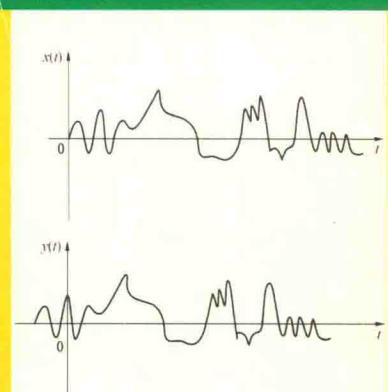




普通高等教育“十三五”规划教材

# 工程测试技术

主编 李 曼



 煤炭工业出版社

普通高等教育“十三五”规划教材

# 工程测试技术

主编 李曼  
副主编 尚万峰



煤炭工业出版社

· 北京 ·

**图书在版编目 (CIP) 数据**

工程测试技术/李曼主编. --北京: 煤炭工业出版社,  
2017

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-5020-5651-3

I. ①工… II. ①李… III. ①工程测试—高等学校—  
教材 IV. ①TB22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 005884 号

---

**工程测试技术 (普通高等教育“十三五”规划教材)**

---

**主 编 李 曼**

**责任编辑 同 非 翡 璞**

**责任校对 刘 青**

**封面设计 北京地大天成印务 设计印前中心**

**出版发行 煤炭工业出版社 (北京市朝阳区芍药居 35 号 100029)**

**电 话 010-84657898 (总编室)**

**010-64018321 (发行部) 010-84657880 (读者服务部)**

**电子信箱 cciph612@126.com**

**网 址 www.cciph.com.cn**

**印 刷 北京建宏印刷有限公司**

**经 销 全国新华书店**

**开 本 787mm×1092mm<sup>1</sup>/<sub>16</sub> 印张 13 1/4 字数 312 千字**

**版 次 2017 年 2 月第 1 版 2017 年 2 月第 1 次印刷**

**社内编号 8514 定价 28.00 元**

---

**版权所有 违者必究**

**本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 本社负责调换, 电话: 010-84657880**

## 前　　言

随着机械工业的不断发展和自动化、信息化程度的迅速提高，测试技术作为信息技术的基础，具有举足轻重的作用。1998年全国机械类专业教学指导委员会在制定新的指导性专业培养计划中，测试技术课程被列为推荐的工科机械类各专业必修的技术基础课程。

《工程测试技术》一书以信号流为主线串接组成测试系统的各环节，阐述动态测试的基本理论、测试手段和方法，同时结合工程实例介绍测试技术的应用方法。

本书注重测试技术中基础知识和基本概念的理解和应用，除了在第八章中专门进行应用和实践部分的介绍外，在各章节中也配有相应的应用实例。本书相对同类教材从内容上有所拓宽，在教学中，可根据不同专业的情况对其内容进行取舍。为便于教学的需要，在各章的最后配置了习题。

本书是在大量地参考了国内各类专业的有关教材和相关资料的基础上，并结合编者多年从事测试技术课程教学和相关领域科研的基础上编写出来的。

本书第一章、第二章、第三章、第四章和第八章由李曼编写，第五章、第六章和第七章由尚万峰编写。全书由李曼教授统稿。

由于作者能力所限，时间仓促，书中难免存在不足之处，敬请各位读者指正，不胜感激！

编　　者

2016年9月

# 目 次

<b>第一章 绪论 .....</b>	<b>1</b>
第一节 测试技术及其发展概况 .....	1
第二节 测试技术的基本内容 .....	2
第三节 测试技术在机械工业中的应用 .....	3
第四节 课程的性质和特点 .....	4
习题 .....	5
<b>第二章 信号分析基础 .....</b>	<b>6</b>
第一节 信号的分类与描述 .....	6
第二节 周期信号的频域描述 .....	11
第三节 非周期信号的频域描述 .....	17
第四节 傅里叶变换的性质及应用 .....	21
第五节 随机信号的描述 .....	28
第六节 数字信号处理 .....	40
习题 .....	48
<b>第三章 测试系统的特性分析 .....</b>	<b>49</b>
第一节 概述 .....	49
第二节 测试系统的静态特性 .....	51
第三节 测试系统的动态特性 .....	53
第四节 测试系统的不失真测试条件 .....	65
第五节 测试系统的抗干扰技术 .....	67
习题 .....	73
<b>第四章 信号的获取 .....</b>	<b>74</b>
第一节 概述 .....	74
第二节 电阻式传感器 .....	75
第三节 电容式传感器 .....	83
第四节 电感式传感器 .....	86
第五节 磁电式传感器 .....	91
第六节 压电式传感器 .....	94
第七节 热电式传感器 .....	99

