

考试名家指导

MBA/MPA/MPAcc 联考同步复习指导系列

袁进 等编著

2018版

数学分册

适用管理类专业：

MBA · MPA · MPAcc · 审计 · 工程管理 · 旅游管理 · 图书情报

2017版热销13.3万册

扫描二维码

免费观看本书同步视频

顶级数学大师面对面为你讲解书中

重点、难点，解析最新真题



- ◎ 内含2010年1月~2016年12月共十二套联考数学真题及详解
- ◎ 真正贴近联考数学真题难度
- ◎ 有效提高不同基础考生应试水平
- ◎ 书中所有练习均配有详解

第16版



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

考试名家指导

MBA/MPA/MPAcc 联考同步复习指导系列

MBA MPA MPAcc

2018版

数学分册

袁进 等编著

第16版



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

本书是根据最新 MBA、MPA、MPAcc 考试大纲的要求,按照新的体例结构重新编写而成的。全书分为三部分:第一部分基础篇,包含了 MBA、MPA、MPAcc 数学考试的必备基础知识、基本内容和基本题型,可以帮助考生尽快掌握大纲所要求的基本数学知识;第二部分强化篇,在详细研究、系统整理历年联考试题的基础上,对历年的数学试题及典型例题进行了归纳分类,给出了典型例题的解题方法和常用技巧;第三部分附录,提供了 2010 年 1 月至 2016 年 12 月十二套全国联考数学真题及解析。考生扫描封面二维码,还可免费观看配套视频,作者亲自讲解管理类联考数学考试的重点、难点,解析最新真题。

通过本书的复习,考生可以了解 MBA、MPA、MPAcc 数学考试的基本知识点和题型,以及考试的广度和深度,做到复习时目标明确,心中有数,在较短的时间内快速提高自己的数学应试能力。

本书适用于参加每年 MBA、MPA、MPAcc 等专业的管理类专业硕士学位全国联考的考生。

图书在版编目(CIP)数据

2018MBA、MPA、MPAcc 联考同步复习指导系列. 数学分册 / 袁进等编著. —16 版. —北京:机械工业出版社, 2017. 1 (2017.1 重印)

(MBA、MPA、MPAcc 联考与经济类联考同步复习指导系列)

ISBN 978-7-111-55872-9

I. ①2… II. ①袁… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 323382 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:孟玉琴

责任编辑:孙 磊

责任校对:田 旭

责任印制:李 洋

保定市市中画美凯印刷有限公司印刷

2017 年 1 月第 16 版·第 3 次印刷

184mm×260mm·23.5 印张·571 千字

10001—15000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-55872-9

定价:55.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88361066

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-68326294

机工官博:weibo.com/cmp1952

010-88379203

教育服务网:www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金书网:www.golden-book.com

丛 书 序

这是一套针对 MBA、MPA、MPAcc 联考与经济类联考选拔性应试的必备丛书。

本套丛书由北京大学、清华大学、中国人民大学、北京理工大学、西安交通大学、北京交通大学、上海交通大学、同济大学等高校的 MBA、MPA、MPAcc 辅导名师和命题专家联合编写,分为“MBA、MPA、MPAcc 联考与经济类联考同步复习指导系列”和“MBA、MPA、MPAcc 联考模拟试卷系列”2 个系列。本套丛书具有以下特点:

一、一流的编写队伍

本套丛书的编者均是从全国 MBA、MPA、MPAcc 辅导名师中精心挑选出来的。他们多年来一直从事 MBA 考前辅导和命题研究工作,既能把握考生需求与应试精髓,又能洞悉 MBA、MPA、MPAcc 命题规律与趋势。

