



国家出版基金“信息光子学与光通信系列丛书”

丛书主编 任晓敏

光纤偏振模色散原理、 测量与自适应补偿技术

**Polarization Mode Dispersion in Fibers —
Principle, Measurement, and Adaptive Compensation**

张晓光 唐先锋 著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息光电子学丛书

光纤偏振模色散原理、 测量与自适应补偿技术

张晓光 唐先锋 著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

光纤偏振模色散是限制光纤通信系统进一步提升传输容量的重要限制因素之一,也是光纤通信领域里的一个研究热点。本书从最基本的偏振光描述开始,较为系统、完整地介绍了光纤偏振模色散的产生机理,偏振模色散的主要测量方法,以及在直接检测光纤通信系统与相干检测光纤通信系统中对于偏振模色散补偿与均衡的主要方法。通过阅读本书,读者可以全面了解与光纤偏振和偏振模色散相关的原理与技术。

本书可供从事光纤通信领域研究的科技人员参考,也适合光纤通信相关专业的高年级本科生与研究生阅读,亦可作为研究生相应课程的教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

光纤偏振模色散原理、测量与自适应补偿技术 / 张晓光, 唐先锋著. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2017.6

ISBN 978-7-5635-5092-0

I. ①光… II. ①张… ②唐… III. ①光纤通信—偏振光—研究 IV. ①TN929.11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 100727 号

书 名: 光纤偏振模色散原理、测量与自适应补偿技术

责任著作者: 张晓光 唐先锋 著

责 任 编 辑: 刘 颖

出 版 发 行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话:010-62282185 传真:010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京鑫丰华彩印有限公司

开 本: 720 mm×1 000 mm 1/16

印 张: 7.25

字 数: 147 千字

版 次: 2017 年 6 月第 1 版 2017 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-5092-0

定价: 18.00 元

• 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

前 言

光纤通信技术的发展是惊人的。光纤通信系统从 20 世纪 70 年代初发展到今天,传输速率已经从最初的 45 Mbit/s 达到了目前的几十 Pbit/s。目前的光纤通信系统已经采用了波分复用、偏分复用、高阶调制、空分复用等各种增加系统容量的技术。随着单波长信道码速率的增加,偏振效应在光纤通信系统中扮演的角色越来越重要。偏振可以有正面的角色:偏振既可以用作复用的一种方式(偏分复用),使系统容量加倍,也可以用作偏振编码调制。同时偏振扮演的负面角色也不容忽视:偏振效应可以造成光纤中传输的光信号的损伤,这些偏振效应包括偏振模色散、偏振相关损耗与偏振旋转,它们是光纤信道中重要的线性损伤机制。

过去,从事光纤通信研究的普通从业者不太关注光纤中的偏振效应,这是由于:第一,理解偏振效应需要比较复杂的数学与物理知识,让人望而却步;第二,2000 年以前的光纤通信系统码速率比较低,偏振效应引起的光信号损伤对于光纤通信系统误码率的影响并不严重。但是 2000 年前后单信道码速率达到 10 Gbit/s 以上,偏振效应的影响已经开始显著,特别是普遍采用偏分复用技术以后,偏振效应的均衡已经是光纤通信系统从业人员必须掌握的技术,无法回避。

偏振模色散是偏振效应中最重要的光信号损伤效应,它的产生源于光纤本身拉制过程中的不完善造成的随机双折射效应,以及成缆铺设后周围环境影响内部应力变化产生的随机双折射效应。由于偏振模色散产生机制与数学表述的复杂性以及其随时间不断随机变化的特性,造成偏振模色散的测量与均衡的困难。尤其是偏振模色散效应与偏振相关损耗效应以及偏振旋转效应混合后,问题更加复杂。

2010 年前后,骨干网的光纤通信系统普遍采用了单波长信道 100 Gbit/s 的偏分复用相干检测系统,替代早先的直接检测光纤通信系统。相干检测系统可以同时提取接收信号的幅度和相位,使电域处理接收信号成为可能。这样偏振效应的均衡从光域的解决方案向电域的解决方案过渡。在直接检测系统中,偏振效应的光域解决方案以偏振控制器、时延线与检偏器为基本器件,以 DSP 模块处理反馈信号与控制算法,自适应地控制偏振控制器与时延线,对畸变光信号进行复原;而在相干检测系统中,电域的解决方案是在接收机将光信号转成电信号

