

最新数学奥林匹克 专题讲座与解题技巧

小学·三年级

中央民族大学出版社

最新数学奥林匹克专题讲座 与解题技巧

小学三年级

主编	骆桂明	赵振华	
编委	于文兰	汤 涛	满雅莉
执笔	匡政玲	张佐超	

中央民族大学出版社

责任编辑：凌 弘

封面设计：金 文

最新数学奥林匹克专题讲座与解题技巧

小学三年级

*

中央民族大学出版社出版

(北京西郊白石桥路 27 号)

(邮政编码：100081 电话：68472815)

新华书店北京发行所发行

北京京海印刷厂印刷

787×1092 32 开 4 印张 80 千字

1997 年 6 月第 3 次印刷

印数：26001—33000 册

ISBN 7—81001—412—9/G · 159

定价：3.50 元

目 录

一、速算与巧算.....	(1)
1. 巧算加法.....	(1)
2. 减法中的巧算.....	(7)
3. 乘法的简算.....	(10)
4. 乘法的巧算.....	(15)
5. 除法的简算.....	(19)
二、数字问题.....	(27)
三、图形问题.....	(46)
1. 一笔画.....	(46)
2. 数一数.....	(51)
四、应用题.....	(68)
1. 求平均数问题.....	(68)
2. 归一归总问题.....	(74)
3. 和差倍问题.....	(80)
4. 还原问题.....	(104)

一、速算与巧算

在数的运算中，我们可以利用运算定律和运算性质，改变原来的运算顺序，使运算的过程简化，提高计算的技能技巧。

1. 巧算加法

在加法的运算中为了使计算简便，可以把两个数凑成整十、整百、整千……的数进行计算，这样计算起来会又快又准，这要用到加法的运算定律：加法交换律，加法结合律。

什么叫加法交换律呢？

在加法中，两个数相加，交换加数的位置它们的和不变。这叫加法交换律。

如：

$$3 + 5 = 5 + 3$$

如果用字母表示： $a + b = b + a$

三个数相加，先把前两个数相加，再同第三个数相加；或者先把后两个数相加，再同第一个数相加，它们的和不变。这叫加法结合律。

如：

$$(3 + 5) + 6 = 3 + (5 + 6)$$

如果用字母表示： $(a + b) + c = a + (b + c)$

利用这两个加法运算定律就可以使一些题做起来简便。

例1：

计算 $280 + 175 + 25$

$$\begin{aligned} & 280 + 175 + 25 \\ &= 280 + (175 + 25) \\ &= 280 + 200 \\ &= 480 \end{aligned}$$

解题思路：

把175和25结合凑成整百数，再和280相加，这里应用了加法结合律。

例2：

计算 $91 + 89 + 109$

$$\begin{aligned} & 91 + 89 + 109 \\ &= (91 + 109) + 89 \\ &= 200 + 89 \\ &= 289 \end{aligned}$$

解题思路：

91和109可以凑成整百，先交换89和109的位置，再把91和109相加，这里先应用了加法交换律，再应用了加法结合律。

练习一

1. $58 + 67 + 42$
2. $75 + 88 + 12$
3. $79 + 145 + 121$
4. $57 + 163 + 53 + 37$

在加法的运算中经常要把交换律和结合律结合起来应

用。

例3:

计算 $7 + 39 + 43 + 61 + 8 + 32$

$$\begin{aligned} & 7 + 39 + 43 + 61 + 8 + 32 \\ &= (7 + 43) + (39 + 61) + (8 + 32) \\ &= 50 + 100 + 40 \\ &= 150 + 40 \\ &= 190 \end{aligned}$$

例4:

计算 $548 + 996$

$$\begin{aligned} \text{解 1} \quad & 548 + 996 \\ &= 548 + 1000 - 4 \\ &= 1548 - 4 \\ &= 1544 \end{aligned}$$

解题思路:

把996当做1000，这样多加了4，就在548与1000相加的和里再减去4。这样计算起来又快又不易出错。

$$\begin{aligned} \text{解 2} \quad & 548 + 996 \\ &= (544 + 4) + 996 \\ &= 544 + (4 + 996) \\ &= 544 + 1000 \\ &= 1544 \end{aligned}$$

解题思路:

把548拆成544与4这两个部分，996与4相加和为1000，544再加1000结果是1544。这样计算既快又准。

练习二

1. $75 + 39 + 25 + 61$

2. $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + 27$

3. $740 + 287 + 260$

4. $998 + 578$

5. $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 20$

9. $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 19$

例5:

计算 $1 + 13 + 25 + 87 + 99 + 75 + 98 + 164$

$$\begin{aligned}& 1 + 13 + 25 + 87 + 99 + 75 + 98 + 164 \\&= (1 + 99) + (13 + 87) + (25 + 75) + 98 + 164 \\&= 100 + 100 + 100 + 98 + 164 \\&= 398 + 164 \\&= 400 + 164 - 2 \\&= 564 - 2 \\&= 562\end{aligned}$$

解题思路:

这道题是8个数相加，比较复杂，当第二步利用结合律后还剩两个数98和164不能用结合律，这时要灵活运用所学巧算的知识，如对 $100 + 100 + 100 + 98 + 164$ ，可以把398当成400，这样多加了2，再在加得的和中再减去2，结果是562。当然还可以把164拆成 $162 + 2$ 的形式。用 $398 + 2 + 162$ ，结果是相同的。

练习三

1. $7 + 39 + 43 + 61 + 8 + 32$
2. $135 + 49 + 65 + 24 + 11$
3. $14 + 9 + 11 + 89 + 91 + 86 + 97 + 258$
4. $126 + 99 + 174$

例6:

$$\begin{aligned}& \text{计算 } 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 20 \\& \quad 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 20 \\& = (1 + 20) + (2 + 19) + (3 + 18) \\& \quad + (4 + 17) + \cdots + (10 + 11) \\& = 21 \times 10 \\& = 210\end{aligned}$$

解题思路:

$1 + 20 = 21$, $2 + 19 = 21$, $3 + 18 = 21 \cdots \cdots$, 一共有多少个21呢? 1到20共20个数, 每两个数一对一共有 $20 \div 2 = 10$ 个21。(10是由 $20 \div 2$ 得来的)。由此可以得出 $(1 + 20) \times (20 \div 2)$ 。也就是用第一个加数加最后一个加数和乘以加数的总个数除以2的商。你能用这种方法计算 $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 20$ 。 $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 19$, 吗?

例7:

$$\begin{aligned}& \text{计算 } 2 + 4 + 6 + \cdots + 98 + 100 \\& \quad 2 + 4 + 6 + \cdots + 98 + 100 \\& = (2 + 100) \times (50 \div 2) \\& = 102 \times 25 \\& = 2550\end{aligned}$$

解题思路:

这题的每一项与它前面一项的差都相等即都是 2, 所以叫等差数列。后项与前项的差叫做公差。那么这是一个公差为 2 的等差数列求和, 第一项叫首项, 最后一项叫末项, 项数从 2 到 100 的所有偶数是 50 个, 所以是 50 项。等差数列的求和公式为:

$$\text{总和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$$

$$\text{项数} = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1$$

例 7 中首项为 2, 末项为 100, 项数为 50。所以用 $(2 + 100) \times (50 \div 2) = 2550$ 。

练习四

1. $21 + 22 + 23 + 24 + \dots + 50$

2. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$

3. $51 + 52 + 53 + 54 + \dots + 100$

4. $1 + 4 + 7 + \dots + 25 + 28$

5. $(2 + 4 + 6 + \dots + 100) - (1 + 3 + 5 + \dots + 99)$

6. $2 + 6 + 10 + \dots + 62$

7. $11 + 14 + 17 + \dots + 68 + 71$

8. $69 + 67 + 63 + \dots + 5 + 3 + 1$

9. 某剧院第一排有 22 个座位, 后一排都比前一排多 2 个座位, 最后一排是 70 个座位, 这个剧院共有多少个座位?