第八节 光电式传感器 .....	104
第九节 霍尔传感器 .....	111
第十节 其他类型传感器 .....	113
习题 .....	122
<b>第五章 测试信号的转换与调理 .....</b>	<b>123</b>
第一节 电桥 .....	123
第二节 信号放大电路 .....	126
第三节 调制与解调 .....	129
第四节 滤波器 .....	135
第五节 信号转换电路 .....	140
习题 .....	145
<b>第六章 信号的显示与记录 .....</b>	<b>146</b>
第一节 概述 .....	146
第二节 显示和指示类信号输出 .....	147
第三节 信号的记录 .....	152
习题 .....	157
<b>第七章 计算机测试技术与系统 .....</b>	<b>158</b>
第一节 概述 .....	158
第二节 计算机测试中的数据采集系统 .....	159
第三节 虚拟仪器技术 .....	164
习题 .....	172
<b>第八章 测试技术的工程应用 .....</b>	<b>173</b>
第一节 力的测量 .....	173
第二节 压力的测量 .....	178
第三节 机械振动的测试 .....	180
第四节 温度的测量 .....	188
第五节 测试技术在煤矿机械设备检测中的应用 .....	194
习题 .....	203
<b>参考文献 .....</b>	<b>205</b>

# 第一章 絮 论

## 第一节 测试技术及其发展概况

测试技术包括测量技术与试验技术。测量技术的发展伴随着人类社会的发展。早在公元前3000年，古埃及人出于对工程和生产的需要建立了长度的统一标准“埃尔”，他们将当时统治埃及的法老的自肘关节到中指指尖的长度加上他手中一根棕榈枝长的总长度定义为“1埃尔”，并将该长度标准用黑色花岗岩来实现而作为原始标准。埃及人在建造众多的祠庙和金字塔的浩大工程中正是使用了这一长度标准。在中国，秦始皇统一六国后便立即建立了统一的度量衡制度，并对破坏这一制度的人科以严厉的刑罚。这些统一的标准和测量都在很大程度上促进了当时生产的发展和社会的进步。今天，测量已渗透到人类活动的每个领域。家庭生活中的水表、电表、燃气表，天气预报中的温度、湿度、风向、风量，工业生产中的压力、流量等各种测量仪表，医院中病人的心跳、血压等监护设施，飞机上的导航仪表、宇宙飞船的姿态控制装置，导弹、鱼雷的制导系统等等，测量无处不在。试验是人们为了解某物的性能或某事的结果而进行的尝试性活动，是对未知事物探索性认识的实验过程。试验中，通过人为的方法和手段模拟实际过程，以激发试验对象表现出其所具有的特征，并进行测量、记录，进而做进一步的处理分析，得到所要求的试验结果。比如，在新车研制过程中，要进行汽车各类性能试验，如加速、减速、制动性能试验，平稳性试验、碰撞试验等等，通过试验获得产品的性能参数，为产品的设计改进和研制提供依据。

现代科技形成了三大基本技术，即新材料技术、新能源技术和信息技术。信息技术是指可以扩展人的信息功能的技术，其具体内容是传感技术、通信技术和计算机技术。传感技术是人的感官（视觉、触觉）功能的扩展和延伸，包括信息的识别、检测、提取、变换等功能；通信技术是人的信息传输系统（神经系统）功能的扩展和延伸，包括信息的变换、处理、传递、存储以及某些控制和调节等功能；计算机技术是人的信息处理器官（大脑）功能的延伸，包括信息的存储、检索、处理、分析、产生决策、控制等功能。传感、通信和计算机技术构成了信息技术的核心，测试科学是研究信息技术中的普遍规律，属于信息科学范畴。

现代测试技术是随着现代技术的进步，在近几十年快速发展起来的边缘学科。一方面随着现代科学技术的发展，对测试技术不断地提出了更多更新的要求，激励着测试技术向前发展；另一方面各种学科领域的成就（如新的物理和化学原理、新材料、微电子学和计算机技术等）也常常首先反映在测试方法和仪器设备的改进中。当今，测试技术发展的趋势是在不断提高灵敏度、精度和可靠性的基础上，主要向小型化、非接触化、多功能化（多参数测量、测量和放大一体化）和智能化方向发展。新材料的发展推动了传感技术的进步，比如新型半导体材料，促使发展形成了很多对力、热、光、磁等物理量或气体化学