讲课↔著书↔研究,紧密结合,相互推动,在讲课中实践,在著书中提炼,在研究中升华。这是一流应试辅导丛书品质保证的基石。

二、紧扣 MBA、MPA、MPAcc 联考与经济类联考最新考试大纲

丛书紧扣最新考试大纲,精心研制的例题与习题在难度上等同或略高于真题,在题型设置上与大纲保持一致,其中《数学分册》(针对管理类联考)中含有许多作者原创性的考试应对技巧和经验介绍。我们不鼓励“题海战术”,而是立足于帮助考生在深入研究最新考试大纲和历年试题的基础上,准确把握 MBA、MPA、MPAcc 联考的难点、重点和命题趋势。

三、体系明晰,精讲精练,为考生提供标准化解决方案

“MBA、MPA、MPAcc 联考与经济类联考同步复习指导系列”与最新考试大纲相配套,精讲精练,突出应考重点与难点,洞悉历年试题,强化训练提高,应试针对性极强。

“MBA、MPA、MPAcc 联考模拟试卷系列”严格按照 MBA、MPA、MPAcc 联考最新考试大纲和命题趋势精心设计,融会了众多作者多年教学、辅导、命题研究的心血和智慧,考点分布合理,试卷难度等同或略高于真题难度。

一套好的辅导教材需要具备四个要素:一是严格遵循最新考试大纲;二是具有前瞻性,能针对正式的考试;三是作者真正透彻了解联考的要求,书中内容的难度与联考试卷相符或略高;四是满足考生的需求,突显为考生备考服务的宗旨。

本套丛书很好地体现了这四方面的要求,每道试题都是众多辅导名师和专家教学经验的结晶。往届高分考生的经验说明,“三道题做一遍不如一道题做三遍”“三本书各读一遍不如一本书读三遍”。通过对本套丛书的认真阅读和演练,相信考生必将会为顺利考入名校打下坚实的基础。

希望通过我们不懈的努力和二十多位 MBA、MPA、MPAcc 联考辅导专家的倾情奉献,能够为考生顺利突破联考助一臂之力。

丛书编委会

第 16 版前言

在 MBA、MPA、MPAcc 联考中,作为最重要的一门考试科目,数学的重要地位使广大考生不敢忽视。但是,由于数学考试内容多、时间紧,每年都有许多考生因为数学考试成绩不好而败走麦城。因此,一本好的复习参考书对久离书本的考生来说无疑是雪中送炭。纵观 MBA 联考数学辅导教材,鱼龙混杂,既有结构严谨、内容详实的权威教材,也不乏毫无新意、东拼西凑的平庸之作。为感谢广大考生多年来对本书的支持与厚爱,本次再版,我们对本书进行了精心的修订,进一步充实和完善了相关考点,以适应不同考生的需求,使广大考生尽快掌握考试内容,提高应试能力。

本书由基础篇、强化篇和附录三部分组成。第一部分基础篇涉及大纲规定的基本考试内容和题型。掌握了基础篇的内容和练习,考生就可轻松取得数学总分 75 分中的 50 分。这部分的特点是:

(1) 遵从由浅入深、简单易懂、精讲精练、突出重点的原则,能帮助基础薄弱的考生尽快掌握大纲所要求的数学知识。

(2) 淡化抽象和复杂的数学概念、定理,注重解题思路与方法的准确、快捷,以适应 MBA、MPA、MPAcc 数学考试的特点。本部分包含了编者从多年教学研究中总结出来的一些简单快捷的解题方法,有助于考生提高解题效率。

这部分可作为 MBA、MPA、MPAcc 考前辅导基础班的教材,也可供自学者在自学时使用。

第二部分强化篇在详细研究、系统整理历年 MBA、MPA、MPAcc 联考试题的基础上,对历年数学试题及典型例题进行了归纳分类,给出了典型例题的解题方法和常用技巧。这部分的特点是:

(1) 简要概括本章学习及考查的内容,切中本章考试重点,使广大考生在备考复习过程中目标明确,有的放矢。

(2) 对历年 MBA、MPA、MPAcc 联考数学真题进行了分类和归纳。试题是无限的,而题型是有限的,掌握好常考题型及解题思路、方法与技巧,就能以不变应万变,达到触类旁通的效果。

