确保卷二的质量和权威性。

# 1989年全国硕士研究生入学统一考试

## 数学三试题

一、填空题(本题共5个小题,每小题3分,满分15分。)

(1) 曲线  $y = x + \sin^2 x$  在点  $(\frac{\pi}{2}, 1 + \frac{\pi}{2})$  处的切线方程是 \_\_\_\_\_.

(2) 幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n+1}}$  的收敛域是 \_\_\_\_\_.

(3) 齐次线性方程组  $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$ , 只有零解, 则  $\lambda$  应满足的条件是 \_\_\_\_\_.

(4) 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ A \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_.

$P\left\{|x| < \frac{\pi}{6}\right\} =$  \_\_\_\_\_.

(5) 设随机变量  $X$  的数学期望  $E(X) = \mu$ , 方差  $D(X) = \sigma^2$ , 则由切比雪夫(Chebyshev)不等式, 有  $P\{|X - \mu| \geq 3\sigma\} \leq$  \_\_\_\_\_.

二、选择题(本题共5个小题,每小题3分,满分15分。)

(1) 设  $f(x) = 2^x + 3^x - 2$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时( )

- (A)  $f(x)$  与  $x$  是等价无穷小量. (B)  $f(x)$  与  $x$  是同阶但非等价无穷小量.  
(C)  $f(x)$  是比  $x$  较高阶的无穷小量. (D)  $f(x)$  是比  $x$  较低阶的无穷小量.

(2) 在下列等式中, 正确的结果是( )

- (A)  $\int f'(x) dx = f(x)$ . (B)  $\int df(x) = f(x)$ .  
(C)  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$ . (D)  $d \int f(x) dx = f(x)$ .

(3) 设  $A$  为  $n$  阶方阵且  $|A| = 0$ , 则( )

- (A)  $A$  中必有两行(列)的元素对应成比例.  
(B)  $A$  中任意一行(列)向量是其余各行(列)向量的线性组合.  
(C)  $A$  中必有一行(列)向量是其余各行(列)向量的线性组合.  
(D)  $A$  中至少有一行(列)的元素全为 0.

(4) 设  $A$  和  $B$  均为  $n \times n$  矩阵, 则必有( )

- (A)  $|A+B| = |A| + |B|$  (B)  $AB = BA$ .  
(C)  $|AB| = |BA|$ . (D)  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ .

(5) 以  $A$  表示事件“甲种产品畅销, 乙种产品滞销”, 则其对立事件  $\bar{A}$  为( )

- (A) “甲种产品滞销, 乙种产品畅销”. (B) “甲、乙两种产品均畅销”.

(C) “甲种产品滞销”.

(D) “甲种产品滞销或乙种产品畅销”.

### 三、计算题(本题共3个小题,每小题5分,满分15分。)

(1) 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$ .

(2) 已知  $z = f(u, v)$ ,  $u = x + y$ ,  $v = xy$ , 且  $f(u, v)$  的二阶偏导数都连续. 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

(3) 求微分方程  $y'' + 5y' + 6y = 2e^{-x}$  的通解.

### 四、(本题满分9分。)

设某厂家打算生产一批商品投放市场. 已知该商品的需求函数为  $P = P(x) = 10e^{-\frac{x}{2}}$ . 且最大需求量为6, 其中  $x$  表示需求量,  $P$  表示价格.

(1) 求该商品的收益函数和边际收益函数;

(2) 求使收益最大时的产量、最大收益和相应的价格;

(3) 画出收益函数的图形.

### 五、(本题满分9分。)

已知函数  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & 1 < x \leq 2. \end{cases}$  试计算下列各题:

(1)  $S_0 = \int_0^2 f(x)e^{-x} dx$ ;

(2)  $S_1 = \int_2^4 f(x-2)e^{-x} dx$ ;

(3)  $S_n = \int_{2n}^{2n+2} f(x-2n)e^{-x} dx (n=2,3,\dots)$ ;

(4)  $S = \sum_{n=0}^{\infty} S_n$ .

### 六、(本题满分6分。)

假设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内可导, 且  $f'(x) \leq 0$ , 记  $F(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$ , 证明在  $(a, b)$  内  $F'(x) \leq 0$ .

### 七、(本题满分5分。)

已知  $X = AX + B$ , 其中  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ , 求矩阵  $X$ .