成分敏感的器件；如光导纤维不仅可以用作信号的传输，而且可作为物性型的传感器。微电子技术和微加工技术的发展，使得传感器具有放大、校正、判断和一定的信号处理功能，即“智能传感器”。计算机技术的发展也使测试技术产生了革命性的变化。利用计算机运算速度快、存储容量大的特点，在专用硬件和软件的支持下，使得信号分析可以做到近似“实时”的地步。借助计算机的功能，实现了测试系统的自动化。以计算机为核心，辅以一定的硬件设备，用通用或专用软件开发实现仪器功能的虚拟仪器，给传统仪器带来了巨大的变革。

## 第二节 测试技术的基本内容

测试技术广泛地应用在国民经济的各行业中。测试工作综合地运用了多种学科的知识，是一项非常复杂的工作。特别是现代测试技术，几乎应用了所有近代新技术和新理论，如半导体技术、激光技术、光纤技术、声控技术、遥感技术、自动化技术、计算机应用技术以及数理统计、控制论、信息论等。从广义的角度来讲，测试工作的范围涉及试验设计、模型论、传感器、信号加工与处理、控制工程、系统辨识、参数估计等诸学科的内容；从狭义的角度来讲，是指对物理信号的检测、变换、传输、处理直至显示、记录或以电量输出测试结果的工作。本课程主要是从狭义的角度来介绍测试工作的基本过程和基本原理。

在机械工程中，测试的主要是一些非电量的物理量，如长度、位移、速度、加速度、频率、力、力矩、温度、压力、流量、振动、噪声等。用现代测试技术测量非电量的方法主要是电测法，即将非电量先转换为电量，然后用各种电测仪表和装置乃至计算机对电信号进行处理和分析。电测方法具有许多其他测量方法所不具备的优点，如测量范围广、精度高、响应速度快、能自动连续测量，数据传送、存储、记录、显示方便并可以实现远距离遥测遥控，还可以与计算机系统相连接，实现快速、多功能及智能化测量。

图 1-1 所示为典型电测法的测量过程。被测信号一般都是随时间变化的动态量，对测试过程中不随时间变化的静态量，由于往往混杂有动态的干扰噪声，一般也可以按动态量来测量。由于被测信号是被测对象特征信息的载体，并且信号本身的结构对选用测试装置有着重大影响，因此应当熟悉和了解各种信号的基本特征和分析方法。

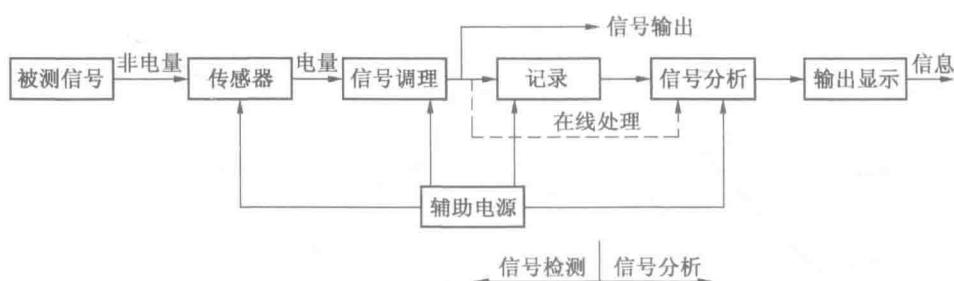


图 1-1 典型电测法的测量过程

传感器是测试系统的第一环节，其主要作用是感知被测的非电量并将非电量转换为

电量，传感器的种类很多，所能检测的非电量几乎无所不包。传感器的工作原理涉及许多学科。从理论上讲，凡是具有确定因果关系的物理现象、化学现象、生物现象等，都能作为传感器的设计依据。

传感器输出的电信号经信号调理电路加工处理后，才能进一步输送到记录装置和分析仪器中。常见的调理方式有衰减、放大、转换、调制和解调、滤波处理、运算和数字化处理等。

调理电路输出的测量结果是被测信号的真实记录，被测量的变化过程，可以用示波器、记录仪、屏幕显示器、打印机等输出装置显示和记录。此外，还可以用磁记录器来存储被测信号，以供反复使用。

至此，测试系统已完成信号检测的任务。但是，要从这些客观记录的信号中找出反映被测对象的本质规律，还必须对信号进行分析处理，从中提取有用的信息，如信号强度信息、频谱信息、相关信息、概率密度信息等。从这个意义上讲，信号分析是测试系统更为重要的一个环节。

