

数学物语

SHUXUEWUYU

陆广地 主编 刘宗宝 主审

$$Ra + 40a + 40 \times 2a = 0$$

$$2a + b = x^{2x}$$
$$\pi = 3.141592654$$

$$x = ut \cos(\alpha)$$
$$y = ut \sin(\alpha)$$

$$va + vb = u$$

$$va = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$vb = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$va = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$vb = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$va = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$vb = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$va = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$vb = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$va = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$vb = \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

1533156

职业院校素质教育读本

数学物语

SHUXUEWUYU

陆广地 主编 刘宗宝 主审



江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学物语 / 陆广地主编. — 镇江 : 江苏大学出版社, 2011.11
ISBN 978-7-81130-273-8

I. ①数… II. ①陆… III. ①数学—普及读物 IV.
①O1—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 226217 号

数学物语

主 编/陆广地
策 划 人/汪再非
责任编辑/李经晶
出版发行/江苏大学出版社
地 址/江苏省镇江市梦溪园巷 30 号(邮编: 212003)
电 话/0511-84443089
传 真/0511-84446464
排 版/镇江文苑制版印刷有限责任公司
印 刷/丹阳市教育印刷厂
经 销/江苏省新华书店
开 本/889 mm×1 194 mm 1/24
印 张/7.5
字 数/225 千字
版 次/2011 年 11 月第 1 版 2011 年 11 月第 1 次印刷
书 号/ISBN 978-7-81130-273-8
定 价/22.00 元

如有印装质量问题请与本社发行部联系(电话:0511-84440882)

序 言

职业教育的发展在当下的中国处于历史上最好的时期,这是中国经济社会发展之幸,也是职教事业之幸。但对我们职教工作者来说,这仍然是一个巨大的挑战:把握机遇,为国家培养合格的和出色的产业人才以满足社会经济发展的要求,这是社会对我们的期待。

必须承认,由于观念的更新、目标的明确、生源的质量等可以理解的诸多因素原因,职业教育的质量仍旧在一定程度上徘徊不前,现实的瓶颈仍旧没有实现突破。也正是因为目前的教学质量评价体系和人才培养模式的改革仍然处于深化发展进程中,这些发展的良机也无疑成为巨大的历史性挑战。

就职校学生的情况来说,文化课的教学困境是不争的现实。数学教学更是很难开展,许多时候教学目标总是留在计划表中,学生总是不在状态,教学总是低效,许多工作甚至是无效。数学教学如何才能有效?这个问题已经多少次在改革探讨中出现,有人主张增加数学的教学投入和教学力量,有人主张数学课教学服务于专业课教学,还有人甚至主张取消数学课。数学到底有什么用?为什么要学数学?无论教学改革如何争鸣,无论意见措施多么新颖,数学教学的重要性都不能被否定或替代。忽视数学课的教学而所谓强化专业课程的教学,实际上是对职校专业课学习的曲解。数学对于专业课程的重要性,不仅仅体现在工程实践中的计算应用方面,更体现在数学思想逻辑和技巧方法的应用上。离开数学课程打下的坚实基础,专业课程的教与学将无从谈起,更不要说什么满意的效果。数学与其他课程的学习相互依存,共同发展,但数学更是其他课程的学习基础。

职业学校的数学教学,既要针对学生将来作为一个职业者的基本素质需求,也要为提高学生的职业竞争力着想,更要使学生具备可持续发展的潜力。在这样的背景下对数学教学的任何探索和思考都是积极的和有意义的。目前,虽然无法一下子解决数学教学中存在的问题,但总是向前方迈出了一步,突破也许就在这一一步一步的探索和积累中实现。

《数学乐读》和《数学物语》这两姊妹篇读物正是这种思考与探索中的教学尝试。《数学乐读》瞄准职校学生的兴奋点,采用一课一读的方式,“数学故事”、“幽你一默”、“数学谜语”等栏目编排独特而活泼,“随想随记”让学生享受与书本的互动,从中获得许多数学思想灵

