

王平 著

Zhuoyue Shuxue Jiaoyu



Zhuoyue Shuxue Jiaoyu

卓越数学教育的
理论与实践

王平 著

图书在版编目(CIP)数据

卓越数学教育的理论与实践/王平著. —上海:
上海人民出版社, 2017

ISBN 978-7-208-14308-1

I. ①卓… II. ①王… III. ①数学教学-教学研究
IV. ①01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 020455 号

责任编辑 鲍 静 罗 俊
装帧设计 范昊如 夏 雪

卓越数学教育的理论与实践

王 平 著

世 纪 出 版 集 团

上海人民出版社出版

(200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.co)

世纪出版集团发行中心发行 江苏凤凰数码印务有限公司印刷

开本 720×1000 1/16 印张 16.5 插页 2 字数 208,000

2017 年 5 月第 1 版 2017 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-208-14308-1/G · 1834

定价 48.00 元



王 平 华东师范大学第二附属中学数学高级教师。毕业于华东师范大学数学系。从教以来，立足“追求卓越，崇尚创新”，注重对数学教学攻坚任务的创造性研究和探索，出版了专著《探究性学习教学示例》(浙江教育出版社，2004)，《高中数学重点、难点16讲》(上海交通大学出版社，2006)，《中学数学探索中的合情推理》(华东师范大学出版社，2008)并先后在《数学教学》、《上海中学数学》、《文汇报》等发表了多篇教研文章。

更多新书信息及做书趣事请关注我们的微信和微博
官方微信订阅号: spph_spph
新浪官方微博: @上海人民出版社
地址: 上海市黄浦区福建中路193号
电话: 021-53594508
邮箱: spph@sina.cn 传真: 021-63914796

责任编辑: 鲍 静 罗 俊
装帧设计: 范昊如 夏 雪
电脑制作: 极坐标工作室

序

长期在教学第一线工作的华师大二附中数学老师王平,总结他的教学经验,编写了《卓越数学教育的理论与实践》一书,这是很有意义的事。王老师希望我写个序言。

作为引子,讲一点经历:20世纪90年代,在天津南开大学召开过一个讨论如何把中国建设成数学大国的会议,与会者是中青年数学工作者和数学系的研究生。主持会议的是国家教委负责人李铁映,坐在主席台中央的是国际著名数学家陈省身先生(沃尔夫奖获得者),坐在主席台上的还有著名物理学家周培源院士。李铁映问陈省身,你认为21世纪中国能成为世界数学大国吗?陈省身的回答十分巧妙,他说,“中国是一个人口大国,有那么多人学习和研究数学,应该是个数学大国。但目前我们还得向邻国日本学习”。因为日本至今已获得4次菲尔兹奖、1次沃尔夫奖(这些奖被称为数学界的诺贝尔奖)。我国大陆还没有人获得同类的数学奖。

这里介绍一下其中一位获奖者、日本著名数学家小平邦彦。小平邦彦是一个靠自己努力成为著名数学家的典型。小平邦彦小时候算术好,但语文不好,又有口吃毛病,因此不受老师看好;到了中学,小平邦彦喜欢数学与物理,化学还可以。但是英文、日语、史地都不行,尤其是体育,军事体操更差。按当时的规定读完四年中学有一次考高等学校的机会,小平邦彦没有参加四年级后的高考。直到读完五年级,他报考了第一高等学校,这是全日本最难考的学校。他认为考砸了,不会上榜,便在发榜前躲到好友家的别墅里。结果小平邦彦的母亲打电报给他说:“考取了,回来吧。”可见小平邦彦小时候学习并不出色,而且比较内向、木讷。

1935年小平邦彦进了东京帝国大学数学系。当时考数学系的学生会挨家长骂,说以后难混饭吃,不过小平邦彦父亲没有意见。当时帝国大

学有一批日本数学家,为小平邦彦学习数学创造了良好的学习环境。

小平邦彦读大学的感想是:“对我来说,没有比数学书更难念了,数百页书从头到尾念完很难。但他认为数学读懂了其实不难,因此他只读定理,证明自己想。”这个方法实际上是一种数学实践的方法,需要很大的毅力。小平邦彦后来把他的经验总结为《数学中没有捷径》(这是他成功后写的一篇文章,影响很大),他学习抽象代数时是通过抄书把书读懂的。

