

《高等数学应用基础》配套形成性习题册

高等数学应用基础形成性习题册

主 编 刘 颖
副主编 翁一钧 杨立新
主 审 杨立新
编 委 陈 君 朱孝春 葛喜芳

高等数学应用基础形成性习题册

主 编	刘 颖			
副主编	翁一钧	杨立新		
主 审	杨立新			
编 委	陈 君	朱孝春	葛喜芳	

 ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学应用基础形成性习题册 / 刘颖主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2015. 6
ISBN 978-7-308-14778-1

I. ①高… II. ①刘… III. ①高等数学—高等职业教育—习题集 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 127582 号

高等数学应用基础形成性习题册

刘 颖 主编

责任编辑 张凌静 (zlj@zju.edu.cn)

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州金旭广告有限公司

印 刷 富阳市育才印刷有限公司

开 本 889mm×1194mm 1/16

印 张 7.5

字 数 214 千

版 印 次 2015 年 6 月第 1 版 2015 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-14778-1

定 价 20.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部联系方式 (0571)88925591; <http://zjdxcbss.tmall.com>

前 言

本书是浙江大学出版社出版的《高等数学应用基础》(陈君,2015)的配套教学用书。本书是依据教育部《高职高专教育专业人才培养目标及规格》,参考《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》,认真研究总结高职高专教学改革的经验,结合当前高职高专数学课程改革的实际情况编写的。

本书以知识内容“必需、够用”为原则,以培养学生“可持续发展”为目的,综合大量优质教材的特点和编者多年的教学实践进行设计。选题力求对知识点的涵盖,对基础理论、基本技能和常用技术方法的巩固,旨在夯实基础、掌握基本方法,相信能对高职学生掌握数学教学的要求、较好地理解抽象的数学概念、提高运用数学的思维和技巧的能力起到重要的作用。

本书由浙江同济科技职业学院刘颖任主编,翁一钧任副主编,杨立新任副主编和主审。其中第一章至第六章初稿由刘颖编写,第一章由杨立新校对修改,第二章由翁一钧校对修改,第三章由陈君校对修改,第四章由葛喜芳校对修改,第五章和第六章由朱孝春校对修改。本习题册在编写过程中,得到浙江大学出版社和浙江同济科技职业学院等院校有关老师的指导和大力支持,在此一并表示感谢。

由于客观条件的限制,教材中难免会出现不妥之处,敬请读者谅解并提出宝贵意见,以便再版时提高和完善。

编 者

二〇一五年三月

目 录

第 1 章 函数与极限	(1)
第一节 函数	(1)
第二节 数列与函数的极限	(4)
第三节 两个重要极限	(7)
第四节 无穷小量与无穷大量	(9)
第五节 函数的连续性	(11)
单元自测题	(14)
第二章 一元函数微分学	(18)
第一节 导数的概念	(18)
第二节 导数运算法则和基本公式	(20)
第三节 高阶导数 隐函数和参数方程所确定的函数的导数	(25)
第四节 函数的微分 经济学中的边际函数	(29)
第五节 微分中值定理 洛必达法则	(31)
第六节 函数单调性判别和函数极值求法	(34)
第七节 函数的最值	(36)
第八节 函数的凹凸性与拐点 简单函数图形的描绘	(38)
第九节 曲率和曲率半径的概念与求法	(40)
单元自测题	(41)
第三章 一元函数积分学	(45)
第一节 不定积分的概念与性质 不定积分的基本公式	(45)
第二节 不定积分的第一换元积分法	(48)
第三节 不定积分的第二换元积分法	(51)
第四节 不定积分的分部积分法	(52)
第五节 定积分的概念与性质	(54)
第六节 原函数存在定理与微积分基本公式	(57)

第七节	定积分的换元积分法与分部积分法	(59)
第八节	定积分的微元法及其应用	(62)
第九节	定积分在物理学上的应用	(63)
第十节	反常积分	(65)
	单元自测题	(66)
第四章	向量代数与空间解析几何	(70)
第一节	向量及其线性运算	(70)
第二节	向量的乘法运算	(72)
第三节	平面与直线	(74)
第四节	曲面与曲线	(77)
	单元自测题	(78)
第五章	常微分方程	(81)
第一节	微分方程的基本概念	(81)
第二节	可分离变量的微分方程	(83)
第三节	一阶线性微分方程	(85)
第四节	二阶常系数齐次线性微分方程	(87)
第五节	二阶常系数非齐次线性微分方程	(89)
第六节	微分方程应用举例	(90)
	单元自测题	(91)
第六章	无穷级数	(93)
第一节	常数项级数的概念与性质	(93)
第二节	正项级数及其敛散性	(96)
第三节	绝对收敛与条件收敛	(97)
第四节	幂级数	(98)
第五节	函数的幂级数展开	(99)
	单元自测题	(100)
	参考答案	(104)