之后,在 DSP 模块中利用均衡算法对接收机采集到的电信号进行信号均衡处理。

本书作者从 1999 年开始光纤偏振效应的研究,2001 年作为主持人承接了 863 计划的重点项目“光纤偏振模色散自适应补偿技术”,研究在直接检测光纤通信系统中的偏振模色散的光域补偿技术,取得重大突破,项目验收获得“A+”的评分。曾参与项目的博士毕业生里有两位获得了教育部“百篇优秀博士学位论文”提名。随后项目组又在 863 计划基金项目与国家自然科学基金项目支持下,开展了光纤偏振模色散测量与均衡研究,取得许多相关成果。2008 年受华为技术有限公司的委托,本书作者作为项目主持人,带领研究组为华为技术有限公司研制了国内第一台实用化的光域偏振模色散自适应补偿样机,指标超过美国 Stratalight 公司(现被美国 Opnext 公司收购)的 OTS 4540 偏振模色散补偿器,达到世界先进水平。目前本书作者带领研究组正在研究相干检测光纤通信系统中偏振效应的均衡技术,也取得很大进展。本书作者在光纤偏振效应领域“耕耘劳作”十几年,可谓“十年磨一剑”,在该领域积累了丰富的研究经验。作者一直有一个愿望,想将这些知识积累和研究经验介绍给读者。作者有幸受邀撰写本书。本书作为“信息光子学与光通信系列丛书”的一本与读者见面,实现了作者的愿望。

全书分为 5 章,第 1 章是绪论,介绍偏振模色散研究的意义、发展历史与现状。第 2 章详细介绍光偏振态的数学描述——琼斯空间描述和斯托克斯空间描述,随后介绍了偏振控制器原理。第 3 章介绍偏振模色散的基本概念、产生机理、数学模型和统计特性。第 4 章详细介绍偏振模色散几种主流的测量方法,随后还介绍了偏振相关损耗的概念与测量方法。第 5 章介绍主流的偏振模色散补偿与均衡技术,分成直接检测光纤通信系统中的补偿与均衡技术与相干检测光纤通信系统中的补偿与均衡技术两大部分,包括补偿技术的原理、补偿算法与具体实现方案。

感谢北京邮电大学信息光子学与光通信国家重点实验室的主任任晓敏教授和副主任徐坤教授!是他们的邀请,作者才能够参与“信息光子学与光通信系列丛书”的编写工作。感谢北京邮电大学出版社对于本书的支持!感谢国家出版基金的资助!

限于作者的水平,书中肯定存在不妥与错误之处,恳请广大读者批评指正。

作者

于北京邮电大学

2017 年 2 月 23 日

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 光纤偏振模色散的研究意义	1
1.2 光纤偏振模色散的研究进展	3
本章参考文献	4
第 2 章 偏振光的描述	7
2.1 偏振光的一般数学表示	7
2.2 偏振光的琼斯矢量表示法	8
2.2.1 偏振光的琼斯矢量表示	8
2.2.2 偏振器件的琼斯矩阵表示	9
2.3 偏振光的斯托克斯矢量表示法	11
2.3.1 偏振光的斯托克斯矢量表示	11
2.3.2 偏振光的庞加莱球表示	14
2.3.3 偏振器件的米勒矩阵表示	16
2.4 偏振控制器的数学描述	19
本章参考文献	24
第 3 章 偏振模色散的产生机理与统计特性	26
3.1 单模光纤中偏振模色散的产生机理	26
3.2 偏振模色散的理论模型	29
3.2.1 偏振模色散的主态概念	29
3.2.2 偏振模色散的矢量描述	31
3.2.3 二阶偏振模色散	32
3.3 偏振模色散的数学分析模型与统计特性	34
3.3.1 动态方程	35
3.3.2 偏振模色散矢量的级联规则	35
3.3.3 琼斯矩阵传输法	36
3.3.4 光纤偏振模色散的统计规律	39

3.3.5 偏振模式耦合	42
3.3.6 耦合非线性薛定谔方程法与马纳科夫方程	43
本章参考文献	44
第4章 偏振模色散的测量方法	48
4.1 偏振模色散的时域测量方法	48
4.1.1 光脉冲延迟法	48
4.1.2 偏分孤子法	49
4.1.3 干涉仪测量法	51
4.2 偏振模色散的频域测量方法	52
4.2.1 固定分析仪法和 Sagnac 干涉仪法	52
4.2.2 琼斯矩阵特征值分析法	55
4.2.3 米勒矩阵法	57
4.2.4 庞加莱球法	60
4.3 偏振相关损耗的测量方法	60
4.3.1 偏振态扫描法	61
4.3.2 米勒矩阵法	62
本章参考文献	64
第5章 偏振模色散的补偿技术	67
5.1 直接检测光纤通信系统中偏振模色散的补偿技术	67
5.1.1 电域补偿技术	67
5.1.2 光域补偿技术	71
5.2 相干检测光纤通信系统中偏振模色散的补偿技术	86
5.2.1 相干接收系统中偏振效应均衡方法	86
5.2.2 恒模算法和判决导引最小均方算法	88
5.2.3 基于斯托克斯空间的偏振效应均衡算法	92
5.2.4 基于卡尔曼滤波器的偏振效应均衡算法	98
本章参考文献	104