大学最后一年(旧时日本大学为三年制),即 1938 年数学系毕业后,小平邦彦又考进东京大学物理系。由于佩服大学者,他读了赫尔曼·外尔(Hermann Weyl)的《群论与量子力学》和冯·诺依曼的《量子力学数学基础》。

因为战争期间没有学籍就得上战场,小平邦彦考进了物理系,就不必再上战场。在此期间小平邦彦把外尔的结果扩展到 n 维,写成了《Riemann 流型的调和张量场》分三次在《日本学士院欧文纪要》上发表。当时日本战争激烈,日本境内文献进不来,杂志也全部停刊了。战争结束后,1948 年小平邦彦托角谷静夫所认识的驻日美军把论文“Harmonic fields in Riemannian manifolds”带到美国投《数学年刊》。1949 年 10 月《数学年刊》刊出了小平邦彦的论文。外尔在审查中看到后,认为这是一篇好文章,就聘小平邦彦去普林斯顿高等研究所工作,为期一年。小平邦彦到普林斯顿后见到大数学家外尔和美国原子弹之父奥本海默,那时奥本海默是研究所所长。外尔是德国人,圆脸,身材高大,满脸笑容,是一位好爷爷般的大数学家[他是 20 世纪十大数学家之一,与陈省身的导师嘉当(E.Cartan)相仿]。小平邦彦是个为人谦虚,语言能力不强的学者。在美国的学术环境下,他努力工作,在代数几何和复几何领域作出了许多重要贡献:证明了复曲面的黎曼-洛赫定理;证明了小平消弭定理和小平嵌入定理;把紧复曲面作了系统分类。39 岁时,小平邦彦以出色的成果获得了 1954 年的菲尔兹奖。由于他在复流形上调和分析方面的出色工作,1985 年小平邦彦 70 岁时又获得沃尔夫数学终身成就奖。在国际上,小

平邦彦是与陈省身、丘成桐地位相仿的著名数学家。

从小平邦彦成为著名数学家的经历可以看到,要取得杰出成果的数学家必须热爱数学,愿意付出巨大的努力。

当然数学好并不一定要成为数学家,但数学好可以做出成绩的机会更大。例如我国两院院士王选,王选用数学方法创立了中文计算机排版系统,成为“现代毕昇”。王选是在上海南洋模范中学读高中的,他对数学老师赵宪初先生的课印象十分深刻,赵老师讲课生动有深度,为南洋模范中学培养了许多数学优秀的学生。

在科学研究中,有时一个错误判断足以消耗毕生的精力。英国数学家安德鲁·怀尔斯(Andrew Wiles)花了7年时间获得了费马大定理的证明。1993年怀尔斯在一个数学会议上报告他的证明,受到数学家们的热烈的关注。1993年6月29日《纽约时报》报道“安德鲁·怀尔斯放出数学卫星,350年的老问题已经被攻克”。然而当怀尔斯把证明稿件送到《数学发明》后,被查出证明中有一个错误,结果又花了14个月才改正了这个错误,给出了正确的证明。从开始研究到给出正确证明大约花了8年时间(具体内容可参考《费马大定理》一书)。小平邦彦说通过做题和证明定理,提升自己判断和鉴赏数学的能力很重要。在理性思维无法用上时,数学鉴赏能力会派上用场。在科学研究过程中目标不清(即能到达怎样的结果也不知道)是经常发生的,此时理性思维就无法应用。因此加强数学实践是根本的,是排在第一位的能力。