(3) 本部分所有的练习题都给出了相应的分析过程,便于考生进一步熟悉题型和解题方法。

为了使广大考生能尽快了解 MBA、MPA、MPAcc 联考数学部分的主要内容及考试重点,合理地确定自己的复习方案,本书将 2010 年 1 月至 2016 年 12 月全国联考数学真题及解析,编入附录中。

考生扫描封面二维码,还可免费观看配套视频,作者亲自讲解管理类联考数学考试的重点、难点,解析最新真题。

本书与《数学高分速成》(机械工业出版社出版)相配套。读透这两本书,考生就可以从纵向和横向上把握整个知识体系,在联考中得心应手,取得高分。

马雅莉、周保源、李亚莉、马建科、王丹红、崔保军、贾晓明、杨雅林、张淑静、张作铨、马天天、张凡、李晓君、张建忠、袁方、刘俊琪等参加了本书部分资料的整理及编写工作,在此一并致谢。

由于时间仓促,本书难免有疏漏之处,欢迎批评指正。

袁 进

条件充分性判断题的解题说明

定义 由条件 A 成立, 就可以推出结论 B 成立, 则称 A 是 B 的充分条件. 若由条件 A , 不能推出结论 B 成立, 则称 A 不是 B 的充分条件.

解题说明: 本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中的结论, 阅读每小题中的条件 (1) 和条件 (2) 后进行选择.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
- (B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
- (D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

例 1 (条件充分性判断) 方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$.

(1) $x = -1$.

(2) $x = 2$.

解 由条件 (1) $x = -1$, 可知 $x^2 - 3x - 4 = (-1)^2 - 3 \times (-1) - 4 = 0$,

即由条件 (1) $x = -1$ 推出 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 成立, 所以条件 (1) 充分.

由条件 (2) $x = 2$, 得 $x^2 - 3x - 4 = 2^2 - 3 \times 2 - 4 = -6 \neq 0$, 因此条件 (2) 不充分.

故此题应选 A.

例 2 (条件充分性判断) 要使 $\frac{1}{a} \geq 1$.

(1) $a \leq 1$.

(2) $a \geq 1$.

解 由 $a \leq 1$, 不能推出 $\frac{1}{a} \geq 1$, 例如取 $a = -1$, 即条件 (1) 不充分. 由 $a \geq 1$, 则知 $\frac{1}{a} \leq 1$, 也

不能推出 $\frac{1}{a} \geq 1$ 成立, 即条件 (2) 也不充分. 考虑将条件 (1) 与 (2) 联合, 若 $a \leq 1$ 且 $a \geq 1$, 则

$a = 1$, 则 $\frac{1}{1} = 1$ 成立, 即条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和 (2) 联合起来充分.

故此题应选 C.

目 录

丛书序

第 16 版前言

条件充分性判断题的解题说明

第一部分 基础篇

第一章 整数、有理数、实数	2
第一节 整数	2
第二节 有理数	6
第三节 实数	9
第四节 练习	12
第五节 参考答案及解析	14
第二章 整式、分式	17
第一节 整式	17
第二节 分式	22
第三节 练习	25
第四节 参考答案及解析	27
第三章 平均值、绝对值	30
第一节 平均值	30
第二节 绝对值	32
第三节 练习	35
第四节 参考答案及解析	37
第四章 方程与不等式	40
第一节 一元二次方程	40
第二节 一元二次不等式及其解法	43
第三节 练习	47
第四节 参考答案及解析	49
第五章 数列	53