信号分析设备种类繁多，有各种专用的分析仪，如频谱分析仪、相关分析仪、概率密度分析仪、传递函数分析仪等；也有可以作多项综合分析用的信号处理机和数字信号处理系统。计算机在现代信号分析设备中起着重要的作用，目前国内外一些先进的信号处理系统，都采用了专用或通用计算机，使信号的处理速度达到了“实时”。将调理电路输出的信号直接送到信号分析设备中进行处理，称之为在线处理。由于数字电路和计算机高速处理数据的能力，使在线测试和处理已成为可能，而且在工程测试和工业控制中得到越来越广泛的应用。

信号分析设备可以通过数据或图像的形式输出人们感兴趣的信息。常用的输出显示装置有示波器、显示屏、打印机等。

在实际测试过程中，根据测试目的不同，测试系统可以很复杂也可以很简单。例如，有的被测对象还需要进行激励，使其达到测试所要求的预定状态才能进行测试，而有的被测物理量只需一种简单的测量仪表即可得到测量结果。

### 第三节 测试技术在机械工业中的应用

在机械工业生产部门中，测试技术是一项重要的基础技术，具有其他技术所不能替代的作用。以下介绍测试技术在机械工业中的主要应用。

#### 一、产品开发和性能试验

新产品开发是企业活力的主要体现。一个新产品，从构想到占领市场，必须经过设计、试制、质量稳定的批量生产等过程。目前，随着各专业领域设计理论的日趋完善和计算机数字仿真技术的逐渐普及，产品设计也日趋完美。但真实的产品零件、部件、整机的性能试验，才是检验设计正确与否的唯一依据。许多产品都要经过设计、试验、再修改设计、再试验的多次反复。即使已定型的产品，在生产过程中也需要对每一产品或其部分样品作性能试验，以便控制产品质量。用户验收产品的主要依据也是产品的性能试验结果。例如，对一台机器，往往要对其主轴、传动轴作扭转疲劳试验；对齿轮传动系统要作承载

能力、传动精确度、运行噪声、振动、机械效率及寿命等试验；对洗衣机等机电产品，要作运行噪声、振动、电控件寿命试验；对汽车发动机等要作噪声、振动、油耗、废气排放等试验。对某些在冲击、振动环境下工作的整机或部件，还需模拟其工作环境进行试验，以证实或改进它们在此环境下的工作可靠性。例如，汽车空调压缩机，巷道掘进机的电控箱，需放在专门的电液伺服振动台上，由计算机控制振动台，在一定的误差范围内模拟实际工况振动。

## 二、质量控制与生产监督

产品质量是生产者关注的首要问题。机电产品的零件、组件、部件及整体的各生产环节，都必须对产品质量加以严格控制。从技术角度而言，测试是质量控制与生产监督的基本手段。

滚动轴承生产厂家，对产品按指标要求进行严格检测是保证合格产品出厂的必要手段。噪声作为滚动轴承质量优劣的主要指标之一，轴承厂必须严格控制轴承产品的噪声。一方面，必须检测出厂轴承噪声，分级销售；另一方面，应对检测结果作各种分析，以寻求降低噪声的措施。

机械加工和生产流程中的在线检测与控制技术，把产品废品消灭在萌芽状态，以力保产品全部合格。例如，外圆直径测量仪，可按磨削工艺要求，检测磨削工件尺寸并控制磨削工艺过程；带钢热轧机组，在线检测并自动控制带钢厚度、宽度，监测带钢表面质量等。在线检测提高了劳动生产率，减轻了劳动强度，降低了成本，在工业生产中获得了广泛的应用。

## 三、机械故障诊断

机械故障诊断是一种了解和掌握机器在运行过程的状态，确定其整体或局部正常或异常，早期发现故障及其原因，并能预报故障发展趋势的技术。它源于现代工业生产对机器设备及其零件的高可靠性和高利用率要求。如石油、化工、冶金等工业生产中，大型传动机械、压缩机、风机、反应塔罐、炉体等关键设备，一旦因故障停止工作，将导致整个生产停顿，造成巨大的经济损失。因此，在这些设备的运行状态下，人们就要了解、掌握其内部状况。一方面，尽可能利用并延长其安全使用寿命；另一方面，根据其预测的剩余寿命，安排好维修的方式、时间和所需准备的零部件等。

医生对人体内部器官做疾病检查，一般是根据多种化验、检测结果，结合症状来作出诊断的。同样，在设备的运行状态或不拆卸状态对其内部状况作出诊断，也是利用机器在工作或试验过程中出现的诸多现象（如温升、振动、噪声、应力及应变、润滑油状况、异味等）来分析、推理、判断的。显然，完善的测试是正确诊断的基础。

