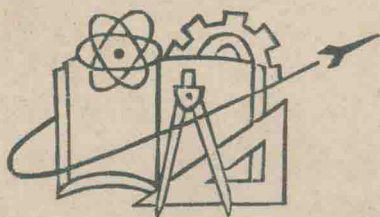


高考数学试题汇解

(参考资料)



$$\|a\|_{g(x)} \triangleq \int_{(a,b)}^{\infty} d \left[f(x) dx + \infty(x,y) \perp \infty \odot f(x) \cos \beta \Pi \right]$$

烟台师专数学系资料室

在科学上面是没有平坦的大路可走的，只有那在崎岖小路的攀登上不畏劳苦的人，有希望到达光辉的顶点。

——马克思

人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。

——毛泽东

我们完全有信心和决心去完成新时期对科学文化战线提出的重大任务。我们将以一个具有高度文化的民族出现于世界。

——华主席在全国科学大会上的讲话

说 明

在全国各条战线贯彻执行华主席、党中央抓纲治国战略决策的大好形势下,教育战线也呈现一派崭新的大好局面。批判“两个估计”,改革高校招生制度,为快出人才、多出人才创造了有利条件。广大青少年学习科学文化的积极性空前高涨,教育工作者为培养社会主义革命和建设的人才而忘我劳动,都在争取为加速实现四个现代化做出更多的贡献。

基于以上形势,我们汇编了《高考数学试题汇解》这本小册子,目的是为提高教学质量提供一点参考资料。本书分“汇集”和“解答”两部分:前者为1977年二十九省市自治区高考试题及1951年—1965年全国统一高考试题;后者为按试题内容难易程度,概略地分“代数、几何、三角、解析几何、参考题”等进行的解答。为便于查找,前者每题后面附有题号,如“解、4”,系指“解答”中解析几何部分第4题(余类同);后者每题后面附有某省某年等字样,如“52”,系指1952年试题(余类同)。为了节省篇幅,在解答中适当简化了步骤,版面上适当增加了字数,故显得不够规范。

汇编此书,得到了兄弟院校和有关单位的积极支援,我们表示衷心地感谢。但由于原试题多系传抄转寄,时间仓促,再加上我们水平所限,书中肯定会有不少缺点和错误,希同志们批评指正。

烟台师专数学系资料室

一九七八年一月

一、 高考数学试题汇集..... (1)

(一) 1977年二十九省市自治区高考试题……(1)

山东..... (1)

江西..... (33)

北京..... (3)

湖北..... (35)

上海..... (5)

湖南..... (36)

天津.....(7)

广东.....(38)

黑龙江.....(9)

广西.....(40)

吉林..... (12)

貴州.....(42)

订宁..... (13)

云南.....(43)

內蒙古……………(15)

四川……………(45)

河北..... (17)

陝西.....(46)

山西..... (20)

宁夏公路局 (二) (48)

河南..... (21)

甘肃... (50)

安徽..... (23)

書海..... (52)

江菜..... (26)

新疆..... (54)

浙江..... (28)

西藏.....(55)

福建..... (20)

(二) 1951—1965年全国统一高考试题… (57)

1951年…………… (57)

1959年…………… (67)

1952年…………… (59)

1960年…………… (69)

1953年…………… (60)

1961年…………… (70)

1954年…………… (62)

1962年…………… (72)

1955年…………… (63)

1963年…………… (73)

1956年…………… (64)

1964年…………… (75)

1957年…………… (65)

1965年…………… (77)

1958年…………… (66)

二、高考数学试题解答…………… (80)

(一) 代数部分…………… (80—163)

(二) 几何部分…………… (164—216)

(三) 三角部分…………… (217—259)

(四) 解析几何部分…………… (259—280)

(五) 参考题部分…………… (280—311)

一 高考数学试题汇集

(一) 1977年二十九省市自治区高考试题

山 东

一、解下列各题:

1、 $\sqrt{(3-x)^2} = ?$ (代、23)

2、 $\lg 2 + \lg 5 + \lg \sqrt{10} + \lg 0.01$
 $+ \log_3 \log_3 3 = ?$ (代、81)