第一节 基本概念	53
第二节 等差数列	54
第三节 等比数列	57
第四节 练习	61
第五节 参考答案及解析	62
第六章 应用题	66
第一节 比和比例	66
第二节 行程问题	68
第三节 工程问题	70
第四节 浓度问题	72
第五节 练习	73
第六节 参考答案及解析	75
第七章 平面几何与立体几何	79
第一节 三角形	79
第二节 四边形	82
第三节 圆	84
第四节 立体几何	86
第五节 练习	89
第六节 参考答案及解析	91
第八章 平面解析几何	94
第一节 基本公式	94
第二节 直线方程	95
第三节 圆的方程	99
第四节 练习	102
第五节 参考答案及解析	104
第九章 排列与组合	106
第一节 基本原理	106
第二节 排列	107
第三节 组合	109
第四节 六类典型问题	110
第五节 练习	116
第六节 参考答案及解析	117

第十章 概率初步	120
第一节 事件的运算	120
第二节 事件的概率及基本公式	121
第三节 古典概型的概率计算	122
第四节 条件概率及乘法公式	125
第五节 事件的独立性及独立试验序列概型	127
第六节 练习	131
第七节 参考答案及解析	133

第二部分 强化篇

第十一章 集合与函数	138
第一节 集合	138
第二节 函数	139
第三节 练习	142
第四节 参考答案及解析	144
第十二章 整数、有理数、实数	146
第一节 基本内容提要	146
第二节 典型例题及历年真题解析	146
第三节 练习	150
第四节 参考答案及解析	152
第十三章 整式及分式	155
第一节 基本内容提要	155
第二节 典型例题及历年真题解析	155
第三节 练习	162
第四节 参考答案及解析	163
第十四章 绝对值、平均值	167
第一节 基本内容提要	167
第二节 典型例题及历年真题解析	167
第三节 练习	173
第四节 参考答案及解析	175
第十五章 方程与不等式	178
第一节 基本内容提要	178

第二节 典型例题及历年真题解析	178
第三节 练习	185
第四节 参考答案及解析	186
第十六章 数列	189
第一节 基本内容提要	189
第二节 典型例题及历年真题解析	189
第三节 练习	194
第四节 参考答案及解析	195
第十七章 应用题	199
第一节 基本内容提要	199
第二节 典型例题及历年真题解析	199
第三节 练习	208
第四节 参考答案及解析	211
第十八章 平面几何与立体几何	215
第一节 基本内容提要	215
第二节 典型例题及历年真题解析	216
第三节 练习	224
第四节 参考答案及解析	226
第十九章 平面解析几何	230
第一节 基本内容提要	230
第二节 典型例题及历年真题解析	231
第三节 练习	240
第四节 参考答案及解析	242
第二十章 排列与组合	246
第一节 基本内容提要	246
第二节 典型例题及历年真题解析	246
第三节 练习	251
第四节 参考答案及解析	252
第二十一章 概率初步	255
第一节 基本内容提要	255
第二节 典型例题及历年真题解析	256
第三节 练习	263

第四节 参考答案及解析·····	265
第二十二章 数据描述·····	268
第一节 基本内容提要·····	268
第二节 练习·····	269
第三节 参考答案及解析·····	270

第三部分 附录

2010年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	274
2010年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析·····	282
2011年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	290
2011年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析·····	297
2012年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	305
2012年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析·····	313
2013年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	322
2013年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析·····	329
2014年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	337
2015年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	344
2015年12月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	351
2016年12月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析·····	359

第一部分

2018版 ▶▶

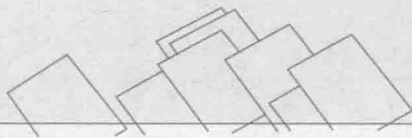
MBA、MPA、MPAcc联考同步复习指导系列

基础篇

- 第一章 整数、有理数、实数 / 2
- 第二章 整式、分式 / 17
- 第三章 平均值、绝对值 / 30
- 第四章 方程与不等式 / 40
- 第五章 数列 / 53
- 第六章 应用题 / 66
- 第七章 平面几何与立体几何 / 79
- 第八章 平面解析几何 / 94
- 第九章 排列与组合 / 106
- 第十章 概率初步 / 120

第一章

整数、有理数、实数



第一节 整数

一 整除及带余除法

整数包括正整数、负整数和零. 两个整数的和、差、积仍然是整数,但是用一个不等于零的整数去除另一个整数所得的商不一定是整数,因此,我们有以下整除的概念:

定义 1.1 设 a, b 是任意两个整数,其中 $b \neq 0$,如果存在一个整数 q ,使得等式

$$a = bq$$

成立,则称 b 整除 a 或 a 能被 b 整除,记作 $b|a$,此时我们把 b 叫作 a 的因数,把 a 叫作 b 的倍数. 如果这样的 q 不存在,则称 b 不整除 a ,记作 $b \nmid a$.