第 1 章 绪论

1.1 光纤偏振模色散的研究意义

近年来,随着云计算、高清视频在线点播、高速无线接入等业务的快速发展,人们对于网络带宽的需求呈指数级地逐年增长。作为互联网的骨干网载体,商用的光纤通信系统从 20 世纪 90 年代普遍采用的单信道 2.5 Gbit/s 系统,到 2000 年前后的单信道 10 Gbit/s 的系统升级,中间经历短暂的单信道 40 Gbit/s 系统的过渡,在 2010 年前后迅速升级为单信道 100 Gbit/s 的系统^[1-3]。照此速度发展下去,单信道 400 Gbit/s,乃至超信道(supperchannel)1 Tbit/s 系统的商用化,也不是遥远的故事^[4]。

偏振是光波的一种基本属性。偏振在光纤通信系统中扮演着重要的角色,其正面角色是:偏振可以作为一种复用方法提高光纤通信的容量。光在传播过程中,其横向可以存在两个正交的偏振态(比如两垂直的线偏振态,或者左旋和右旋的圆偏振态),可以独立地携带两路信号,形成偏分复用的方式,容量可以加倍。另外,可以利用偏振进行偏振编码调制,比如偏振键控调制(Polarization Shift Keying, POLSK)^[5]。同样值得重视的是,偏振在光纤信号传输时还扮演着反面的角色:这就是偏振造成的光纤中的信号损伤机制——偏振模色散(Polarization Mode Dispersion, PMD)、偏振相关损耗(Polarization Dependent Loss, PDL)以及偏振态的变化(有时称为偏振旋转)(Rotation of State of Polarization, RSOP)^[6]。

本书主要介绍光纤偏振模色散的原理、偏振模色散的测量以及偏振模色散的补偿与均衡技术。偏振相关损耗与偏振旋转效应也会在必要的章节中涉及。

光纤偏振模色散来源于光纤中的双折射效应。在单模光纤中,传输着两个相互正交的线性偏振模式,在光纤横截面理想圆对称和理想使用情况下,这两个模式是相互简并的;但在实际情况下,由于生产中造成的光纤的圆不对称、内应力等,成缆过程中形成的应力、光纤扭曲等以及使用过程中的压力、弯曲、环境温度变化等因素造成单模光纤中这两个模式之间有微小的传输群速度差,从而形成偏振模色散。

偏振模色散早在光纤问世时就已存在,只是由于当时通信速率较低,偏振模色散还不足以影响系统传输,所以这个问题没有引起重视。近年来,随着光纤通信和色度色散补偿方案的迅速发展,当单信道传输码率达到 10 Gbit/s,特别是 40 Gbit/s

以后,偏振模色散对系统的损害就明显表现出来。另外,智能光网络的发展,动态路由分配造成传输距离的不可预知性,使原本微小的偏振模色散效应的不良影响在传输链路上不断积累,造成不可忽视的影响。从目前的研究现状看,偏振模色散将成为限制高速光纤通信系统容量和距离的最重要的因素之一。

光纤中的偏振模色散的大小一般由偏振模色散系数(PMD 系数) D_{PMD} 表示,其单位为 $\text{ps}/\sqrt{\text{km}}$ 。不同传输码率的光纤通信系统对于偏振模色散的容忍度不同,光纤通信系统的传输码率越高,所能够容忍的偏振模色散越小。表 1-1-1 显示了不同传输码率的光纤通信系统(为了比较统一性,假定调制码型统一为非归零码(NRZ 码))能够容忍的最大偏振模色散值(在第 3 章将定义一阶偏振模色散的衡量物理量)——差分群时延(Differential Group Delay, DGD)的平均值(mean DGD)以及传输 400 km,对相应光纤 PMD 系数 D_{PMD} 的要求。可见,当光纤通信系统的码速率为 2.5 Gbit/s 时,对于差分群时延平均值的容忍度是 40 ps,传输 400 km 所要的光纤 PMD 系数小于 $2.0\text{ps}/\sqrt{\text{km}}$;而对于 100 Gbit/s 系统,能容忍的差分群时延平均值只为 1 ps,所要求的光纤的 PMD 系数小于 $0.06\text{ps}/\sqrt{\text{km}}$ 。

表 1-1-1 不同光纤通信系统能够容忍的偏振模色散以及对于光纤 PMD 系数的要求

光纤通信系统的码速率 /Gbit · s ⁻¹	对应于 NRZ 码所能够容忍的平均 DGD/ps	传输 400 km 所要求的 PMD 系数
2.5	40	<2.0
10	10	<0.5
20	5	<0.25
40	2.5	<0.125
100	1	<0.06