感和方法,产生持久的学习兴趣。《数学乐读》可提高数学教学的有效性,堪称学生学习的“餐前水果”。《数学物语》着眼于职业领域,从实际生活中引出数学原形问题,从专业需要中引出数学教学内容,在数学思想和数学方法无处不在的生活实践中抽取鲜活的案例,在不知不觉中让学生置身于职业情境,让学生感受数学对未来职业生涯的重要价值,从而产生内在的学习动力。

本书作者陆广地老师是职业教育教师群体中的一员,他多年来一直在职业学校数学课程教学改革的一线努力思考和探索,不断总结经验与提升自己。这两本书稿已经完成多年,并且在职业院校的一些班级进行课堂教学尝试,取得了第一手实践经验。但愿这两本书的出版能起到抛砖引玉的作用,引发职业教育工作者的思考,对职业教育教学改革将大有裨益。职业教育的文化课程与教学改革,对我们职业教育工作者来说是一个方兴未艾的课题,需要我们不懈地努力,也值得我们去共同期待。

是为序。

刘宗宝

2011年6月9日

数学对世界的重要意义

(自序)

为什么要学数学?很多学生会说:“为了在数学考试中得高分啊!”其实,学数学主要不是为了应付考试,而是要在未来社会生活中,在科学技术发展中广泛地运用数学解决问题。中小学阶段所接触的数学都是很基础的内容,例如加减乘除。这些看起来很简单的运算,实际上到哪里都能用上,买东西算账、到银行存款算利息、测量土地、做设计,哪一样也离不开数学。

其他的数学知识也是如此。比如,公元前 200 多年的古希腊数学家阿波罗纽斯研究椭圆,当时看不出什么用处,可是到了 16—17 世纪,开普勒研究行星运动时,发现地球绕太阳旋转的轨道是个椭圆,于是阿波罗纽斯先前的研究就派上了大用场。从研究到实际派上用场,前后经历了近 2 000 年!

华罗庚和陈景润研究的数论开始时好像用处不大,后来发现它和“密码学”有密切关系。每个国家在通讯时都会有许多十分机密的信息需要传送,尤其是战争年代的军事通信。第二次世界大战时,英国数学家图灵帮助政府破译了德国军队的密码,击沉了许多潜艇。当时,美国也利用这个技术破译了日本的密码,击落了日本山本五十六大将的飞机,在太平洋上重创日本舰队。

数学是研究数和形的科学。凡是有“数量大小”和“形状位置”的事情都会与数学有关。看上去干巴巴的数学,正因为具有抽象特性,才会出乎意外地不知在什么地方派上用场。所以,我们不要害怕数学,更不要讨厌数学。数学像一只伶俐的小狗——你讨厌它,它就会向你叫,甚至冷不防咬你一口;你若亲近它,喜欢它,它则会是你的忠实朋友,帮助你度过艰难险阻,走向科学的彼岸,陪伴你充实地度过一生。

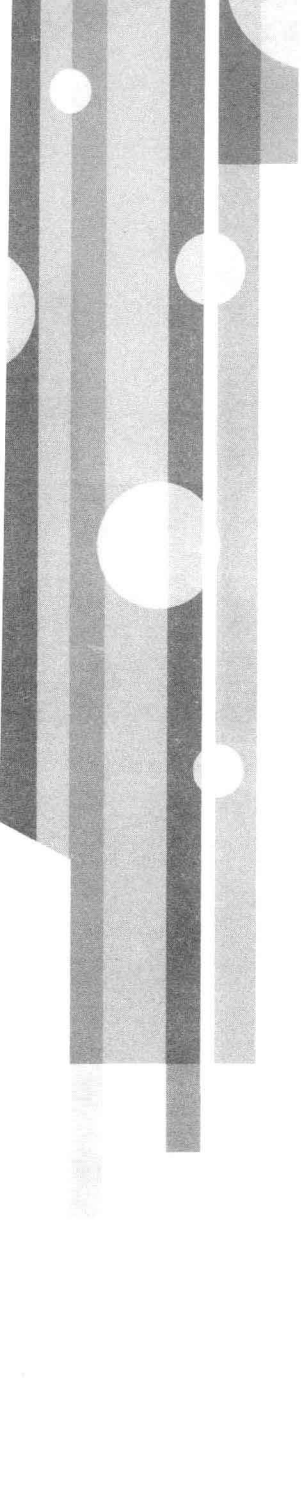
20 世纪下半叶以来,数学科学像其他科学技术一样迅速发展。数学本身的发展以及它与其他科学技术中的应用,可谓日新月异,精彩纷呈,然而许多鲜活的题材都来不及写成教材,或者挤不进短缺的课时中。在这样的情况下,以讲座和小册子形式,面向广大中学生和大学生,用通俗浅显的语言,介绍当代数学中的各种话题,无疑将会使青少年受益,这也是