理性思维在研究过程可以缩短科研所花的时间,可以避免片面性,看清事物的本质。这方面本书作了详细的阐述,值得阅读。

上海二期课改高中数学教材主编 袁震东

2017年3月12日

于华东师范大学

前 言

本书的侧重点在于阐述数学教育与卓越人才的培养机制之间的关系,因此所有的章节与案例都将始终贯彻这样一个主题,并试图从多个视角进行说明。

我们将培育卓越人才的数学教育称为卓越数学教育,即以培育终身发展的卓越人才为目标,系统开展的关于数学教育改革路径和发展方向的理论思考和实践探索,以培育学生的理性精神、批判性思维、创新意识为目标的卓越数学教育理念与相应的教学策略。

因其对思维训练的重要作用,数学学科通常被认为是“思维的体操”,我们应重视数学在思维训练上的重要作用,更应该关注数学学科与批判性思维训练的关系。数学实践是提高数学能力的重要途径,在数学实践中如果能有意识地运用批判性思维工具将缩短数学探索的时间,提高数学实践的效率,同时数学实践又大大丰富了批判性思维的涵盖范围,因此两者相辅相成。

数学实践的过程对学习者个人而言是一个创新的过程,本书着力探索数学实践中如何运用批判性思维工具提高数学实践中的创新能力,培育创新意识。

从通识教育的角度看数学教育应着力于培育人的理性精神,理性精神是“志向不狭窄,人格不依附,思维不趋同,言行不虚浮”的精神内核,数学追求逻辑严谨,理性分析的特点确定了数学教育培育理性精神的最佳载体。

故步自封的教师不可能培育出追求卓越的人才,教师也应该不断探索教育规律,研究教育方法,以追求卓越的精神指引教学研究。本书对教师自身能力的提高途径也做了一些探索。

本书提供了 35 个案例,这些案例都来自于作者的实践经历,虽然不是很完美,但他们都是建立在实践经验基础上的、易于模仿的,并且能够在教学中得以实施的。

限于本人水平,书中内容难免有差错,对相关问题研究的不够深入,欢迎读者与教育同仁批评指正。

前言 / i

第一章 卓越数学教育的核心理念 / 1

第一节 卓越教育的核心理念 / 2

第二节 卓越数学教育的核心理念 / 8

第二章 理性精神的培育 / 24

第一节 理性精神与数学德育 / 27

第二节 理性精神与数学证明 / 32

第三节 数学发展史中的理性精神 / 51

第三章 批判性思维的培育 / 72

第一节 批判性思维促进概念理解 / 72

第二节 批判性思维与问题解决 / 90

第三节 批判性思维触发深度学习 / 104

第四节 批判性思维引发创新 / 124

第五节 基于批判性思维训练的教学模式探究 / 141

第六节 基于批判性思维的数学设计 / 155

第四章 创新意识的培育 / 173

第一节 创新意识源自自由的探索 / 174

第二节 创新意识源自灵活多样的课程体系 / 185

第三节 创新源自学生的自主创新活动 / 205

第五章 卓越教师的成长 / 210

- 第一节 立意高远的卓越教师 / 210
- 第二节 研究学生的认知特征 / 212
- 第三节 教材的重构与整合 / 218
- 第四节 数学问题研究与命题研究 / 232

后记 / 252

案例索引

- 案例 1 洗牌、周期性与费马小定理 / 29
- 案例 2 数学归纳法与理性精神 / 36
- 案例 3 不等式证明中的理性思考 / 41
- 案例 4 函数概念形成中的理性探索 / 52
- 案例 5 复数的历史及其教育价值探索 / 58
- 案例 6 从圆引发的度量问题——弧度制教学设计 / 62
- 案例 7 集合概念的教与学 / 73
- 案例 8 周期性概念的批判思考 / 79
- 案例 9 平面向量唯一分解定理 / 84
- 案例 10 问题解决过程中的批判性思维案例 / 93
- 案例 11 数学解题教学中的批判性思维的训练 / 97
- 案例 12 从三角不等式到欧拉不等式 / 105
- 案例 13 数学问题模式的发现 / 113
- 案例 14 透过迷雾寻求真相 / 119
- 案例 15 圆锥曲线中新结论的发现路径 / 125
- 案例 16 善用教材例题、培养创新意识 / 131
- 案例 17 “小”题“大”做 / 135
- 案例 18 概念发展模式举例——数列概念的形成 / 143