### 八、(本题满分6分。)

设  $\alpha_1 = (1, 1, 1)$ ,  $\alpha_2 = (1, 2, 3)$ ,  $\alpha_3 = (1, 3, t)$ .

(1) 问当  $t$  为何值时, 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关?

(2) 问当  $t$  为何值时, 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性相关?

(3) 当向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性相关时, 将  $\alpha_3$  表示为  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  的线性组合.

### 九、(本题满分5分。)

设  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ .

(1) 试求矩阵  $A$  的特征值;

(2) 利用(1) 小题的结果, 求矩阵  $E + A^{-1}$  的特征值, 其中  $E$  是三阶单位矩阵.

### 十、(本题满分7分。)

已知随机变量  $X$  和  $Y$  的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & 0 < x < +\infty, 0 < y < +\infty, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

试求(1)  $P\{X < Y\}$ ; (2)  $E(XY)$ .

十一、(本题满分 8 分。)

设随机变量  $X$  在  $[2, 5]$  上服从均匀分布, 现在对  $X$  进行三次独立观测, 试求至少有两次观测值大于 3 的概率.

# 1989 答案速查表

三、计算题(本题共3个小题,每小题10分,共30分)

题号	答案	详解对应页码
<b>一、填空题</b>		
(1)	$y = x + 1$	P10
(2)	$[-1, 1]$	P59
(3)	$\lambda \neq 1$	P94
(4)	$1; \frac{1}{2}$	P131
(5)	$\frac{1}{9}$	P156
<b>二、选择题</b>		
(1)	B	P3
(2)	A	P25
(3)	C	P90
(4)	C	P78
(5)	D	P123
<b>三、计算题</b>		
(1)	e	P3
(2)	$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + (x+y) \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + xy \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + \frac{\partial f}{\partial v}$	P43
(3)	$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x} + e^{-x}$ , $C_1, C_2$ 为任意常数	P71
<b>四、</b>		
(1)	$MR = 5(2-x)e^{-\frac{x}{2}}, R = 10xe^{-\frac{x}{2}}, 0 \leq x \leq 6$	
(2)	收益最大值为 $\frac{20}{e}$ , 相应价格为 $\frac{10}{e}$	P21
(3)	略	
<b>五、</b>		
(1)	$\frac{1}{e^2} - \frac{2}{e} + 1$	
(2)	$\frac{1}{e^2} \left( \frac{1}{e^2} - \frac{2}{e} + 1 \right)$	
(3)	$\frac{1}{e^{2n}} \left( \frac{1}{e^2} - \frac{2}{e} + 1 \right)$	P59
(4)	$\frac{e-1}{e+1}$	
<b>六、</b>		
	略	P27

七、	$X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	P79
八、	(1) $t \neq 5$ (2) $t = 5$ (3) $\alpha_3 = -\alpha_1 + 2\alpha_2$	P90
九、	(1) $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -5$ (2) $2, 2, \frac{4}{5}$	P104
十、	(1) $\frac{1}{2}$ (2) 1	P143
十一、	$P\{Y \geq 2\} = \frac{20}{27}$	P129

# 1990 年全国硕士研究生入学统一考试

## 数学三试题

一、填空题(本题共 5 个小题,每小题 3 分,满分 15 分。)

(1) 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3\sqrt{n}} - \sqrt{n-\sqrt{n}}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 设函数  $f(x)$  有连续的导函数,  $f(0) = 0, f'(0) = b$ , 若函数  $F(x) = \begin{cases} \frac{f(x) + a \sin x}{x}, & x \neq 0, \\ A, & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续, 则常数  $A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(3) 曲线  $y = x^2$  与直线  $y = x + 2$  所围成的平面图形的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(4) 若线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a_1, \\ x_2 + x_3 = a_2, \\ x_3 + x_4 = -a_3, \\ x_4 + x_1 = a_4 \end{cases}$  有解, 则常数  $a_1, a_2, a_3, a_4$  应满足条件  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(5) 一射手对同一目标独立地进行 4 次射击, 若至少命中一次的概率为  $\frac{80}{81}$ , 则该射手的命中率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

二、选择题(本题共 5 个小题,每小题 3 分,满分 15 分。)

(1) 设函数  $f(x) = x \cdot \tan x \cdot e^{\sin x}$ , 则  $f(x)$  是( )

(A) 偶函数. (B) 无界函数. (C) 周期函数. (D) 单调函数.