我们编写这本书的初衷。

本书除了传播数学知识,也是和青少年中学生分享自己的体会。一般读者也会从书中了解数学应用,从而在理解上有的放矢,这对数学普及有着独特的意义。当然,由于水平有限,未能完全达到预期的目标,书中的不当之处,欢迎大家批评指正。

目 录

- 第 1 讲 数学在音乐艺术中的应用/001
- 第 2 讲 数学在绘画艺术中的应用/015
- 第 3 讲 数学在会计中的应用/025
- 第 4 讲 数学在汽车工程中的应用/033
- 第 5 讲 数学在广告设计中的应用/039
- 第 6 讲 数学在应用电子中的应用/051
- 第 7 讲 数学在机电一体化中的应用/057
- 第 8 讲 数学在信息技术中的应用/063
- 第 9 讲 数学在电子商务中的应用/073
- 第 10 讲 数学在旅游管理中的应用/085
- 第 11 讲 数学在市场营销中的应用/094
- 第 12 讲 数学在物流管理中的应用/107



第13讲 数学在医药、护理中的应用/113

第14讲 数学在物理学中的应用/124

第15讲 数学在化学中的应用/141

第16讲 数学在生物学中的应用/150

第17讲 数学在文学艺术中的应用/161

参考文献/171

后 记/173



第1讲 数学在音乐艺术中的应用

音乐是感觉中的数学,而数学是推理中的音乐,两者的灵魂是完全一致的!
……当人类智慧升华到完美境界时,音乐和数学就互相渗透而融为一体了。

——西尔维斯特

这是 1864 年西尔维斯特(J. J. Sylvester, 1814—1897 年,英国数学家)说出的耐人寻味的一段话。数学家的活动与艺术家的活动有许多共通之处,例如画家作画要进行色彩与形态的组合,音乐家作曲要把乐音组合起来,诗人作诗就是组词,而数学家则是把一定类型的概念组合起来进行证明。数学家的创作并非按部就班地推理,一些重要的思想常常不期而遇,甚至来不及清楚而合乎逻辑地看出证明途径,就像作曲家和艺术家一样,依靠的是灵魂或顿悟。1979 年美国曾出版了一部引起轰动的书《GBE——一条永恒的金带》,其中列举了大量事例,指出数学中的哥德尔定理与艺术界埃舍尔的绘画、巴赫的音乐之间有惊人的共同精神。

音乐(教育或表演)专业培养具有较好音乐素养和教学(表演)能力的专门人才。通过本专业的学习,系统掌握音乐教育的基础理论与方法,能运用所学知识掌握分析、解决问题以及进行教学研究(表演)的能力;具有较强的声乐、器乐表演能力和音乐鉴赏、辨别能力;掌握音乐作品的分析方法,具备一定的音乐创编能力;具有较强的组织音乐教育教学活动、文艺活动和竞赛工作的能力。

表面上看来音乐与数学是相差最大的两门学科,但是它们却有非常紧密的联系,无论是从外表(有时严肃冷静,有时热情高昂)还是从内容(琴谱和数学图像)上看,都是培养优秀人才的途径,在今天两者携手合作已是大势所趋。