第一章 函数与极限

第一节 函 数

1. 求下列函数的定义域.

$$(1) y = \frac{x+1}{x^2+3x+2};$$

$$(2) y = \sqrt{x^2-25} + \ln(x-1).$$

2. 下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否表示同一函数, 若不是请说明理由.

$$(1) f(x) = x, g(x) = (\sqrt{x})^2;$$

$$(2) f(x) = \sqrt[3]{x^3}, g(x) = x;$$

$$(3) f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}, g(x) = \frac{1}{x+2};$$

$$(4) f(x) = \ln x^2, g(x) = 2\ln x.$$

3. 求由下列各对函数复合而成的复合函数.

(1) $y = u^2, u = \sin x$;

(2) $y = \sin u, u = x^2$;

(3) $y = \sqrt{u}, u = x^2 + 1$;

(4) $y = 3^u, u = x^2$;

(5) $y = u^2, u = 3^x$.

4. 指出下列函数的复合过程.

(1) $y = (2x + 1)^{2015}$;

(2) $y = \sin x^2$;

(3) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$;

(4) $y = \cos^3 2x$;

$$(5)y = e^{\arctan(x+1)};$$

5. 判断下列函数的奇偶性.

$$(1)y = e^x + e^{-x};$$

$$(6)y = 3^{\cos \frac{1}{x}};$$

$$(2)y = x^3 \sin x.$$

$$(7)y = \ln \tan \frac{1}{x};$$

$$(8)y = \arccos \sqrt{2-x^2}.$$

第二节 数列与函数的极限

1. 观察下列数列的变化趋势,并指出哪些收敛?哪些发散?若收敛,指出其极限.

$$(1) \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2} \right\};$$

$$(2) \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^n \right\};$$

$$(3) \left\{ \frac{3n+1}{2n} \right\};$$

$$(4) \{n\}.$$

2. 利用基本初等函数的图像讨论下列每组函数的极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^x, \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x, \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x;$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \ln |x|, \lim_{x \rightarrow 1} \ln x.$$

3. 利用极限的性质与运算求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 + 1};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 + x^2 + 1};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

4. 讨论函数 $f(x)$ 在指定点的左极限和右极限, 并由此说明函数 $f(x)$ 在该点极限是否存在.

$$(1) f(x) = \frac{|x|}{x}, \text{ 在点 } x = 0 \text{ 处和点 } x = 1 \text{ 处};$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ x + 1, & x < 0 \end{cases}, \text{ 在点 } x = 0 \text{ 处和点 } x = 1 \text{ 处}.$$

5. 求下列“未定式”的极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{x - 4};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-2x} - \sqrt{3}}{\sqrt{3-x} - \sqrt{2}};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 2x + 1}{10x^2 - 3x + 2};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 1});$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right);$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^{2012} (3x-8)^2}{(5x+3)^{2014}};$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^{2012} (3x+8)^2}{(5x+3)^{2013}};$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)^{2013} (2x-1)^3}{(3x-1)^{2017}}.$$

第三节 两个重要极限

1. 利用第一重要极限求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 9x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 5x};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x \sin x};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\pi - x};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos 3x}{x - \frac{\pi}{6}};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + \tan x}.$$

2. 利用第二重要极限求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{6}{x}\right)^{2x};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x+2};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} [1 + (x - 3)]^{\frac{3}{x-3}};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{x-1};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x+3}.$$

第四节 无穷小量与无穷大量

1. 指出当 x 趋于何值时, 函数 $f(x)$ 是无穷小; 当 x 趋于何值时, 函数 $f(x)$ 是无穷大.

$$(1) f(x) = \frac{1+2x}{x^2};$$

$$(2) f(x) = 2^{x-1};$$

$$(3) f(x) = \ln |x|;$$

$$(4) f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

2. 运用无穷小的性质, 求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x \right).$$

3. 运用等价无穷小的性质, 求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \sin \frac{1}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan^2 3x} - 1}{e^{x^2} - 1};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x^2};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{2x};$$

第五节 函数的连续性

1. 研究下列函数的连续性,并画出函数的图形.

$$(1) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 3 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 2x}{\sin x^4};$$

$$(7) \lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right);$$

$$(2) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 + 4x - 5)}{\sin(x^2 + 2x - 3)}.$$