2003 年,德国电信的 D. Breuer 等人对于德国电信自 1985 年到 2001 年铺设的光缆中 9 770 条光纤进行了 PMD 系数的测量^[7],测量结果如图 1-1-1 所示。图中显示,70%的光纤适合 40 Gbit/s 的光纤通信系统,只有 40%的光纤适合目前 100 Gbit/s 的光纤通信系统。图中右侧大约有 7%的光纤,其 PMD 系数大于 $0.5\text{ps}/\sqrt{\text{km}}$,这是 20 世纪 90 年代以前铺设的光纤,它们甚至不适合 10 Gbit/s 以下的光纤通信系统。对于这些已经铺设的不适合高速系统的光纤,如果在线路升级时重新铺设光纤,费用巨大。因此,找到缓解以及补偿偏振模色散对于光纤通信系统影响的解决方案,越来越成为迫切的需要。

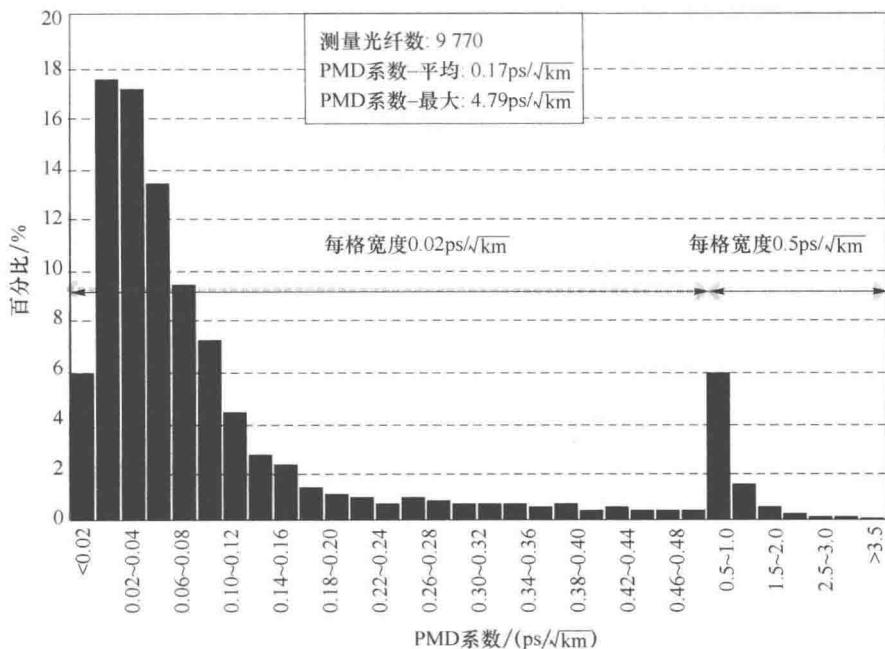


图 1-1-1 德国电信(Deutsche Telekom)自 1985 年到 2001 年铺设的光缆中 9 770 条光纤 PMD 系数的统计分布

1.2 光纤偏振模色散的研究进展

最早建立的偏振模色散理论模型是 1986 年 C. D. Poole 建立的偏振模色散的主态理论^[8]。随后国际上有关偏振模色散的研究迅速发展,研究主要集中在偏振模色散的统计特性分析、偏振模色散的测量技术、偏振模色散对光纤通信系统的影响、偏振模色散的缓解技术以及自适应补偿技术等方面。在 1994 年以前人们重点研究光纤中偏振模色散产生的机理和测量方法。人们提出多种测量方法,这些测量方法分为两大类:一类是时域测量法;另一类是频域测量法^[9,10]。1994 年后重点转向开展偏振模色散对光纤通信系统传输性能影响的研究,并研究缓解偏振模色散影响的各种方法。特别注意研究对早期铺设的光缆通信系统升级时的偏振模色散补偿的研究。在专利方面,1998 年美国 Lucent 公司和日本的 Fujitsu 公司分别就他们做出的 10 Gbit/s 和 40 Gbit/s 一阶偏振模色散补偿系统申请了专利。1999 年法国的 Alcatel 公司将他们利用一个 PMD 补偿器对多路进行补偿的方法申请了专利。在产品方面,Corning 公司推出了补偿 10 Gbit/s 系统 PMD 补偿器;YAFO Network 公司推出 Yaf010 也属于 10 Gbit/s 的 PMD 补偿器。在 OFC2001 会议上 YAFO Network 演示了 40 Gbit/s 系统的 PMD 补偿器 Yaf040,随后于 2002 年在德国电信的网络上