第 1 节 数学与音乐的关系

数学和音乐位于人类精神的两个极端,一个人全部创造性的精神活动就在这两个对立点的范围之内展开,而人类在科学和艺术领域中所创造出来的一切都分布在这两者之间,音乐和数学正是抽象王国中盛开的瑰丽之花,它们的美交相辉映。

若干世纪以来,音乐和数学一直被联系在一起。在中世纪时期,算术、几何、天文和音乐都包括在教育课程之中。今天的新式计算机正在使这条纽带绵延不断地延伸。

孔子说的六艺“礼、乐、射、御、书、数”,其中“乐”指音乐,“数”指数学。即当时孔子就已经把音乐与数学并列在一起。我国的七弦琴(即古琴)取弦长 $1, 7/8, 5/6, 4/5, 3/4, 2/3, 3/5, 1/2, 2/5, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8$ 得所谓的 13 个徽位,含纯率的 1 度至 22 度,声音非常自然,是很理想的弦乐器。我国著名古琴家查阜西早就指出,要学好古琴,必须对数学有一定素养。

世界著名的波兰作曲家和钢琴家肖邦很注意乐谱的数学规则、形式和结构,有位研究肖邦的专家称肖邦的乐谱“具有乐谱语言的数学特征”。

1. 数学对音乐的影响

除了数学与乐谱的明显关系外,音乐还与比率、指数曲线、周期函数和计算机科学相联系。

乐谱书写是表现数学对音乐的影响的第一个显著的领域(见图 1)。在乐谱上,我们可看到速度、节拍($4/4$ 拍、 $3/4$ 拍等)、全音符、二分音符、四分音符、八分音符、十六分音符等。书写乐谱时确定每小节内的某分音符数,与求公分母的过程相似——不同长度的音符必须与某一节拍所规定的小节相适应。作曲家创作的音乐在书写的乐谱的严密结构中非常美丽而又毫不费力地融为一体。如果对一件完成了的作品加以分析,可见每一小节都使用不同长度的音符构成规定的拍数。



图 1 乐谱

2. 音乐——数学的另一种表达形式

19 世纪数学家约翰·傅里叶的工作使乐声性质的研究达到顶点。他证明所有乐声(器乐和声乐)都可用数学式来描述,这些数学式是简单的周期正弦函数的和。每一个声音有 3 个性质,即音高、音量和音质,将某一乐声与其他乐声区别开来。

傅里叶发现声音的这 3 个性质可以在图形上清楚地表示出来。音高与曲线的频率有关,音量和音质分别与周期函数的振幅和形状有关。你是否曾对大型钢琴为何制作成那种形状表示过疑惑?实际上许多乐器的形状和结构都与各种数学概念有关。指数函数和指数曲线就是这样的概念。指数曲线由具有 $y=a^x$ 形式的方程描述,式中 $a>0$ 。一个例子是 $y=2^x$,它的坐标图如图 2 所示。

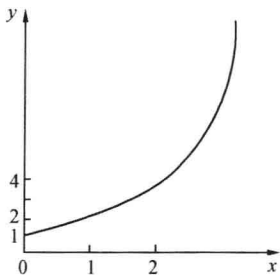


图 2 指数曲线图

如果不了解音乐的数学特性,在创作音乐和设计乐器方面就不可能有所进展。数学(具体地说即是周期函数)在乐器的现代设计和声控计算机的设计方面是必不可少的。不管是弦乐器还是由空气柱发声的管乐器,它们的结构都反映出一条指数曲线的形状,许多乐器制造者都将其产品的周期声音曲线与这些乐器的理想曲线相比较。如图 3 中音排笙乐器的形状特别优美,图 4 所示的大号外形就如同一条指数曲线。