## 第四节 课程的性质和特点

本课程是一门专业基础课，研究对象主要是机电工程中动态物理量的测试原理、方法，常用的测试装置以及信号分析处理等内容。本课程涉及的知识面较宽，在学习本课程之前，应具有物理学、工程数学（概率论与随机过程、复变函数、积分变换）、电子学、

微机原理、控制工程基础等学科的知识，以及某些相关的专业课知识。

通过本课程的学习，学生应掌握动态测试技术的基本知识，对动态量的测试过程应有一个完整的概念，为今后深层次的学习打下基础。本课程要掌握的要点如下：

- (1) 了解测试技术在现代工业生产、技术改造以及新产品研究开发中的重要作用。
- (2) 掌握信号的分类及其在时域和频域内的描述方法，建立明确的信号频谱概念；掌握信号的时域分析、相关分析和功率谱分析方法。了解数字信号分析、处理的基本概念。
- (3) 掌握测试装置的静、动态特性的评价方法和不失真的测试条件。
- (4) 了解常用传感器的工作原理、基本特性、使用范围及其选用原则。
- (5) 掌握常用信号调理方法的原理及其应用。
- (6) 通过对机电工程中常见参量测试方法的介绍，初步了解测试技术在工程中的应用。

本课程同时具有很强的实践性，应加强实验环节的教学，培养学生独立进行科学实验的能力。学习过程中，应联系实际，注意了解本课程知识在其他专业课程和专业基础课程中的应用情况。



## 习 题

1. 什么是测量？什么是测试？
2. 举例说明信号测试系统的组成结构和系统框图。
3. 举例说明传感技术与信息技术的关系。
4. 分析说明信号检测与信号处理的相互关系。
5. 何为非电量的电测法，有何特点？
6. 简述测试技术在机械工业中的应用。

## 第二章 信号分析基础

信号是信号本身在其传输的起点到终点的过程中所携带信息的物理表现。例如，在研究一个质量-弹簧系统在受到一个激励后的运动状况时，便可以通过系统质量块的位移-时间关系来描述。反映质量块位移的时间变化过程的信号则包含了该系统的固有频率和阻尼比的信息。信号中包含着某些反映被测物理系统或过程的状态和特性等方面的有用信息，它是我们认识客观事物内在规律、研究事物之间相互关系、预测事物未来发展的重要依据。测试系统通过获取、传递、加工反映研究对象特征的各种参数（温度、压力、位移、速度、流量等）获得有用信息。

### 第一节 信号的分类与描述

信号作为时间或者空间的函数可以用数学解析式表达，也可以用图形来表示。由函数所绘出的图像称为信号的波形。为了便于讨论，本书将信号与函数两名词通用。根据信号所具有的时间函数特性，可以分为确定性信号与随机信号、连续信号与离散信号。

#### 一、信号的分类

##### 1. 确定性信号与随机信号

确定性信号是指能以确定的时间函数表示的信号，在其定义域内的任意时刻它都有确定的数值。例如我们所熟知的简谐振动，水银温度计的示值变化等。确定性信号又分为周期信号和非周期信号。

周期信号是依一定时间间隔周而复始，而且是无始无终的信号，可表示为

$$x(t) = x(t + nT) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (2-1)$$

式中  $T$ ——信号的周期。

周期信号一般又分正余弦信号（简谐信号）、多谐复合信号（复杂周期信号）、伪随机信号。其中正余弦信号  $x(t) = A \sin(\omega t + \theta)$ ，是以  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  为周期的简单周期信号，即简谐信号。多谐复合信号是由具有多个谐波频率的信号组成，其基本特性与正余弦信号的相同。伪随机信号组成周期信号的一个特殊范畴，它们具有准随机的特性，如图 2-1 所示。在机械系统中，回转体不平衡引起的振动信号，常作周期信号来处理。

非周期信号是指确定性信号中那些在时间上不具有周而复始特性的信号。若令周期信号的周期  $T$  趋于无穷大，则成为非周期信号。非周期信号又分为准周期信号和瞬变信号。

准周期信号由有限多个正、余弦信号合成，且各分量间不具有公共周期，也就是说组成信号正余弦信号的频率比不是有理数（图 2-2）。例如，信号  $x(t) = A_1 \sin t + A_2 \sin 3t + A_3 \sin \sqrt{5}t$  是由三个正弦信号合成的，其中每个独立信号  $A_1 \sin t$ 、 $A_2 \sin 3t$  和  $A_3 \sin \sqrt{5}t$  都有各自