3、写出函数的定义域:

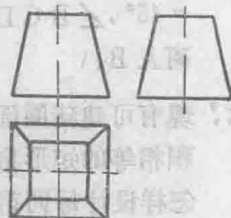
(1) $y = \log_a x;$

(2) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x+3}.$ (代、180)

4、写出过点(2, 3)斜率为 $-\frac{1}{2}$ 的直线方程;
(解、6)

5、求椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点的坐标;
(解、28)

6、如右图所示的三视图是
什么几何体?(几、111)



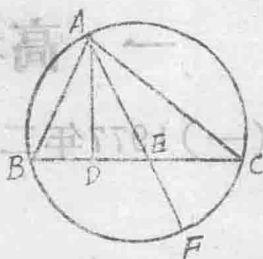
二、设AD是 $\triangle ABC$ 的高,在线
段BC上取点E,使 $\angle EAC$
 $= \angle BAD$, 延长AE交
 $\triangle ABC$ 的外接圆于点F.

(第一、6题)

求证: AF 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径. (几、48)

三、 $x^2 - \cos \alpha \cdot x + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha = 0$
 $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$

为关于 x 的二次方程. 当 α 为何值时, 方程有两个不相等的实数根? 它的根是什么? (代、138)



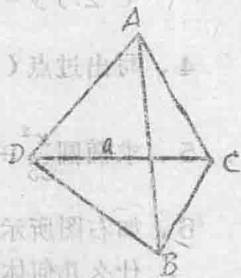
四、在半径为 R 的一块圆形铁板上, 剪去一个圆心角为 α 弧度的扇形, 用剩下的铁板做一个圆锥形容器. (铁板厚度和加工量不计)

1、用 R 和 α 表示圆锥底面半径 r 、圆锥高 h 、圆锥容积 V ;

2、当 $R = 20 \text{ cm}$, $\alpha = \frac{2\pi}{5}$ 弧度时, 计算圆锥容积 V . (取 $\pi \approx 3.14$, 精确到 1 cm^3) (几、106)

五、我炮兵阵地位于 A , 两观察所分

别设于 C 、 D . 已知: $\triangle ACD$ 为一正三角形, 且 $CD = a$, 当目标出现于 B 时, 测得 $\angle CDB = 45^\circ$, $\angle BCD = 75^\circ$, 求炮目距离 AB . (三、87)



六、现有可建猪圈围墙 l 米的材料, 要建彼此相连的 m 间面积相等的矩形猪圈, (如图)(门在内, 墙的厚度不计). 怎样设计每间猪圈的长和宽, 才能使所建猪圈的总面积最大? 按这种设计, m 间猪圈长的总和与宽的总和有什么

么关系?

。象图画出(代、210)



参考题(不作录取成绩,考生可视能力尽量作)

一、求极限: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2}$. (参、17)

二、用定积分证明: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的面积

$S = \pi ab$. (参、50)

北 京

一、解方程 $\sqrt{x-1} = 3-x$. (代、104)

二、计算 $2^{-\frac{1}{2}} + \frac{2^0}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$. (代、17)

三、已知 $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$, 求 $\lg \sqrt{45}$. (代、88)

四、证明 $(1 + \tan \alpha)^2 = \frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha}$. (三、35)

五、求过直线 $x+y-7=0$ 和 $3x-y-1=0$ 的交点, 并且过点 $(1, 1)$ 的直线方程. (解、15)

六、某工厂今年七月的产值为 100 万元, 以后每月产值比上个月增加 20%, 问今年七月份到十月份的总产值是多少? (代、238)

七、已知二次函数 $y = x^2 - 6x + 5$.