进行了现场试验^[11]。2001年以美国纳斯达克指数疯狂下跌为标志,世界科技泡沫破灭,使得40 Gbit/s系统的上马拖后了大约6年。偏振模色散补偿的商业化进程随之停止,此期间没有商业公司推出新的PMD补偿器。随着人们对信息容量的需求迅速增大,世界各国逐步上马40 Gbit/s系统,偏振模色散的问题由此逐渐引起了人们的关注。2007年Stratalight公司(后被Opnext公司收购)推出了OTS 4540 PMD补偿器^[12],标志着偏振模色散商业化解决方案的又一次启动。

2010年前后,光纤通信系统骨干网升级为单信道100 Gbit/s的相干通信系统。与直接检测的光纤通信系统不同,相干检测利用一个本地激光器与接收光信号进行干涉,可以同时提取接收信号的幅度与相位信息,并能通过接收机里的数字信号处理(Digital Signal Processing, DSP)系统处理信号,使得采用QPSK调制格式成为可能。由于100 Gbit/s的相干光纤通信系统还采用了偏分复用技术,因此要考虑在接收机中对接收信号同时进行偏分解复用、偏振模色散均衡、偏振相关损耗补偿,因此新的基于DSP处理的偏振效应均衡方法吸引了人们新的注意^[13,14]。

北京邮电大学研究组早在2000年就开始了偏振模色散机理与补偿技术的研究。2001—2004年北京邮电大学与清华大学合作,承担了国家863计划重点项目“光纤偏振模色散自适应补偿技术”的研究,获得许多重要的成果^[15-20],完成了40 Gbit/s OTDM系统中一阶(>100 ps)及二阶($>4\,000$ ps²)偏振模色散同时补偿的自适应补偿实验,搜索响应时间 <100 ms,跟踪恢复响应约11 ms。特别是开发的控制算法解决了搜索陷入局部极值的问题。2008—2010年,北京邮电大学承接华为技术有限公司的委托,研制成功中国第一台实用化偏振模色散自适应补偿样机。在华为的40×43 Gbit/s DWDM RZ-DQPSK 1 200 km的传输试验平台上通过了多项测试,其指标达到了商用的要求^[21]。相比于Stratalight公司的OTS 4540 PMD补偿器,北邮-华为PMD补偿样机动态性能更佳。2016年研究组又提出利用卡尔曼滤波器联合均衡相干光纤通信系统中偏振效应(包括偏振旋转、偏振模色散、偏振相关损耗)的DSP算法^[22]。

本书第2章介绍偏振光的数学描述方法,为本书后面的内容打下基础;第3章介绍偏振模色散的产生机理、数学模型和统计特性;第4章介绍偏振模色散的主要测量方法;第5章分别介绍直接检测光纤通信系统和相干检测光纤通信系统中偏振模色散的补偿与均衡方法。

本章参考文献

- [1] OIF, 100G Ultra Long Haul DWDM Framework Document [A] Jun. 30, 2009.
- [2] XIA T J, WELLBROCK G, BASCH B, etc. End-to-end native IP Data 100G single carrier real time DSP coherent detection transport over 1520-km field

- deployed fiber [C]. Proceedings of Optical Fiber Communications Conference (OFC), San Diego, CA. 2010, Paper PDPD4.
- [3] BIRK M, GERARD P, CURTPO R, etc. Real-time single-carrier Coherent 100 Gb/s PM-QPSK field trial [J]. Journal of Lightwave Technology, 2011, 29 (4): 417 - 425.
- [4] RAYBON G. High symbol rate transmission systems for data rates from 400 Gb/s to 1 Tb/s [C]. Proceedings of Optical Fiber Communications Conference (OFC), San Diego, CA, 2015, Paper M3G. 1.
- [5] BENEDETTO S, POGGIOLINI P. Theory of polarization shift keying modulation [J]. IEEE Transactions on Communications, 1992, 40 (4): 708-721.
- [6] DAMASK J N. Polarization optics in telecommunications [M]. New York: Springer, 2005.
- [7] BREUER D, TESSMANN H, GLADISCH A, etc. Measurements of PMD in the installed fiber plant of Deutsche Telekom [C]. Digest of the LEOS Summer Topical Meeting, 2003, paper MB2. 1.
- [8] POOLE C D, WAGNER R E. Phenomenological approach to polarization dispersion in long single-mode fibers [J]. Electronics Letters, 1986, 22(19): 1029-1030.
- [9] WILLIAMS P A. PMD Measurement Techniques Avoiding Measurement Pitfalls [C] in Venice Summer School on Polarization Mode Dispersion, Venice Italy, June, 2002, 24-26.
- [10] NAMIHARA Y, MAEDA J. Comparison of various polarisation mode dispersion measurement methods in optical fibres [J]. Electronics Letters, 1992, 28(25): 2265-2266.
- [11] <http://www.lightwaveonline.com/articles/2002/05/deutsche-telekom-trials-first-40gbits-pmd-compensation-system-54834602.html>
- [12] <http://www.opnext.com/products/subsys/OTS4540.cfm>
- [13] SAVORY S. Digital coherent optical receivers: algorithm and subsystems [J]. IEEE JOURNAL OF SELECTED TOPICS IN QUANTUM ELECTRONICS, 2010, 16(5): 1164-1179.
- [14] 余建军,迟楠,陈林. 基于数字信号处理的相干光通信技术 [M]. 北京:人民邮电出版社, 2013.
- [15] ZHANG X G, YU L, ZHENG Y. Two-stage adaptive PMD compensation in a 10 Gbit/s optical communication system using particle swarm optimization algorithm [J]. Optics Communications, 2004, 231(1-6): 233-242.