- 案例 19 类比——形似与神似 / 146
- 案例 20 容斥原理的探索与发现 / 153
- 案例 21 数学概念形成的教学设计 / 155
- 案例 22 数学课堂教学中的语言设计 / 159
- 案例 23 数学教学过程中的问题设计 / 162
- 案例 24 高三复习课的“快”与“慢” / 175
- 案例 25 从“无知”到“智慧” / 180
- 案例 26 课程开发——数学探索中的合情推理 / 186
- 案例 27 教材使用的创新——重构向量教材 / 191
- 案例 28 关于一些三角比公式的证明及推广 / 205
- 案例 29 课堂观察与倾听 / 212
- 案例 30 中学生对向量知识的理解 / 214
- 案例 31 高中教材中角的定义及其教法探究 / 219
- 案例 32 教材的解构案例——坐标平面上的直线 / 223
- 案例 33 以学定教“说问题” / 233
- 案例 34 说问题——类抛物线问题的探源 / 239
- 案例 35 命制试题的方法与意义 / 246

第一章

卓越数学教育的核心理念

我们生活在一个变化的时代,也是充满各种危机的时代,每一个教育工作者,尤其是“上海市双名工程”(即上海市普教系统名校名师培养工程)的直接参与者,我们有思考教育的责任。这是因为教育正处在机遇与挑战并存的时代,有人与自然的生存危机、人与社会的人文危机、人与人的道德危机、人与自己的心理危机、国家与国家的安全危机、文化与文化的价值观危机、经济与经济的金融危机等。所有这些危机,同时也是难得的机遇,我们唯有直面危机,勇于接受挑战,才能抓住机遇,创造卓越。思考教育的目的,事关我们下一代的成功或失败,他们将如何塑造我们这个世界。这绝不是小事。

“卓越教育”是华东师范大学第二附属中学在新的时代条件、社会环境和教育背景下,以发展民族教育为立足点,面向现代化、面向世界、面向未来,以培育终身发展的卓越人才为目标,系统开展的关于教育改革路径与发展方向的理论思考和实践探索。在此教育理念的引领下,经过积极探索与实践研究,逐渐形成以培育学生的理性精神、批判性思维、创新意识为目标的卓越数学教育理念与相应的教学策略。

第一节 卓越教育的核心理念

卓越,《辞海》中解释为超出一般。卓,超然独立、高明、高超。“卓,高也”——《说文》;“如有所立,卓尔”——《论语》;卓,高远、遥远,如“卓如日月”——《后汉书·祭遵传》;也有独特之意如,“彼特以天为父,而身犹爱之,而况其卓乎!”——《庄子》。越,超越,跃过,如“戒勿越”——《礼记·曲礼》;超过、超出,如“越职逾法,以取名誉”——《汉书·宣帝纪》;也有传播,宣扬之意,如“使越于诸侯”——《国语·晋语》。

教育,教化培育,以现有的经验、学识推敲于人,为其解释各种现象、问题或行为,其根本,是以人的一种相对成熟或理性的思维来认知对待,让事物得以接近其最根本的存在,人在其中,慢慢地对一种事物由感官触摸而到以认知理解的状态,并形成一种相对完善或理性的自我意识思维……但同时,人有着自我意识上的思维,又有着其自我的感官维度,所以,任何教育性的意识思维都未必能够绝对正确,而应该感性式地理解其思维的方向,只要它不偏差事物的内在;教育又是一种思维的传授,而人因为其自身的意识形态,又有着另样的思维走势,所以,教育当以最客观、最公正的意识思维教化于人,如此,人的思维才不至于过于偏差,并因思维的丰富而逐渐成熟、理性,并由此,走向最理性的自我和拥有最正确的思维认知,或许,这就是教育的根本所在。