的周期，而信号  $x(t)$  则不再呈现周期性，称为准周期信号。

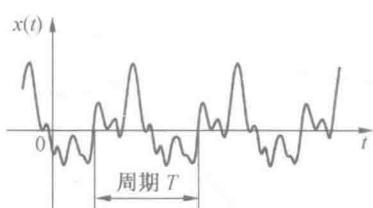


图 2-1 伪随机信号

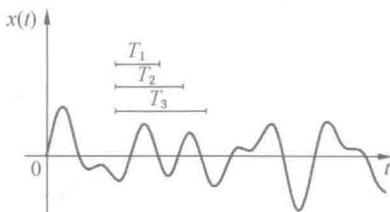


图 2-2 准周期信号

准周期信号之外的其他非周期信号，统称为瞬变信号。这类信号的特征在于它的瞬变性，或在一定的时间区间内存在，或随着时间的延长而逐渐衰减。如图 2-3 所示为瞬变信号。承载绳索突然断裂时的应力信号；单自由度质量-弹簧-阻尼系统的自由振动信号都属于非周期瞬变信号。

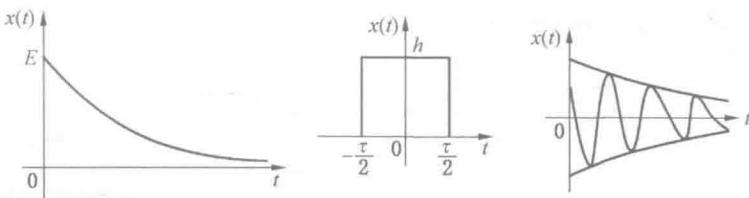
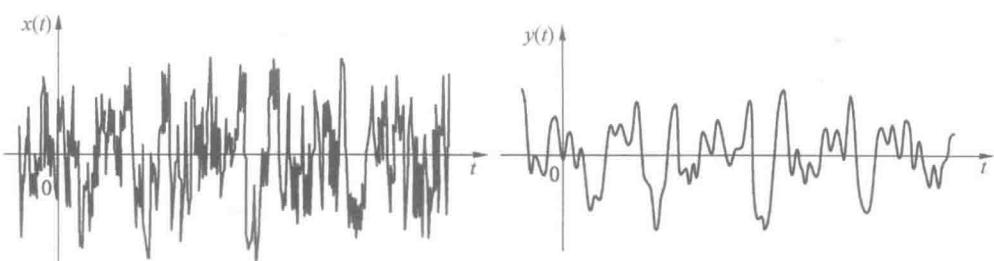


图 2-3 非周期瞬变信号

非确定性信号又称为随机信号，它所描述的物理现象是一种随机过程，其变化过程无法用确定的数学关系式来描述，不能预测其未来任何瞬时值。随机信号又可分为平稳随机信号和非平稳随机信号。平稳随机信号的统计特征是不变的（图 2-4）。非平稳随机信号不具备这一特点（图 2-5）。如果一个平稳随机信号的统计平均值等于该信号的时间平均值，则称该信号为各态历经信号，否则称为非各态历经信号。工程中许多信号可当作随机信号来处理，如汽车行驶所产生的振动信号、电路中的噪声信号等。



$x(t)$ —宽带信号(白噪声)； $y(t)$ —经低通滤波后的信号

图 2-4 平稳随机信号

综上所述，信号按所具有的时间函数特性分类：

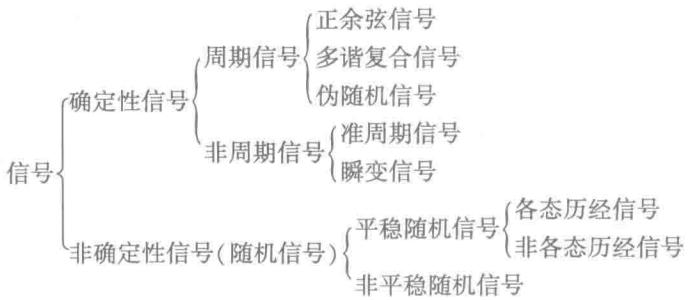


图 2-5 非平稳随机信号

## 2. 连续信号与离散信号

按时间函数取值的连续性与离散性，可将信号分为连续信号和离散信号。如果在所讨论的时间间隔内，对任意时间值，都可给出确定的函数值，该信号就是连续信号。连续信号的幅值可以是连续的，也可以是离散的。独立变量和幅值均取连续的信号称为模拟信号，如图 2-6a 所示。离散信号又可分为离散模拟信号和数字信号，时间离散而幅值连续的信号叫离散模拟信号，如图 2-6b 所示；时间和幅值都离散的信号叫数字信号，如图 2-6c 所示。模拟信号经等间隔“采样”得到的信号是采样信号，而采样信号单位  $\Delta$  称为最小量化单位，其大小直接影响离散采样信号与数字信号的接近程度。通常该误差很小，这也是离散信号常被简称为数字信号的原因。