10. 有一堆一样的水泥管堆成梯形的形状, 最上面一层有 5 根, 每向下一层多 1 根, 最下一层有 35 根, 问这堆水泥管有多少根?

2. 减法中的巧算

加法运算可以巧算，减法运算也可以巧算。减法的巧算可以利用减法的性质，即 $5 - 2 - 1 = 5 - (2 + 1)$ ， $10 - (3 + 4) = 10 - 3 - 4$ ，如果用字母表示就是：

$$a - b - c = a - (b + c)$$

也就是从某数中连续减去几个数，等于从这个数中减去这几个减数的和。

反过来，从某数中减去几个数的和，等于从这个数中连续减去这几个加数。

例1：

计算 $513 - 56 - 44$

$$\begin{aligned} & 513 - 56 - 44 \\ &= 513 - (56 + 44) \\ &= 513 - 100 \\ &= 413 \end{aligned}$$

解题思路：

56和44凑成整百，再从513中减去它们的和，这里应用了减法的性质。从513中连续减去56和44，可以从513中减去56与44的和。

例2：

计算 $573 - (273 + 69)$

$$\begin{aligned} & 573 - (273 + 69) \\ &= 573 - 273 - 69 \\ &= 300 - 69 \\ &= 231 \end{aligned}$$

解题思路:

273与573的最后两位相同,相减后得整百数,就可以应用减法的性质,从573中减去273与69的和,可以从573减去273,再减69。

练习五

1. $1989 - 437 - 563$

2. $4723 - (723 + 189)$

3. $2356 - (256 + 159)$

4. $1308 - (149 + 308)$

例3:

计算 $342 - 197$

$$342 - 197$$

$$= 342 - (200 - 3)$$

$$= 342 - 200 + 3$$

$$= 142 + 3$$

$$= 145$$

解题思路:

把197看成200,先减200这样多减了3。再加上3。

例4:

$453 - 257$

$$453 - 257$$

$$= 453 - 253 - 4$$

$$= 200 - 4$$

$$= 196$$

解题思路:

设法让减数的最后几位数字和被减数的相同,257 可以分成253和 4, 从453中先减去253再减去 4。这样计算更简便。

例5:

计算 $1308 - 359 + 59$

$$\begin{aligned} &1308 - 359 + 59 \\ &= 1308 - (359 - 59) \\ &= 1308 - 300 \\ &= 1008 \end{aligned}$$

解题思路:

从1308里面先减去359再加上59,可以从359中先减去59,再用1308减去它俩的差。

从加减法的巧算中可以看出,在加减法的混合运算中,可以“去括号”,也可以“添括号”,当去的括号(或要添的括号)前面是加号时,要去的括号(或要添的括号)内运算符号不变,当要添的括号(或要去的括号)前面是减号时,要去的括号(或要添的括号)内运算符号要改变,原来减号变加号,加号变减号。例 5 就是添括号的题目,要添的括号前面是减号,添的括号内加号变成了减号,即 $1308 - 359 + 59 = 1308 - (359 - 59)$ 先用359减去59差为300,再用 1308 减去 300,差为1008,这样计算起来就简便多了。

练 习 六

1. 计算

(1) $2216 - 1256 - 748$

(2) $9216 - 999$

(3) $564 - 268$

(4) $1357 - 1003$

(5) $5000 - 2 - 4 - 6 - \cdots - 100$

2. 判断正误(对的画 $\checkmark$ ，错的画 $\times$)，并把错的改过来。

(1) $1976 - 345 - 345 = 1976 - (345 - 345) = 1876$

()

(2) $3712 - (712 + 500) = 3712 - 712 - 500 = 2500$

()

(3) $4954 - (854 + 180) = 4954 - 854 + 180 = 4280$

()