(2) 设函数  $f(x)$  对任意  $x$  均满足等式  $f(1+x) = af(x)$ , 且有  $f'(0) = b$ , 其中  $a, b$  为非零常数, 则( )

(A)  $f(x)$  在  $x = 1$  处不可导.

(B)  $f(x)$  在  $x = 1$  处可导, 且  $f'(1) = a$ .

(C)  $f(x)$  在  $x = 1$  处可导, 且  $f'(1) = b$ .

(D)  $f(x)$  在  $x = 1$  处可导, 且  $f'(1) = ab$ .

(3) 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  线性无关的充分条件是( )

(A)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  均不为零向量.

(B)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  中任意两个向量的分量不成比例.

(C)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  中任意一个向量均不能由其余  $s-1$  个向量线性表示.

(D)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  中部分向量线性无关.

(4) 设  $A, B$  为两个随机事件, 且  $B \subset A$ , 则下列式子正确的是( )

(A)  $P(A+B) = P(A)$ . (B)  $P(AB) = P(A)$ .

(C)  $P(B|A) = P(B)$ . (D)  $P(B-A) = P(B) - P(A)$ .

(5) 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 其概率分布为

$m$	-1	1
$P\{X=m\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$m$	-1	1
$P\{Y=m\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则下列式子正确的是( )

- (A)  $X = Y$ . (B)  $P\{X = Y\} = 0$ .  
(C)  $P\{X = Y\} = \frac{1}{2}$ . (D)  $P\{X = Y\} = 1$ .

**三、(本题共 4 个小题,每小题 5 分,满分 20 分。)**

- (1) 求函数  $I(x) = \int_e^x \frac{\ln t}{t^2 - 2t + 1} dt$  在区间  $[e, e^2]$  上的最大值.  
(2) 计算二重积分  $\iint_D x e^{-y} dx dy$ , 其中  $D$  是曲线  $y = 4x^2$  和  $y = 9x^2$  在第一象限所围成的区域.  
(3) 求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$  的收敛域.  
(4) 求微分方程  $y' + y \cos x = (\ln x)e^{-\sin x}$  的通解.

**四、(本题满分 9 分)**

某公司可通过电台及报纸两种方式做销售某种商品的广告,根据统计资料,销售收入  $R$ (万元)与电台广告费用  $x_1$ (万元)及报纸广告费用  $x_2$ (万元)之间的关系有如下经验公式:

$$R = 15 + 14x_1 + 32x_2 - 8x_1x_2 - 2x_1^2 - 10x_2^2.$$

- (1) 在广告费用不限的情况下,求最优广告策略;  
(2) 若提供的广告费用为 1.5 万元,求相应的最优广告策略.

**五、(本题满分 6 分)**

设  $f(x)$  在闭区间  $[0, c]$  上连续,其导数  $f'(x)$  在开区间  $(0, c)$  内存在且单调减少;  $f(0) = 0$ , 试应用拉格朗日中值定理证明不等式  $f(a+b) \leq f(a) + f(b)$ , 其中常数  $a, b$  满足条件  $0 \leq a \leq b \leq a+b \leq c$ .

**六、(本题满分 8 分)**

已知线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2. \end{cases}$

- (1)  $a, b$  为何值时,方程组有解?  
(2) 方程组有解时,求出方程组的导出组的一个基础解系;  
(3) 方程组有解时,求出方程组的全部解.

**七、(本题满分 5 分)**

已知对于  $n$  阶方阵  $A$ , 存在自然数  $k$ , 使得  $A^k = \mathbf{0}$ , 试证明矩阵  $E - A$  可逆, 并写出其逆矩阵的表达式( $E$  为  $n$  阶单位阵).

**八、(本题满分 6 分)**

设  $A$  是  $n$  阶矩阵,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  是  $A$  的两个不同的特征值,  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$  是分别属于  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的特征向量. 试证明  $\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2$  不是  $A$  的特征向量.