由定义 1.1 可知, $\frac{a}{b}$ 是整数的充分必要条件是 $b \neq 0$,且 $b|a$.

整除具有如下性质:

(1) 如果 $c|b, b|a$,则 $c|a$.

(2) 如果 $c|b, c|a$,则对任意的整数 m, n 有 $c|(ma + nb)$.

定理 1.1 (带余除法) 设 a, b 是两个整数,其中 $b > 0$,则存在整数 q, r 使得

$$a = bq + r, 0 \leq r < b$$

成立,而且 q, r 都是唯一的. q 叫作 a 被 b 除所得的不完全商, r 叫作 a 被 b 除所得到的余数.

由整除的定义及带余除法可知,若 $b > 0$,则 $b|a$ 的充分必要条件是带余除法中余数 $r = 0$.

用带余除法,我们可将整数集合分类. 若取 $b = 2$,则整数可分为 $2k$ 和 $2k + 1$ (即偶数和奇数两大类). 若取 $b = 3$,则整数可分为 $3k, 3k + 1, 3k + 2$ 三大类.

二 质数、合数及算术基本定理

在正整数中,1 的正因数只有它本身,因此,在整数中 1 占有特殊的地位. 任何一个大于 1 的整数,都至少有两个正因数,即 1 和这个整数本身. 将大于 1 的整数,按照它们含有正因数

的个数分类,就得到关于质数和合数的概念.

定义 1.2 一个大于 1 的整数,如果它的正因数只有 1 和它本身,则称这个整数是质数(或素数);一个大于 1 的整数,如果除了 1 和它本身,还有其他正因数,则称这个整数是合数(或复合数).

由定义 1.2 可知,除了最小质数 2 是偶数外,其余质数都是奇数.

质数 P 具有以下性质:

- (1) 若 P 是一质数, a 是任一整数,则 a 能被 P 整除或 P 与 a 互质(P 与 a 的最大公因数是 1).
- (2) 设 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 是 n 个整数, P 是质数,若 $P | a_1 a_2 \cdots a_n$, 则 P 一定能整除其中一个 a_k .

定理 1.2 (算术基本定理) 任一大于 1 的整数能表示成质数的乘积,即对于任一整数 $a > 1$, 有

$$a = P_1 P_2 \cdots P_n, \quad P_1 \leq P_2 \leq \cdots \leq P_n,$$

其中, $P_1, P_2, \dots, P_n$ 是质数,且这样的分解式是唯一的.

三 最大公因数和最小公倍数

定义 1.3 设 a, b 是两个整数,若整数 d 满足 $d | a$ 且 $d | b$, 则称 d 是 a, b 的一个公因数. 整数 a, b 的公因数中最大的公因数叫作 a, b 的最大公因数,记为 (a, b) . 若 $(a, b) = 1$, 则称 a, b 互质.

定义 1.4 设 a, b 是两个整数,若 d 是整数,满足 $a | d$ 且 $b | d$, 则称 d 是 a, b 的公倍数. a, b 的所有公倍数中最小的正整数叫作 a, b 的最小公倍数,记为 $[a, b]$.

定理 1.3 设 a, b 是任意两个正整数,则有:

- (1) a, b 的所有公倍数就是 $[a, b]$ 的所有倍数,即若 $a | d$ 且 $b | d$, 则 $[a, b] | d$.
- (2) $[a, b] = \frac{ab}{(a, b)}$. 特别地,当 $(a, b) = 1$ 时,有 $[a, b] = ab$.
- (3) 若 $a | bc$ 且 $(a, b) = 1$, 则 $a | c$.