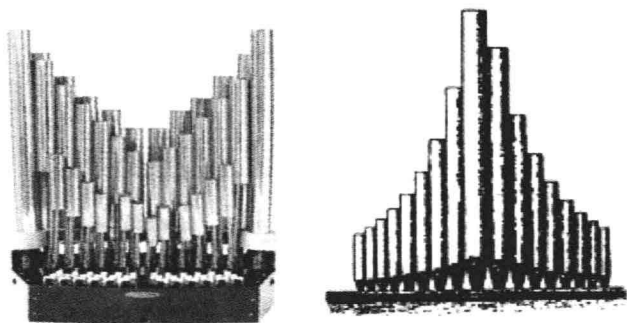


图3 中音排笙

数学和音乐是人类历史文化中的两大宝贵财富,正如同著名科学家 Einstein 所说:“我们这个世界可以用音乐来表现,也可以用数学来表现。”

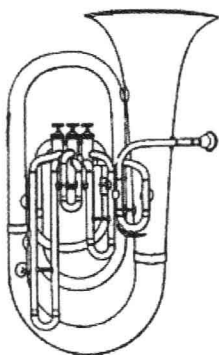


图4 大号的外形曲线

电子音乐复制的保真度也与周期曲线密切相关。音乐家和数学家将继续在音乐的产生和复制方面发挥同等重要的作用。图5表示一根弦的分段振动和整体振动,最长的振动决定音高,较小的振动则产生泛音。

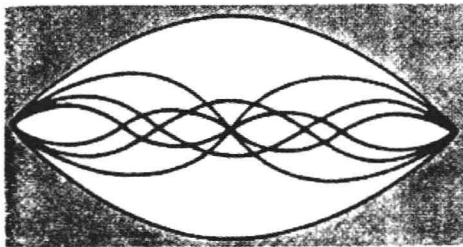


图5 弦振动与音高、泛音的关系

音乐是心灵和情感在声音方面的外化,数学是客观事物高度抽象化和逻辑思维的产物,那么“多情”的音乐与“冷酷”的数学也有关系吗?我们的回答是肯定的,甚至可以说音乐与数学是相互渗透、互相促进的。

数学与音乐之间有着某些相似之处,在评判一个音乐家的表演水平以前,首先要确认一个起码的前提:他的音是准的,但仅仅是音准并不能使他成为一个音乐家。就像是对一位历史学家的著作只评判说他没有说瞎话,也是不得要领的。

《春江花月夜》和肖邦小夜曲的旋律并不是先天存在于自然界中的,在大自然中,你绝不会听到类似于人造的、令人着迷的音乐,因为它是你的心声。在数学里, n 维空间、无限空间等人造的世界,甚至“2”、“直线”、“平面”也都是人类精神最抽象的产物。

1952年12月在武汉召开的全国聂耳、冼星海作品研讨会上,武汉音乐学院院长曾宣读了一篇引人注目的论文《论〈义勇军进行曲〉的数列结构》,该文整个建立在数学基础上,从而提出了一种突破传统式结构理论的观点,论文的新颖观点在当时不仅引起轰动,而且引发了音乐工作者的思考,他们都认为数学和音乐之间可能有某种深奥的内在联系。

3. 数学与音乐的关系

从希腊时代开始,数学和音乐就紧密相连,到今天,自动作曲软件从数学应用中获得长足进步。令人惊异的是,我们可以运用数学知识来解释音乐的许多规则(其中包括音乐基本元素——乐音),但许多东西还是无法用数学来解释。不过不必为此沮丧,因为本质上说艺术行为不一定要服从科学道理。

那么数学和音乐有联系吗?表面看,音乐与数学似乎“绝缘”,其实不然。数学与音乐究竟有什么联系呢?为了回答这个问题,我们先介绍一下有趣的“音乐数”。

众所周知,弹三弦或拉二胡时手指要在琴弦上有规律地上下移动,才能演奏出美妙的音乐。假如手指胡乱移动,便弹不成曲调了。那么,手指在琴弦上的移动对发声有什么作用呢?原来声音是否悦耳动听与琴弦的长短有关。长度不同,发出的声音也不同。手指上下移动,不断地改变琴弦的长度,发出的声音便高低起伏、抑扬顿挫。如果是3根弦同