- [16] ZHENG Y, ZHANG X G, ZHANG G T, etc. Automatic PMD compensation experiment with particle swarm optimization and adaptive dithering algorithms for 10-Gb/s NRZ and RZ formats [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2004, 40(4): 427-435.
- [17] ZHANG X G, YU L, ZHENG Y, etc. Adaptive PMD compensation using PSO algorithm [C]. Proceedings of Optical Fiber Communication Conference (OFC), Los Angeles, California, 2004, ThF1.
- [18] ZHANG X G, XI L X, YU L, etc. Two-stage adaptive PMD compensation in 40-Gb/s OTDM optical communication system using PSO algorithm [J]. Optical and Quantum Electronics, 2004, 36(12): 1089-1104.
- [19] ZHANG X G, ZHENG Y, SHEN Y, etc. Particle Swarm Optimization Used as a Control Algorithm for Adaptive PMD Compensation [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2005, 17(1): 85-87.
- [20] 张晓光,于丽,郑远,等. 自适应偏振模色散补偿装置. ZL 2003 1 0113564.8 [P]. 2004.11.10
- [21] ZHANG X G, WENG X, Tian F, etc. Demonstration of PMD compensation by using a DSP-based OPMDC prototype in a 43-Gb/s RZ-DQPSK, 1200 km DWDM transmission [J]. Optics Communications, 2011, 284(18): 4156-4160.
- [22] FHENG Y Q, LI L Q, LIN J C, etc. Joint tracking and equalization scheme for multi-polarization effects in coherent optical communication systems [J]. Optics Express, 2016, 24(22): 25491-25501.

第 2 章 偏振光的描述

2.1 偏振光的一般数学表示

光具有偏振特性,它的振动方向与传播方向垂直。设 z 轴为光的传播方向,则其电矢量 $\mathbf{E}$ 在 x 、 y 平面内。对于单色偏振光,其电矢量可以表示成:

$$\begin{cases} E_x = A_x e^{j(\omega t - kz + \varphi_x)} \\ E_y = A_y e^{j(\omega t - kz + \varphi_y)} \end{cases} \quad (2-1-1)$$

其中, A_x 、 A_y 是电矢量在 x 、 y 轴上的振幅分量, k 为传播常数, φ_x 、 φ_y 分别为 x 、 y 分量的初相位。定义 y 轴对 x 轴的相位差 $\delta = \varphi_y - \varphi_x$, 经过消去参量 t 的运算,可以得到偏振光电矢量端点的轨迹方程:

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{A_x} \cdot \frac{E_y}{A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta, \quad 0 \leq \delta < 2\pi \quad (2-1-2)$$

一般来讲,这是一个椭圆方程,描述椭圆偏振光,称其为偏振椭圆,其椭圆的倾斜取向以及左右旋转方向由相位差 δ 决定。在特定条件下,式(2-1-2)退化为圆或直线,代表圆偏振光和线偏振光。如当 $A_x = A_y$, 且 $\delta = \pi/2, 3\pi/2$ 时分别代表右旋和左旋的圆偏振光;当 $\delta = 0, \pi$ 时表示线偏振光。