**九、(本题满分 4 分)**

从 0, 1, 2, …, 9 十个数字中任意选出三个不同数字, 试求下列事件的概率:

$$A_1 = \{\text{三个数字中不含 } 0 \text{ 和 } 5\}; A_2 = \{\text{三个数字中不含 } 0 \text{ 或 } 5\}; A_3 = \{\text{三个数字中含 } 0 \text{ 但不含 } 5\}.$$

**十、(本题满分 5 分)**

一电子仪器由两个部件构成, 以  $X$  和  $Y$  分别表示两个部件的寿命(单位:千小时), 已知  $X$  和  $Y$  的联合分布函数为

$$F(x,y) = \begin{cases} 1 - e^{-0.5x} - e^{-0.5y} + e^{-0.5(x+y)}, & x \geq 0, y \geq 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 问  $X$  和  $Y$  是否独立?

(2) 求两个部件的寿命都超过 100 小时的概率  $\alpha$ .

十一、(本题满分 7 分)

某地抽样调查结果表明,考生的外语成绩(百分制)近似服从正态分布,平均成绩为72分,96分以上的占考生总数的2.3%,试求考生的外语成绩在60分至84分之间的概率.

**【附表】**(表中  $\Phi(x)$  表示标准正态分布函数)

$x$	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	...
$\Phi(x)$	0.500	0.692	0.841	0.933	0.977	0.994	0.999	...

# 1990 答案速查表

题号	答案	详解对应页码
<b>一、填空题</b>		
(1)	2	P3
(2)	$b+a$	P10
(3)	$4 \frac{1}{2}$	P34
(4)	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$	P99
(5)	$\frac{2}{3}$	P130
<b>二、选择题</b>		
(1)	B	P3
(2)	D	P10
(3)	C	P87
(4)	A	P124
(5)	C	P138
<b>三、</b>		
(1)	$\frac{1}{e+1} + \ln(e+1) - 1$	P27
(2)	$\frac{5}{144}$	P50
(3)	$R = 1$ , 收敛域为 $[2, 4]$	P60
(4)	$y = e^{-\sin x}(x \ln x - x + C)$	P66
<b>四、</b>		
(1)	$x_1 = 0.75, x_2 = 1.25$	P43
(2)	$x_1 = 0, x_2 = 1.5$	
<b>五、</b>		
	略	P15
<b>六、</b>		
(1)	$a = 1, b = 3$ 时方程组有解	
(2)	导出组的一个基础解系为 $\eta_1 = (1, -2, 1, 0, 0)^T, \eta_2 = (1, -2, 0, 1, 0)^T, \eta_3 = (5, -6, 0, 0, 1)^T$	
(3)	全部解 $x = \alpha + k_1 \eta_1 + k_2 \eta_2 + k_3 \eta_3$ , 其中 $k_1, k_2, k_3$ 为任意常数, $\alpha = (-2, 3, 0, 0, 0)^T, \eta_1 = (1, -2, 1, 0, 0)^T, \eta_2 = (1, -2, 0, 1, 0)^T, \eta_3 = (5, -6, 0, 0, 1)^T$	P100

七、	证明略。 $(E - A)^{-1} = E + A + A^2 + \cdots + A^{k-1}$	P79
八、	略	P104
九、	$P(A_1) = \frac{7}{15}, P(A_2) = \frac{14}{15}, P(A_3) = \frac{7}{15}$	P124
十、	(1) 相互独立 (2) $e^{-0.1}$	P139
十一、	$P\{60 \leq X \leq 84\} = 0.682$	P131