例 1.1 从 1 到 120 的自然数中,能被 3 整除或被 5 整除的数的个数是 ()

- (A) 64 (B) 48 (C) 56
(D) 46 (E) 72

解 1 到 120 中,能被 3 整除的数可表示为 $3k, k = 1, 2, \dots, 40$; 能被 5 整除的数可表示为 $5k, k = 1, 2, \dots, 24$; 3 和 5 的最小公倍数 $[3, 5] = 15$, 既能被 3 整除,又能被 5 整除的数一定是 15 的倍数,可表示为 $15k, k = 1, 2, \dots, 8$, 从而能被 3 整除或被 5 整除的数的个数为 $40 + 24 - 8 = 56$ (个).

答案是 C.

例 1.2 当整数 n 被 6 除时,其余数为 3,则下列哪一项不是 6 的倍数? ()

- (A) $n - 3$ (B) $n + 3$ (C) $2n$
(D) $3n$ (E) $4n$

解 由已知 $n = 6k + 3$, 这里 k 是整数,

从而 $n-3=6k+3-3=6k$, $n+3=6k+3+3=6(k+1)$

$$2n=2(6k+3)=12k+6=6(2k+1)$$

$$4n=4(6k+3)=6(4k+2)$$

即 $n-3, n+3, 2n, 4n$ 都是 6 的倍数.

而 $3n=3(6k+3)=6(3k+1)+3$, 其余数 $r=3$, 即 $3n$ 不是 6 的倍数.

答案是 D.

注:此题可直接取 $n=9$ 代入得到答案.

例 1.3 n 为任意正整数, 则 n^3-n 必有约数(因数) ()

- (A) 4 (B) 5 (C) 6
(D) 7 (E) 8

解 $n^3-n=(n^2-1)n=(n-1)n(n+1)$, 在三个连续的整数中必有一个是 3 的倍数, 在两个连续的整数中必有一个是 2 的倍数(即偶数),

因此 $3|(n^3-n)$, $2|(n^3-n)$,

从而 $[3, 2]=6$ 可整除 n^3-n , 即 6 是 n^3-n 的约数.

答案是 C.

注:此题可直接取 $n=2$ 代入得到答案.

例 1.4 两个正整数的最大公约数是 6, 最小公倍数是 90, 满足条件的两个正整数组成的大数在前的数对共有 ()

- (A) 1 对 (B) 2 对 (C) 3 对
(D) 4 对 (E) 5 对

解 设所求两个整数为 a, b , 由已知 $(a, b)=6$, $[a, b]=90$, 从而

$$ab=a, b=90 \times 6=540=2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\text{即} \quad a=2 \times 3 \times 3 \times 5=90, b=2 \times 3=6$$

$$\text{或} \quad a=2 \times 3 \times 5=30, b=2 \times 3 \times 3=18$$

答案是 B.

例 1.5 三个质数之积恰好等于它们和的 5 倍, 则这三个质数之和为 ()

- (A) 11 (B) 12 (C) 13
(D) 14 (E) 15

解 设三个质数分别为 P_1, P_2, P_3 , 由已知 $P_1 P_2 P_3=5(P_1+P_2+P_3)$, 即 $5|P_1 P_2 P_3$, 由于 5 是质数, 从而 5 一定整除 P_1, P_2, P_3 中的一个.

不妨设 $5|P_1$, 又由于 P_1 是质数, 可知 $P_1=5$, 因此 $5P_2 P_3=5(5+P_2+P_3)$,

得 $P_2 P_3=5+P_2+P_3$, 由穷举法, 得 $P_2=2, P_3=7$.

则 $P_1+P_2+P_3=5+2+7=14$.

答案是 D.