当 x — y 坐标系为实验室固定坐标系,通过旋转可以得到椭圆偏振的主轴坐标系 ξ — η (也称本征坐标系),如图 2-1-1 所示。

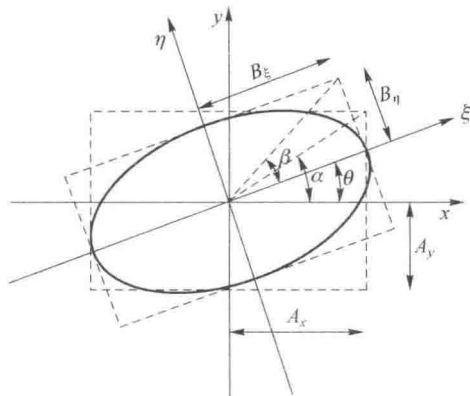


图 2-1-1 椭圆偏振光在 x — y 坐标系和 ξ — η 主轴坐标系间的变换

在图 2-1-1 中,两个坐标系之间夹角为 θ 。在 $x-y$ 坐标系中椭圆外框长度为 $2A_x, 2A_y$, 对角线与 x 轴夹角为 $\alpha, 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ, \tan \alpha = A_y/A_x$ 代表振幅比。在主轴坐标系 $\xi-\eta$ 中,椭圆外框长度为 $2B_\xi, 2B_\eta$, 对角线与 ξ 轴夹角为 $\beta, -45^\circ \leq \beta \leq 45^\circ, \tan \beta = \pm B_\eta/B_\xi$ 代表椭圆率,其中 β 取“+”为右旋偏振光, β 取“-”为左旋偏振光。两坐标系之间的关系如下:

$$\begin{cases} \tan 2\theta = \tan 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\beta = \sin 2\alpha \sin \delta \\ B_\xi^2 + B_\eta^2 = A_x^2 + A_y^2 \end{cases} \quad (2-1-3)$$

其中, $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ, 0 \leq \delta < 2\pi, -45^\circ \leq \beta \leq 45^\circ, 0 \leq \theta < 180^\circ$ 。

表 2-1-1 在 α, β, δ 参数取不同值时对应的各种偏振态

I III 象限线	右旋椭圆			II IV 象限线	左旋椭圆		
$\tan \alpha = A_y/A_x \neq 1$							
$\delta = 0$	$0 < \delta < \pi/2$	$\delta = \pi/2$	$\pi/2 < \delta < \pi$	$\delta = \pi$	$\pi < \delta < 3\pi/2$	$\delta = 3\pi/2$	$3\pi/2 < \delta < 2\pi$
$\beta = 0^\circ$	$0^\circ < \beta < 45^\circ$			$\beta = 0^\circ$	$-45^\circ < \beta < 0^\circ$		
45°线偏振	右旋椭圆	右旋圆偏振	右旋椭圆	-45°线偏振	左旋椭圆	左旋圆偏振	左旋椭圆
$\tan \alpha = A_y/A_x = 1$							
$\delta = 0$	$0 < \delta < \pi/2$	$\delta = \pi/2$	$\pi/2 < \delta < \pi$	$\delta = \pi$	$\pi < \delta < 3\pi/2$	$\delta = 3\pi/2$	$3\pi/2 < \delta < 2\pi$
$\beta = 0^\circ$	$0^\circ < \beta < 45^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$0^\circ < \beta < 45^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$-45^\circ < \beta < 0^\circ$	$\beta = -45^\circ$	$-45^\circ < \beta < 0^\circ$

表 2-1-1 给出了 α, β, δ 参数取不同值时对应的各种偏振形态。

2.2 偏振光的琼斯矢量表示法

2.2.1 偏振光的琼斯矢量表示

琼斯矢量是 R. C. Jones 在 1941 年提出的偏振光表示法^[1,2]。正如式(2-1-1), 单色完全偏振光可以用垂直于传播方向的两个正交分量表示, 两个分量之间具有相位差 δ 。将两个分量写成列矩阵形式, 构成琼斯矢量

$$|E\rangle = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x e^{j(\omega t - kz + \varphi_x)} \\ A_y e^{j(\omega t - kz + \varphi_y)} \end{pmatrix} \quad (2-2-1)$$

其中, $|E\rangle$ 是狄拉克的右矢表示, 其转置共轭矢量用一个左矢 $\langle E|$ 表示

$$\langle E| = (E_x^* \quad E_y^*) \quad (2-2-2)$$

在式(2-2-1)中, 略去指数部分的公共因子, 并将振幅归一化后得到

$$|E\rangle = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha e^{j\delta} \end{pmatrix} \quad (2-2-3)$$

其中, $\cos \alpha = A_x / \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$, $\sin \alpha = A_y / \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ 是两个正交分量在 x 、 y 轴上的归一化投影值。表 2-2-1 列出了几种典型的偏振光的琼斯矢量。

表 2-2-1 典型偏振光的琼斯矢量

水平方向线偏振	垂直方向线偏振	45°方向线偏振	-45°方向线偏振	右旋圆偏振	左旋圆偏振
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$

从图 2-1-1 可以看出, 有两种描述偏振态的方法。一种是利用参数 α (振幅比角度) 与 δ (分量相位差) 的描述方法, 其归一化的琼斯矩阵描述是式(2-2-3), 记为 $|E(\alpha, \delta)\rangle$ 。另一种是利用参数 θ (方位角) 和 β (椭圆率) 的描述方法, 记为 $|E(\theta, \beta)\rangle$ 描述方法, 它可以看成主轴坐标系里的椭圆率为 β 的椭圆通过旋转 θ 角(旋转矩阵见式(2-2-11))得到的, 它的归一化琼斯矢量可以表示成

$$|E(\theta, \beta)\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta \\ j \sin \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \beta - j \sin \theta \sin \beta \\ \sin \theta \cos \beta + j \cos \theta \sin \beta \end{pmatrix} \quad (2-2-4)$$