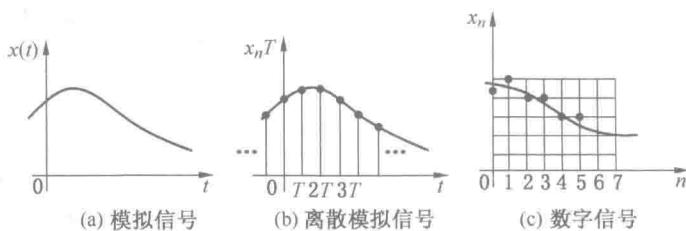


图 2-6 模拟信号、离散模拟信号和数字信号的关系

## 二、信号的描述方法

信号可以从不同的角度或者说在不同的领域描述。以时间  $t$  为自变量，用一个时间函数来表示信号称为信号的时域描述，如图 2-7a 所示。信号的时域描述只能反映信号随时间变化的总体情况。把信号从时间域变换到频率域，以频率  $f$  作为自变量建立信号与频率之间的函数关系，这称为信号的频域描述，如图 2-7b 所示。它可以揭示信号中各分量的

频率构成情况。除时间和频域描述之外，信号的描述方式还有：揭示信号幅值取各种可能值机会的“幅值域描述”；揭示信号自身瞬时值相关程度或两信号相互程度的“时延域描述”等。

动态测试常常关心信号的频域描述，而获得频域描述的依据是信号的时域描述，时域描述是动态信号最基本的描述，频域描述是本课程应用最多的描述，两种描述之间存有内在联系。将信号的时域描述变换为频域描述，所需运用的数学工具是傅里叶分析法。

### 三、典型信号

#### 1. 正弦信号

正弦信号和余弦信号二者在相位上差  $\frac{\pi}{2}$ ，通常统称为简谐信号，由式 (2-2) 表示：

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2-2)$$

式中  $A$ ——振幅；

$\omega$ ——角频率；

$\varphi$ ——初始相位。

正弦信号是周期信号，其周期  $T$  与角频率  $\omega$  和频率  $f$  满足下列关系式：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

正弦信号和余弦信号常借助指数信号来表示。由欧拉公式可知：

$$e^{\pm j\omega t} = \cos\omega t \pm j\sin\omega t$$

$$\cos\omega t = \frac{1}{2}(e^{-j\omega t} + e^{j\omega t})$$

$$\sin\omega t = \frac{j}{2}(e^{-j\omega t} - e^{j\omega t})$$

#### 2. 单边衰减指数信号

单边衰减指数信号（图 2-8）的表达式为

$$x(t) = \begin{cases} E e^{-at} & (a > 0, t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (2-3)$$

当  $t=0$  时， $x(t)=E$ ；当  $t=\frac{1}{\alpha}$  时， $x(t)=\frac{E}{e}=0.368E$ 。也就是经过时间  $\frac{1}{\alpha}$  后，信号衰减到原初始值的 36.8%。指数信号的一个重要特性是它对时间的微分和积分仍然是指数形式。

#### 3. 单位斜坡信号

斜坡信号是指从某一时刻开始随时间正比例增长的信号。如果增长的变化率是 1，就称作单位斜坡信号，其波形如图 2-9 所示，表达式为

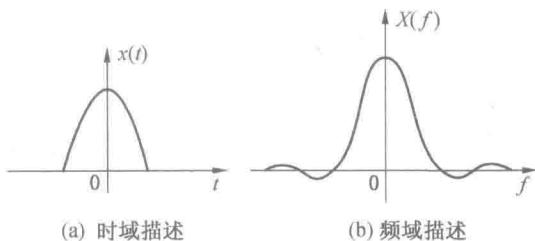


图 2-7 信号的时域描述和频域描述

$$x(t) = \begin{cases} t & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (2-4)$$

#### 4. 矩形脉冲信号

矩形脉冲信号是有一定高度和宽度的冲激信号，信号波形如图 2-10 所示。矩形脉冲的时域表达式为

$$x(t) = \begin{cases} h & \left( |t| < \frac{\tau}{2} \right) \\ 0 & \left( |t| > \frac{\tau}{2} \right) \end{cases} \quad (2-5)$$