数学和音乐是人类精神两种最伟大的产品。它们全然是人造的两个金碧辉煌、自给自足的世界,前者仅用了10个阿拉伯数字和若干符号就造出了一个无限的真的世界,后者仅用了5条线和一些蝌蚪状的音符就造出一个无限的美的世界。

时发音,只有当它们的长度比是 $3:4:6$ 时,发出的声音才最和谐、最优美,于是人们便于人们便把 $3,4,6$ 称为“音乐数”。最早揭开音乐与数学之间关联这一神秘面纱的,当数2500年前古希腊著名数学家毕达哥拉斯。

4. 数学与音乐都是美的象征

罗素这位数学思想大师就曾毫不掩饰地说过:“数学,如果正确地看它,则具有……至高无上的美——正像雕刻的美,是一种冷而严肃的美,这种美不是投合我们天性的微弱的方面,这种美没有绘画或音乐的那些华丽的装饰,它可以纯净到崇高的地步,能够达到严格的只有最伟大的艺术才能显示的那种完美的境地。一种真实的喜悦的精神,一种精神上的亢奋,一种觉得高于人的意识——这些是至善至美的标准,能够在诗里得到,也能够数学里得到。”

数学来源于实践,又经过抽象提炼,因此随着数学的产生,美感的一般表现形式——自然美、艺术美就存在于数学之中:直线的刚劲平稳、曲线的柔和光滑,无不充满大自然的诗情画意;而符号的简明、公式的流畅、推理的精炼…使数学和音乐一样充满艺术魅力。数学的美包括简洁美、对称美、统一美、奇异美等,数学的美是具体、形象和生动的。我们不仅要有一双善于捕捉美的眼睛,而且要有一颗感受美的心灵以及追求美的愿望。

数学美与数学知识相比,前者呈“隐性”,后者呈“显性”。但是,很多知识的有效性是短暂的,而美的思想的有效性却是长期的,能使人受益终生;知识存在的形态是呆板的,而美的存在形态是活泼的,能使人的心灵受到召唤。数学发展的历史还表明,数学发现往往起因于思维的乐趣或数学美的召唤。正如法国大数学家彭加勒指出:“能够作出数学发现的人是具有感受数学中的秩序、和谐、对称、整齐和神秘美等能力的人,而且只限于这种人。”

因此,就数学教学而言,“知识诚可贵,思想价更高,若为创造故,求美不可抛”。

5. 音乐和数学都培养真善美

有人认为,数学属于逻辑思维,音乐是形象思维,它们是两种完全不同的思维方式,绝不能放在一起“说三道四”。这无疑是一种偏见。数学

英国学者波兰尼提到的“意会知识”认为:数学是概念的音乐,音乐是“感觉的数学”,这是将数学和艺术糅合在一起。

与音乐不仅仅“形似”，而且“神似”。我们知道，有文字的艺术可以骗人，但没有文字的音乐却不能骗人，它是人类心灵深处灵魂的表白和倾诉，没有半点矫揉造作，没有虚伪和掩饰。而数学以它的逻辑严谨和确切无误的推理书写着自己的真实和忠诚，它是如此深刻而又踏实地反映出大自然的规律和法则，在宇宙中垒建起一座令人肃然起敬的科学大厦，美轮美奂而又“遵纪守法”，不会有半点的瑕疵和谬误，这种对真理性的追求堪称各门学科的楷模。

德国数学家把数学看做音乐的基础，把音乐看做“心灵的算术练习”。

音乐之所以能打动人，是在于它美。当你人在天涯，家乡遥远，夜半时分，万籁俱寂的时候，当马思聪的《思乡曲》或者德沃夏克《新大陆》第二乐章中的慢板飘然而至的时候，那美得令人颤抖的旋律仿佛在轻抚着远离家乡的游子的心灵。人们所感受到的一定是浓郁的乡愁，一种“天阶夜色凉如水，卧看牵牛织女星”的童年的回忆，它是那样的牵扯心魂，拂拭不去，又是那样的含温带热，可触可摸，是一种“无奈归心，暗随流水到天涯”的对家乡刻骨铭心的依恋。音乐，它竟然美得如此温柔，如此热烈，如此浪漫，美得使人遐想联翩。