①求出它的图象的顶点坐标和对称轴方程。

②画出它的图象。

③分别求出它的图象和 x 轴, y 轴交点的坐标。

(代、192)

八、一只船以20海里/小时的速度向东航行。起初船在A处,看见一灯塔B在船的北 45° 东(即北偏东 45°)方向,一小时后船在C处看见这个灯塔在船的北 15° 东(即北偏东 15°)方向,求这时船和灯塔的距离CB。(三、68)

九、有一个圆内接三角形ABC, $\angle A$ 的平分线交BC于D, 交外接圆于E, 求证: $AD \cdot AE = AC \cdot AB$

(几、44)

十、当 m 取哪些值时, 直线 $y = x + m$ 与椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 有一个交点, 有两个交点, 当它们有一个交点时画出它们的图形。

(解、34)

参考题 (不记分, 作录取后跳级的参考)

一、①求函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{\pi}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 的导数。

(参、20)

②求椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积。

(参、56)

二、①试用“ $\varepsilon - \delta$ ”语言叙述“函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续”的定义。

②试证明若 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续, 且 $f(x_0) > 0$ 时则存在一个 x_0 的邻域 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 在这邻域内处处有 $f(x) > 0$ 。

(参、16)

上海

一、(20分)

1、化简： $\left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2+2ab+b^2}\right) + \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$ (5分) (代、33)

2、计算： $\frac{1}{2} \lg 25 + \lg 2 - \lg \sqrt{0.1} - \log_2 9 \cdot \log_3 2$ (6分) (代、83)

3、 $\sqrt{-1}$ 记作 i ，验算 i 是不是方程 $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = 0$ 的解。
(3分) (代、126)

4、求证： $\frac{\sin(\frac{\pi}{4} + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{4} - \theta)} + \frac{\cos(\frac{\pi}{4} + \theta)}{\cos(\frac{\pi}{4} - \theta)} = \frac{2}{\cos 2\theta}$ (6分) (三、38)

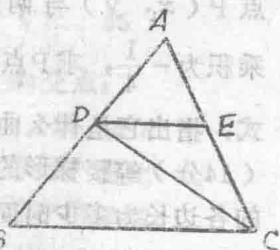
二、(8分) 在 $\triangle ABC$ 中，

$\angle C$ 的平分线交 AB 于 D ，

过 D 作 BC 的平行线交 AC

于 E ，已知 $AC = b$ ， $BC =$

a ，求 DE 的长。(几、16)



三、(10分) 已知圆 A 的直径为 B

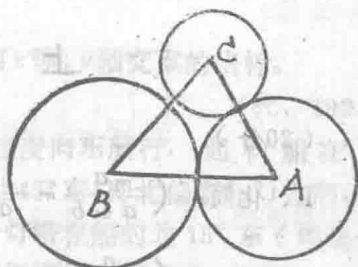
$2\sqrt{3}$ ，圆 B 的直径为 $4 - 2\sqrt{3}$ ，圆 C 的直径为 2 ，

圆A与圆B外切,圆A

又与圆C外切, $\angle A$

$= 60^\circ$, 求:

① BC的长, ② $\angle C$ 的
度数。(三、79)



四、(10分) 正六棱锥 $V-ABCDEF$

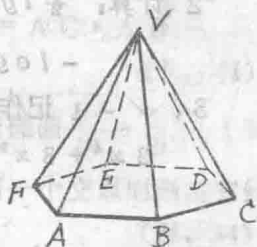
DEF的高是 2 cm , 底面边

长为 2 cm , 求:

① 按 $1:1$ 画出它的三视图;

② 求它的侧面积;

③ 求它的侧棱和底面夹角。(几、113)



五、(5分) 解不等式组 $\begin{cases} 16-x^2 \geq 0 \\ x^2-x-6 > 0 \end{cases}$ 并在数轴上把它
的解表示出来。(代、176)

六、(12分) 已知两定点 $A(-4, 0)$ 、 $B(4, 0)$, 一动
点 $P(x, y)$ 与两定点A、B的连线PA、PB斜率的
乘积为 $-\frac{1}{4}$, 求P点的轨迹方程, 并把它化成标准形
式, 指出它是什么曲线?(解、36)

七、(14分) 等腰梯形的周长为60, 底角为 60° , 问这梯形
的各边长为多少时面积最大?(代、208)

八、(14分) 当 k 为何值时, 方程组 $\begin{cases} x - \sqrt{y-2} = 0 \\ kx - y - 2k - 10 = 0 \end{cases}$