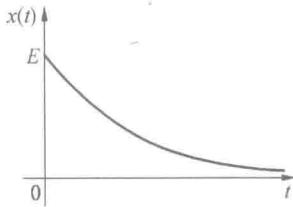


图 2-8 单边衰减指数信号

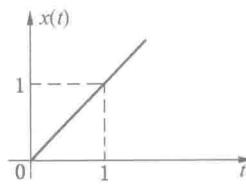


图 2-9 单位斜坡信号

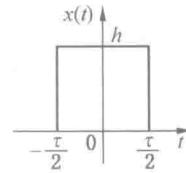


图 2-10 矩形脉冲信号

#### 5. 单位脉冲信号

单位脉冲信号是一个广义函数，其定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & (t=0) \\ 0 & (t \neq 0) \end{cases} \quad \text{且} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (2-6)$$

$\delta(t)$  函数如图 2-11 所示，该函数在其作用的瞬时函数值为无穷大，而在其余时间函数值为 0。

#### 6. $Sa(t)$ 函数（抽样函数）

抽样函数是指  $\sin t$  与  $t$  之比构成的函数，以符号  $Sa(t)$  表示，即

$$Sa(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (2-7)$$

抽样函数的波形如图 2-12 所示。它是一个偶函数，在  $t$  的正、负两方向振幅都逐渐衰减，当  $t=\pm\pi, \pm 2\pi, \dots, n\pi$  时，函数值等于零。

#### 7. 单位阶跃信号

单位阶跃信号的波形如图 2-13 所示，通常以符号  $u(t)$  表示，即

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t \geq 0) \end{cases} \quad (2-8)$$

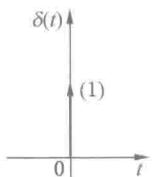


图 2-11 单位脉冲信号

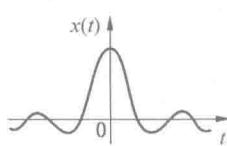


图 2-12 抽样函数

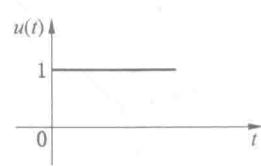


图 2-13 单位阶跃信号

在跳变点  $t = 0$  处，函数值未定义，或在  $t = 0$  处规定函数值  $u(0) = \frac{1}{2}$ 。

## 第二节 周期信号的频域描述

周期信号是定义在  $(-\infty, +\infty)$  区间，每隔一定时间  $T$  按相同规律重复变化的信号，可表示为

$$x(t) = (t + nT) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (2-9)$$

式中  $T$ ——信号的周期，其倒数  $\frac{1}{T}$  称为信号的频率，通常用  $f$  表示，频率的  $2\pi$  倍，即  $2\pi f$  或  $\frac{2\pi}{T}$ ，称为信号的角频率，记为  $\omega$ 。

常见的周期信号是正弦信号和余弦信号，也就是通常所说的简谐信号。有一正弦信号：

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (2-10)$$

一个正弦信号有三个要素，即幅值  $A$ 、角频率  $\omega_0$  或频率  $f_0$ 、初相角  $\theta$ ，本书中除特别说明外，角频率和频率统称为频率。

式 (2-10) 是正弦信号的时域描述，但同时又可看到信号有唯一一个频率成分，频率为  $\omega_0$ 。从这一点看，式 (2-10) 同时又是正弦信号的频域描述。由此可见，正弦和余弦信号有一定的特殊性，它们都是单频结构，时域描述和频率描述是合二为一的。时域描述直接可以反映出其频率结构，无需进行时域至频域的变换。

式 (2-11) 是周期方波的时域描述，但与正 (余) 弦信号所不同的是该时域描述未能反映出方波的频率构成情况。实际上，方波为多频率结构，它除了含频率为  $f = 1/T$  的一个频率分量外，还含有其他的许多频率不同的分量，要进一步明确多频结构，必须设法获得方波的频域描述。

$$x(t) = \begin{cases} A & \left(0 \leqslant t \leqslant \frac{T}{2}\right) \\ -A & \left(-\frac{T}{2} \leqslant t \leqslant 0\right) \end{cases} \quad (2-11)$$

如何定量了解方波这类复杂周期信号的多频率结构呢？根据正 (余) 弦信号时域描述的特点，如果能用正 (余) 弦信号描述方波信号，也就是将方波信号这样的复杂周期信号转换成简谐信号，就可得到它的频率结构。这一变换是可实现的，其数学工具是傅里叶级数。

### 一、周期信号的傅里叶级数

#### 1. 三角形式的傅里叶级数

一个周期为  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  的周期信号，只要满足狄里赫利 (Dirichlet) 条件，即在一个周期内，处处连续或只存在有限个间断点，有限个极值点，并绝对可积，则此信号可展成三角