卓越教育要培养卓越的学生。卓越教育的评判不在于学生毕业后所处的地位高低、财富多寡,而在于其是否能不断超越自我,成为所在团队的核心和灵魂,成为卓越的人。卓越人浑身洋溢着不断进取的力量,无论他处在社会上的任何位置都会追求卓越,并感染和带动周围的人一起努力和奋斗。“卓越”体现在学生的身上,应当是富有独特个性、独特的眼界和志向、独特的智慧和能力,这三方面会在具体个人身上形成独特的组合,影响着一个人的毅力、气质和精神。没有毅力和进取动力的人无法达

到卓越的境界。

因此,可用八个字来诠释——“卓然独立,越而胜己”。

一、“卓越”——“卓然独立,越而胜己”

卓然独立的解读,华东师范大学叶澜教授提出可以从“不”的角度解读“卓然独立”是什么:

1. 志向不狭窄

教育要使人做到志向不狭窄,不拘泥于眼前利益,教育是要打开学生眼界,让他们对人生、世界、宇宙产生积极的兴趣,而不是被眼前的考试所束缚,被眼前的一点成绩冲昏头脑。

2. 人格不依附

人格不依附至少包括两个方面,一是不仰视所谓的“大人物”;二是不俯视所谓的“小人物”。独立绝不是无视他人,而是一个人性与才华的表现。事实上只有这样独立的、不依附的人才能做到真正的相互合作。只有大家都独立,在一个群体里才能形成有意义的合作,这个群体的力量才能得以正面显现。

3. 思维不趋同

表现在对问题的诠释有创造性,不局限已有的答案,而是追求更多的可能性。善于发现问题是创造性思维更重要的方面,我们要培养学生的思维不趋同,很重要的一点就是不扼杀学生的探索的欲望、学习的兴趣、研究的积极性以及培养发现的能力。

4. 言行不虚浮

在实现追求的过程中,不说大话空话,言行一致,求实奋进,这样的人格让人感动,让人难忘,才可能成为我们期望的未来的创新人才,卓越人才。

“越而胜己”从积极进取的意义看,需要认识到人生发展过程是一个

不断地超越自己的过程。具体说,“越而胜己”主要体现为以下四点:

1. 自我渐清晰

高中是学生开始对自我的认识进入到相对理性系统思考的起始阶段,他会想“我是谁?”会想“我到底是个怎样的人?”“我能够成为怎样的人?”等等。当学生开始拷问自己,这些问题就会在他的思考中占有重要位置。这就是为什么卓越人生的起航,最重要的是帮助学生清晰地认识自己。

2. 反思成习惯

反思是一个人成长过程中的重要一环,没有人能够看清你所有的正确或失误,最后最明白自己的领悟、问题、发展及障碍的还是自己。他人是一面镜子。要学会在自己实践的过程中,在元认知的意义上,对自我作整体意义上的反思。反思实际上是一种习惯,养成这种习惯就容易胜己。不反思,就不明白问题在哪里,也不明白进步是如何取得的,更不清楚自己还可以怎样前行。

3. 人生会选择

要成就自我、超越自我,需要每个阶段对自己做出的选择具有清醒的意识和能力。我们要培养学生在认识自我、反思自我的基础上,懂得“为何选择”和“如何选择”。处于多元的当代社会,主流价值往往得不到学生的认同,倒是“非主流”更具有吸引力。在这种大背景下,教育该怎么办呢?“堵”是堵不尽的,“导”也未必有效,因而引导、帮助学生形成内在价值观,学会在纷繁喧闹中进行选择,则成为教育的重要任务。学会选择与前述人格不依附、志向不狭隘是紧密相连的。有了清晰的自我认识,就知道该选择什么。人生其实是个不断选择的过程,如果选择正确就是抓住了时机,更容易实现发展。在高中阶段对选择意识和能力的培养,将有助于学生清楚未来的专业选择和人生道路,这是对选择能力是否形成的具体考验。