卷面	姓名	学号	成绩
81		019	81
89		184	89
84		189	84
84		284	84
89		289	89
84		384	84
84		389	84
84		684	84
84		689	84
84		884	84
84		889	84
84		984	84
84		989	84
84		1084	84
84		1089	84
84		1884	84
84		1889	84
84		2884	84
84		2889	84
84		3884	84
84		3889	84
84		8884	84
84		8889	84
84		9884	84
84		9889	84
84		10884	84
84		10889	84
84		18884	84
84		18889	84
84		28884	84
84		28889	84
84		38884	84
84		38889	84
84		88884	84
84		88889	84
84		98884	84
84		98889	84
84		108884	84
84		108889	84
84		188884	84
84		188889	84
84		288884	84
84		288889	84
84		388884	84
84		388889	84
84		888884	84
84		888889	84
84		988884	84
84		988889	84
84		1088884	84
84		1088889	84
84		1888884	84
84		1888889	84
84		2888884	84
84		2888889	84
84		3888884	84
84		3888889	84
84		8888884	84
84		8888889	84
84		9888884	84
84		9888889	84
84		10888884	84
84		10888889	84
84		18888884	84
84		18888889	84
84		28888884	84
84		28888889	84
84		38888884	84
84		38888889	84
84		88888884	84
84		88888889	84
84		98888884	84
84		98888889	84
84		108888884	84
84		108888889	84
84		188888884	84
84		188888889	84
84		288888884	84
84		288888889	84
84		388888884	84
84		388888889	84
84		888888884	84
84		888888889	84
84		988888884	84
84		988888889	84
84		1088888884	84
84		1088888889	84
84		1888888884	84
84		1888888889	84
84		2888888884	84
84		2888888889	84
84		3888888884	84
84		3888888889	84
84		8888888884	84
84		8888888889	84
84		9888888884	84
84		9888888889	84
84		10888888884	84
84		10888888889	84
84		18888888884	84
84		18888888889	84
84		28888888884	84
84		28888888889	84
84		38888888884	84
84		38888888889	84
84		88888888884	84
84		88888888889	84
84		98888888884	84
84		98888888889	84
84		108888888884	84
84		108888888889	84
84		188888888884	84
84		188888888889	84
84		288888888884	84
84		288888888889	84
84		388888888884	84
84		388888888889	84
84		888888888884	84
84		888888888889	84
84		988888888884	84
84		988888888889	84
84		1088888888884	84
84		1088888888889	84
84		1888888888884	84
84		1888888888889	84
84		2888888888884	84
84		2888888888889	84
84		3888888888884	84
84		3888888888889	84
84		8888888888884	84
84		8888888888889	84
84		9888888888884	84
84		9888888888889	84
84		10888888888884	84
84		10888888888889	84
84		18888888888884	84
84		18888888888889	84
84		28888888888884	84
84		28888888888889	84
84		38888888888884	84
84		38888888888889	84
84		88888888888884	84
84		88888888888889	84
84		98888888888884	84
84		98888888888889	84
84		108888888888884	84
84		108888888888889	84
84		188888888888884	84
84		188888888888889	84
84		288888888888884	84
84		288888888888889	84
84		388888888888884	84
84		388888888888889	84
84		888888888888884	84
84		888888888888889	84
84		988888888888884	84
84		988888888888889	84
84		1088888888888884	84
84		1088888888888889	84
84		1888888888888884	84
84		1888888888888889	84
84		2888888888888884	84
84		2888888888888889	84
84		3888888888888884	84
84		3888888888888889	84
84		8888888888888884	84
84		8888888888888889	84
84		9888888888888884	84
84		9888888888888889	84
84		10888888888888884	84
84		10888888888888889	84
84		18888888888888884	84
84		18888888888888889	84
84		28888888888888884	84
84		28888888888888889	84
84		38888888888888884	84
84		38888888888888889	84
84		88888888888888884	84
84		88888888888888889	84
84		98888888888888884	84
84		98888888888888889	84
84		108888888888888884	84
84		108888888888888889	84
84		188888888888888884	84
84		188888888888888889	84
84		288888888888888884	84
84		288888888888888889	84
84		388888888888888884	84
84		388888888888888889	84
84		888888888888888884	84
84		888888888888888889	84
84		988888888888888884	84
84		988888888888888889	84
84		1088888888888888884	84
84		1088888888888888889	84
84		1888888888888888884	84
84		1888888888888888889	84
84		2888888888888888884	84
84		2888888888888888889	84
84		3888888888888888884	84
84		3888888888888888889	84
84		8888888888888888884	84
84		8888888888888888889	84
84		9888888888888888884	84
84		9888888888888888889	84
84		10888888888888888884	84
84		10888888888888888889	84
84		18888888888888888884	84
84		18888888888888888889	84
84		28888888888888888884	84
84		28888888888888888889	84
84		38888888888888888884	84
84		38888888888888888889	84
84		88888888888888888884	84
84		88888888888888888889	84
84		98888888888888888884	84
84		98888888888888888889	84
84		108888888888888888884	84
84		108888888888888888889	84
84		188888888888888888884	84
84		188888888888888888889	84
84		288888888888888888884	84
84		288888888888888888889	84
84		388888888888888888884	84
84		388888888888888888889	84
84		888888888888888888884	84
84		888888888888888888889	84
84		988888888888888888884	84
84		988888888888888888889	84
84		1088888888888888888884	84
84		1088888888888888888889	84
84		1888888888888888888884	84
84		1888888888888888888889	84
84		2888888888888888888884	84
84		2888888888888888888889	84
84		3888888888888888888884	84
84		3888888888888888888889	84
84		8888888888888888888884	84
84		8888888888888888888889	84
84		9888888888888888888884	84
84		9888888888888888888889	84
84		10888888888888888888884	84
84		10888888888888888888889	84
84		18888888888888888888884	84
84		18888888888888888888889	84
84		28888888888888888888884	84
84		28888888888888888888889	84
84		38888888888888888888884	84
84		38888888888888888888889	84
84		88888888888888888888884	84
84		88888888888888888888889	84
84		98888888888888888888884	84
84		98888888888888888888889	84
84		108888888888888888888884	84
84		108888888888888888888889	84
84		188888888888888888888884	84
84		188888888888888888888889	84
84		288888888888888888888884	84
84		288888888888888888888889	84
84		388888888888888888888884	84
84		388888888888888888888889	84
84		888888888888888888888884	84
84		888888888888888888888889	84
84		988888888888888888888884	84
84		988888888888888888888889	84
84		1088888888888888888888884	84
84		1088888888888888888888889	84
84		1888888888888888888888884	84
84		1888888888888888888888889	84
84		2888888888888888888888884	84
84		2888888888888888888888889	84
84		3888888888888888888888884	84
84		3888888888888888888888889	84
84		8888888888888888888888884	84
84		8888888888888888888888889	84
84		9888888888888888888888884	84
84		9888888888888888888888889	84
84		10888888888888888888888884	84
84		10888888888888888888888889	84
84		18888888888888888888888884	84
84		18888888888888888888888889	84
84		2888888888888888	