数字也是动人的。哪怕一个简单的公式，就是几个符号与数学的简单组合，它就美得那么朴实而不张扬，没有故弄玄虚，一切都显得那么平实自然，那么统一，那么生动，那么和谐，就像一幅出色的风景画，哪怕添多一株小草也会破坏画面的协调一样，它给我们带来的同样是一种美的冲击和智力享受的乐趣。数学，它美得深沉，美得冷峻，美得简洁，美得使人毋庸置疑。

数学与音乐其实就是天作之合。它们是人类文明智慧的结晶，是对宇宙万物的和谐与自然的礼赞，是人性中真善美的皈依；它们是人世间一切美好事物中流淌出来的华彩，是人类心灵中那种欲说还休的情感的流露。数学与音乐那种“剪不断，理还乱”的纠缠常常又使我们感动不已，音乐中那绕梁三日的泛音，只有数学能给它以理性的解释，数学中的“黄金分割”又在音乐中找到了广泛的应用；数学与音乐中美的来源几乎都是对称和简洁。我们似乎很难分清什么是数学，什么是音乐了，但数学与音乐给予我们的恰恰就是人类最美好的情感，最真实的语言，最善良的人性，最崇高的道德情操和对真善美锲而不舍的追求！

第2节 数学与音乐相融

千百年来,音乐和数学都被紧密地联系在一起。早在公元前 500 年的毕达哥拉斯时代,人们已经意识到音乐的和谐与否可以用其频率的数学关系来诠释。最近几十年,随着数学和计算机科学的发展,一种全新的音乐形式——MIDI(musical instrument digital interface)音乐诞生了,越来越多的人再次注意到数学和音乐的完美融合。

1. 音乐理论的鼻祖毕达哥拉斯

毕达哥拉斯是古希腊著名的数学家,公元前 572 年生于爱琴海中临近小亚细亚的萨摩斯岛,公元前 500 年卒于他林敦。最早悟出万事万物背后都有教的法则在起作用的,就是毕达哥拉斯。

毕达哥拉斯研究数学的目的并不在于实用,而是为了探索自然的奥秘,他以发现并证明勾股定理著称。作为数学家,毕达哥拉斯可谓是功绩显赫,不过,他对音乐的贡献也不可低估。相传毕达哥拉斯经过一家铁匠铺,听到铁锤打击铁砧的声音,辨认出了 4 度、5 度和 8 度 3 种和谐音,他猜想是由于铁锤重量的不同导致了声音的不同,并通过称量不同铁锤的重量确认了其间的关系。

毕达哥拉斯学派(公元前 585 年—公元前 400 年)最先用比率将音乐与数学联系起来。他们认识到拨动琴弦所产生的声音与琴弦长度有关(见图 6),从而发现了和声与整数的关系。他们还发现谐声是由长度成整数比的同样绷紧的弦发出的——事实上被拨弦的每一和谐组合均可表示成整数比。按整数比增加弦的长度,就能产生整个音阶。例如,从产生音符 C 的弦开始,C 的 $16/15$ 长度给出 B,C 的 $6/5$ 长度给出 A,C 的 $4/3$ 长度给出 G,C 的 $3/2$ 长度给出 F,C 的 $8/5$ 长度给出 E,C 的 $16/9$ 长度给出 D,C 的 $1/2$ 长度给出低音 C。

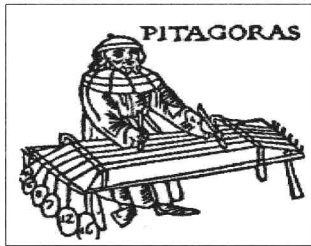


图 6 拨动琴弦的声音与琴弦长度有关