(4) $3450 - 325 + 225 = 3450 - (325 + 225) = 2900$

()

3. 乘法的简算

乘法也可以利用运算定律进行巧算。

乘法的运算定律有：乘法交换律，乘法结合律，乘法分配律。

什么叫做乘法交换律呢？

两个数相乘，交换因数的位置，它们的积不变。这叫做乘法交换律。

例如： $3 \times 5 = 5 \times 3$ 。

用字母表示： $a \times b = b \times a$

什么叫乘法结合律呢？

三个数相乘，先把前两个数相乘，再同第三个数相乘；

或者先把后两个数相乘，再同第一个数相乘，它们的积不变。这叫乘法结合律。

如：

$$(15 \times 4) \times 10 = 15 \times (4 \times 10)$$

用字母表示： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

应用乘法交换律和结合律，可以使一些计算简便。

例1：

计算 $25 \times 43 \times 4$

$$\begin{aligned} 25 \times 43 \times 4 \\ &= 43 \times (25 \times 4) \\ &= 43 \times 100 \\ &= 4300 \end{aligned}$$

解题思路：

先用乘法交换律交换了25和43的位置，再用乘法结合律，先把25和4相乘再与43相乘，这样计算又快又准，因为25和4相乘积为100。

这里介绍几组特殊的数，它们的积为整百数，整千数。

$$25 \times 4 = 100 \quad 50 \times 2 = 100$$

$$125 \times 8 = 1000 \quad 20 \times 5 = 100$$

练 习 七

1. $125 \times 27 \times 8$

2. $492 \times 5 \times 2$

3. $13 \times 50 \times 4$

4. $25 \times 135 \times 4$

例2:

$$32 \times 25 \times 125$$

$$\begin{aligned} & 32 \times 25 \times 125 \\ &= (4 \times 8) \times 25 \times 125 \\ &= (4 \times 25) \times (8 \times 125) \\ &= 100 \times 1000 \\ &= 100000 \end{aligned}$$

解题思路:

把32写成4乘以8的积,然后4与25结合,8与125结合,最后把两个积再相乘。

例3:

计算 $5 \times 13 \times 5 \times 40 \times 3$

$$\begin{aligned} & 5 \times 13 \times 5 \times 40 \times 3 \\ &= (5 \times 5 \times 40) \times (13 \times 3) \\ &= 1000 \times 39 \\ &= 39000 \end{aligned}$$

解题思路:

利用乘法结合律把 $5 \times 5 \times 40$ 先相乘,再把 13×3 相乘,最后用 1000×39 就得出了结果。

练 习 八

1. $8 \times 5 \times 125 \times 40$
2. $25 \times 17 \times 4 \times 2$
3. $5 \times 5 \times 8 \times 37 \times 5$
4. $35 \times 4 \times 25 \times 20$
5. 44×25

6. $320 \times 25 \times 125$

我们讲过了加法的运算定律、交换律和结合律，也讲了乘法的两个运算定律：交换律、结合律。乘法还有一个很重要的运算定律叫乘法分配律。

两个数的和同同一个数相乘，可以把两个加数分别同这个数相乘，再把两个积相加，结果不变。这叫做乘法分配律。

用字母表示 $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

应用乘法分配律可以使一些计算简便。

例4：

计算 104×25

$$\begin{aligned} & 104 \times 25 \\ &= (100 + 4) \times 25 \\ &= 100 \times 25 + 4 \times 25 \\ &= 2500 + 100 \\ &= 2600 \end{aligned}$$

解题思路：

把104写成 $(100 + 4)$ 然后利用乘法分配律，用100和4分别与25相乘，因为100与25相乘得2500，4与25相乘得整100，再把两个积相加，这样计算简便。

例5：

$$(5 - 3) \times 4 = 5 \times 4 - 3 \times 4$$

应用上面的两个数的差同一个数相乘的规律，也可以使一些计算简便。

例6：

计算 45×98

$$45 \times 98$$