# 1991年全国硕士研究生入学统一考试

## 数学三试题

**一、填空题(本题共5个小题,每小题3分,满分15分。)**

(1) 设  $z = e^{\sin xy}$ , 则  $dz = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 设曲线  $f(x) = x^3 + ax$  与  $g(x) = bx^2 + c$  都通过点  $(-1, 0)$ , 且在点  $(-1, 0)$  有公共切线, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(3) 设  $f(x) = xe^x$ , 则  $f^{(n)}(x)$  在点  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  处取极小值  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(4) 设  $A$  和  $B$  为可逆矩阵,  $X = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}$  为分块矩阵, 则  $X^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(5) 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = P\{X \leq x\} = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ 0.4, & -1 \leq x < 1, \\ 0.8, & 1 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$  则  $X$  的概率分布为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

为 \_\_\_\_\_.

**二、选择题(本题共5个小题,每小题3分,满分15分。)**

(1) 下列各式中正确的是( )

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1.$

(B)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e,$

(C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = -e.$

(D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x} = e.$

(2) 设  $0 \leq a_n < \frac{1}{n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), 则下列级数中肯定收敛的是( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n.$

(B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n.$

(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}.$

(D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n^2.$

(3) 设  $A$  为  $n$  阶可逆矩阵,  $\lambda$  是  $A$  的一个特征值, 则  $A$  的伴随矩阵  $A^*$  的特征值之一是( )

(A)  $\lambda^{-1} |A|^n$ . (B)  $\lambda^{-1} |A|$ . (C)  $\lambda |A|$ . (D)  $\lambda |A|^n$ .

(4) 设  $A$  和  $B$  是任意两个概率不为零的互不相容事件, 则下列结论中肯定正确的是( )

(A)  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  不相容.

(B)  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  相容.

(C)  $P(AB) = P(A)P(B).$

(D)  $P(A-B) = P(A).$

(5) 对于任意两个随机变量  $X$  和  $Y$ , 若  $E(XY) = E(X)E(Y)$ , 则( )

(A)  $D(XY) = D(X)D(Y).$

(B)  $D(X+Y) = D(X)+D(Y).$

(C)  $X$  和  $Y$  独立.

(D)  $X$  和  $Y$  不独立.

**三、(本题满分5分)**

求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x + e^{2x} + \cdots + e^{nx}}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$ , 其中  $n$  是给定的自然数.