偏振态琼斯矢量的 $|E(\alpha, \delta)\rangle$ 描述与 $|E(\theta, \beta)\rangle$ 描述是等价的。在琼斯空间中 $|E(\alpha, \delta)\rangle$ 描述更简洁。从 2.3.2 小节可知, $|E(\alpha, \delta)\rangle$ 描述与 $|E(\theta, \beta)\rangle$ 描述可以分别对应斯托克斯空间的可视偏振态球表示和庞加莱球表示。

2.2.2 偏振器件的琼斯矩阵表示

对于一个偏振器件, 在输入偏振态和输出偏振态之间可以用一个 2×2 琼斯矩阵 J 表示这个偏振器件的作用:

$$|E_{\text{out}}\rangle = J |E_{\text{in}}\rangle = \begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ j_3 & j_4 \end{pmatrix} |E_{\text{in}}\rangle \quad (2-2-5)$$

对于除了偏振片(或者偏振棱镜, 起偏有损耗)外的无损偏振器件, 这个琼斯变换矩阵应该是幺正矩阵 U

$$|E_{\text{out}}\rangle = U |E_{\text{in}}\rangle = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ u_3 & u_4 \end{pmatrix} |E_{\text{in}}\rangle \quad (2-2-6)$$

U 是幺正矩阵, 满足 $U^\dagger U = UU^\dagger = I$, 或者 U 的本征值绝对值为 1, 或者 U 的行列式绝对值为 1。一种特别情形是 $\det(U) = +1$ 的 U 矩阵(也叫 Caley-Klein 形式的幺正矩阵), 它具有形式

$$U = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ -u_2^* & u_1^* \end{bmatrix}, \quad |u_1|^2 + |u_2|^2 = 1 \quad (2-2-7)$$

几种偏振器件的琼斯矩阵如下:

(1) 方位角为零的偏振片(部分偏振片或者完全偏振片)

部分偏振片:
$$P_0 = \begin{bmatrix} p_x & 0 \\ 0 & p_y \end{bmatrix} \quad (2-2-8)$$

光经过部分偏振片后 x 和 y 方向的振幅变为 $p_x A_x$ 和 $p_y A_y$ 。

完全偏振片:
$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-2-9)$$

光经过完全偏振片后 x 和 y 方向的振幅变为 A_x 和 0。

(2) 方位角为零的相位延迟器(延迟 δ 相位)

$$U_0(\gamma) = \begin{bmatrix} e^{-j\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{j\delta/2} \end{bmatrix} \quad (2-2-10)$$

光经过相位延迟器(也叫波片、波晶片)后, 两正交分量之间引入了 δ 的相位差。

(3) 偏振旋转器(将偏振椭圆旋转角度 θ)

偏振旋转器将偏振椭圆整体旋转 θ 角, 从图 2-1-1 看, 相当于从主轴坐标系 $\xi-\eta$ 到实验室坐标系 $x-y$ 的变换(以 $x-y$ 为视角):

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-2-11)$$

一个偏振器件在自身的本征坐标系 $\xi-\eta$ 描述是方便的。然而几个偏振器件级联使用时, 要使用共同的实验室坐标 $x-y$ 作为共同的标准。这样在处理光通过某

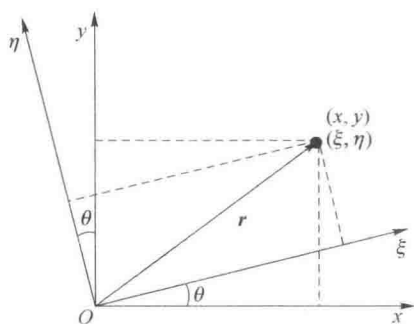


图 2-2-1 实验室坐标系与本征坐标系的关系

个偏振器件时(假定该偏振器件的本征坐标系 $\xi-\eta$ 相对于实验室坐标 $x-y$ 有 θ 的角度, 如图 2-2-1 所示), 首先考虑将实验室坐标 $x-y$ 下的输入光偏振态变换到所要通过的偏振器件的本征坐标系 $\xi-\eta$, 再在本征坐标系 $\xi-\eta$ 下用该偏振器件零方位角的矩阵进行处理, 最后再利用反变换回到实验室坐标系。从实验室坐标系 $x-y$ 到本征坐标系 $\xi-\eta$ 变换(以