例 1.6 (条件充分性判断) $(a, b)=30$, $[a, b]=18900$.

$$(1) a=2100, b=270.$$

$$(2) a=140, b=810.$$

解题说明: 本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中的结论, 阅读条件(1)和条件(2)后进行选择.

- (A) 条件(1)充分, 但条件(2)不充分.
- (B) 条件(2)充分, 但条件(1)不充分.
- (C) 条件(1)和(2)单独都不充分, 但条件(1)和条件(2)联合起来充分.
- (D) 条件(1)充分, 条件(2)也充分.
- (E) 条件(1)和(2)单独都不充分, 条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

注: 详见本书目录前的“条件充分性判断题的解题说明”. 全书不再一一说明.

解 由条件(1), $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$,

从而知 $(a, b) = 2 \times 3 \times 5 = 30$, $[a, b] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 18900$

即条件(1)是充分的.

由条件(2), $a = 2 \times 2 \times 5 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$,

从而知 $(a, b) = 2 \times 5 = 10$, $[a, b] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 11340$

即条件(2)不充分.

答案是 A.

例 1.7 (条件充分性判断) m 为偶数.

(1) 设 n 为整数, $m = n(n+1)$.

(2) 在 $1, 2, 3, \dots, 1988$ 这 1988 个自然数中每相邻两个数之间任意添加一个加号或减号, 设这样组成的运算式的结果是 m .

解 由条件(1), $m = n(n+1)$, 连续两个整数中, 正好一个奇数一个偶数, 从而 m 是偶数. 条件(1)是充分的.

由条件(2), 在 $1, 2, 3, \dots, 1988$ 中有 994 个偶数, 994 个奇数, 其运算式的结果一定是偶数, 从而条件(2)也是充分的.

答案是 D.

例 1.8 (条件充分性判断) 自然数 n 的各位数字之积为 6.

(1) n 是除以 5 余 3, 且除以 7 余 2 的最小自然数.

(2) n 是形如 2^{4m} (m 是正整数) 的最小自然数.

解 由条件(1), $n = 5k_1 + 3$, $n = 7k_2 + 2$,

因此, $5k_1 + 3 = 7k_2 + 2$, $7k_2 = 5k_1 + 1$. 满足 $7 \mid 5k_1 + 1$ 的最小正整数 $k_1 = 4$,

从而 $n = 5 \times 4 + 3 = 23$, $2 \times 3 = 6$, 即条件(1)是充分的.

由条件(2), 应取 $m = 1$, $2^{4m} = 2^4 = 16$, 即 $n = 16$, $1 \times 6 = 6$, 条件(2)也是充分的.

答案是 D.

第二节 有理数

一 有理数的基本概念

整数和分数统称为有理数. 任何一个有理数都可以写成分数 $\frac{m}{n}$ 的形式(m, n 均为整数, $n \neq 0$). 因为分数与有限小数和无限循环小数可以互化, 所以又称有理数为有限小数和无限循环小数. 若 $(m, n) = 1$, 则称 $\frac{m}{n}$ 为既约分数.

两个有理数的和、差、积、商(分母不等于零)仍然是一个有理数.

二 有理数的计算

例 2.1 $\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9}\right)}{0.1+0.2+0.3+\cdots+0.9}$ 的值是 ()

- (A) $\frac{2}{81}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{9}{2}$
(D) $\frac{81}{2}$ (E) $\frac{13}{9}$

解 分子 $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$,

分母 $= \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{10} = \frac{9}{2}$,

所以原式 $= \frac{1}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{81}$.

答案是 A.

例 2.2 $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{99}\right)\left(1-\frac{1}{99}\right) =$ ()

- (A) $\frac{50}{97}$ (B) $\frac{52}{97}$ (C) $\frac{47}{98}$
(D) $\frac{47}{99}$ (E) $\frac{50}{99}$

解 $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{98}\right)\left(1+\frac{1}{99}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{99}{98} \times \frac{100}{99} = 50$