的两组解相同并求出这组解

(代、145)

附 加 题

九、(14分) 如图所示, 半圆

O的直径MN为2, 延长

OM到A使MA=1, B

为半圆上任意一点, 以

AB为一边作等边 $\triangle ABC$, 问B在什么位置时四边形

OACB的面积最大? (参、33)

十、(16分) 已知曲线 $y = x^2 - 2x + 3$ 与直线 $y = x + 3$ 相

交于P(0, 3)、Q(3, 6)两点,

①分别求出曲线在各交点的切线斜率;

②求曲线与直线围成的图形的面积。 (参、47)

天 津

一、(每小题满分6分, 5小题共30分)

1、在什么条件下, $\frac{y}{2x}$ ①是正数; ②是负数;

③等于零; ④没有意义。 (代、1)

2、比较下列各组数中的大小, 并说明理由。

① $\cos 31^\circ$ 与 $\cos 30^\circ$; (三、2)

② $\log_2 1$ 与 $\log_2 \frac{1}{4}$ 。 (代、64)

3、求值: ① $\lg(5 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2})$; (三、95④)

② $(-2)^0 (0.01)^{-\frac{1}{2}}$ 。 (代、9)

4、计算: $\lg 12.5 - \lg \frac{5}{8} + \lg \sin 30^\circ$ (代、73)

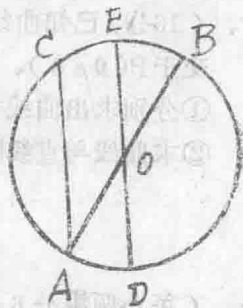
5、解方程: $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1 - \frac{1}{x+2}$ (代、101)

二、(每小题满分8分, 3小题共24分)

- 1、某厂准备在仓库的一侧建立一个矩形储料场(如图), 现有50米长的铁丝网, 如果用它来围这储料场, 那么长和宽各是多少, 这个储料场的面积最大? 并求出这个最大面积。 (代、199)

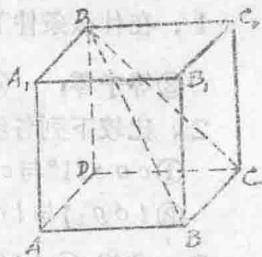


- 2、已知: 如图, AB 、 DE 是 $\odot O$ 的直径, AC 是弦, $AC \parallel DE$, 求证: $CE = BE$ 。



(几、32)

- 3、在如图所示棱长为 a 的正方体里: ①求 CD_1 和 AB 所成的角的度数; ②求 $\angle B_1BD_1$ 的正弦值。



(几、69)

三、(本题满分15分)

如果已知 $bx^2 - 4bx + 2(a+c) = 0$

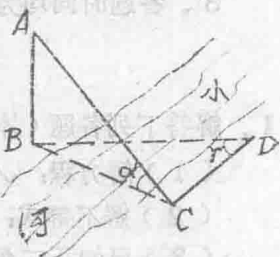
(其中 $b \neq 0$) 有两个相等的实数根,

求证 a, b, c 成等差数列。

(代、235)

四、(本题满分16分)

- 1、如图,为求河对岸某建筑物的高 AB , 在地面上引一条基线 $CD = a$, 测得 $\angle ACB = \alpha$, $\angle BCD = \beta$, $\angle BDC = \gamma$, 求 AB ;



- 2、如果 $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 75^\circ$, $\gamma = 45^\circ$, $a = 33$ 米, 求建筑物的高 (保留到个位)。(三、66)

五、(本题满分15分)

- 1、求直线 $3x - 2y + 1 = 0$ 和 $x + 3y + 4 = 0$ 的交点坐标;
2、求通过上述交点, 并同直线 $x + 3y + 4 = 0$ 垂直的直线 l 的方程。(解、16)

六、附加题(不计入总分, 另外计分, 每题15分)

- 1、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ 的值。(参、19)

- 2、计算 $\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}} dx$ 。(参、42)

黑 龙 江

考生须知:

- 1、文科考生只要求解答1~7题(共100分)
2、理科考生要求解答2~8题(共100分); 有能力者可解答第九题。(该题是参考题, 在100分之外另加20分)具有较高程度者还可解答第十题, (该题是加试题, 不记分, 只评甲、乙、丙)。

3、答题时间均为120分钟。

正 题

1、解答下列各题（本题15分）

（1）解方程： $\sqrt{3x+4}=x$ ；（代、106）

（2）解不等式： $|x|<5$ ；（代、167）

（3）已知正三角形的外接圆半径为 $6\sqrt{3}\text{cm}$ ，求它的边长。（三、57）

2、计算下列各题：（本题21分）

（1） $\sqrt{m^2-2ma+a^2}$ ；（代、27）

（2） $\cos 78^\circ \cos 3^\circ + \cos 12^\circ \sin 3^\circ$ （不查表求值）；
（三、15）

（3） $\arcsin [\cos \frac{\pi}{6}]$ 。（三、95①）

3、解下列各题：（本题16分）

（1）解方程： $3^{x+1} - 9^{\frac{x}{2}} = 18$ ；（代、115）

（2）求数列2，4，8，16，……前十项的和。
（代、227）

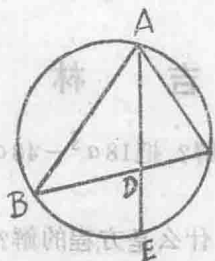
4、解下列各题：（本题14分）

（1）圆锥的高为6cm，母线和底面成 30° 的角，求它的侧面积；
（几、81）

（2）求过点（1，4）且与直线 $2x-5y+3=0$ 垂直的直线方程。（解、8）

5、如果 $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 的平分线交BC于D，交它的外接圆于E，那么： $AB \cdot AC = AD \cdot AE$ （本题14分）

（几、36）



- 6、前进大队响应毛主席关于“绿化祖国”的伟大号召，1975年造林200亩，又知1975年至1977年这三年内共造林728亩，求后两年造林面积的年平均增长率是多少？（本题10分）

（代、159）

- 7、解方程： $\lg(2^x + 2x - 16) = x(1 - \lg 5)$ 。（本题10分）（代、119）

- 8、已知三角形的三边成等差数列，周长为36cm，面积为 54cm^2 ，求三边的长。（本题15分）（代、234）

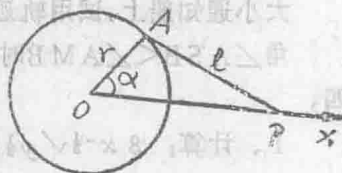
- 9、参考题如图。

AP表示发动机的连接杆，

OA表示它的曲柄，当A在

圆上作圆周运动时，求P点

的横坐标。为什么当 α 是直角时， $\angle P$ 是最大？



（本题20分）（参、9）

- 10、（加试题）求曲线 $y = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上曲边梯形绕X轴旋转一周所形成的旋转体体积。（本题评甲、乙、丙）（参、54）

吉 林

一、1、什么叫因式分解？把 $18a^3 - 48a^2b + 3ab^2$ 分解因式。 (代、51)

2、什么是方程？什么是方程的解？

解方程： $\frac{2}{x-2} + x = \frac{x}{x-2}$ (代、96)

3、在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 是直角， CD 是 AB 上的高。

已知 $AB = 9$ ， $AC = 6$ ，求 CD 。 (几、9)

二、方程 $x^2 + 4x + k = 0$

①当 k 为何值时方程有两个不同实根；

②当 k 为何值时方程有两个相同实根；

③当 k 为何值时方程没有实根。 (代、128)

三、什么是平面上点的轨迹？

某港口外海面上，有一个暗礁区，为进港船只的安全，建有 A 、 B 二灯塔，把暗礁区所张的危险角 $\angle AMB$ 的大小通知船上，试用轨迹含意证明，只要进港船只 S 的视角 $\angle ASB < \angle AMB$ 时，船只就可安全进港。(几、53)

四、

1、计算： $8x^{-\frac{1}{3}} \sqrt{y^{\frac{1}{2}} x^4} \sqrt{y^{\frac{2}{3}}}$ (代、19)

2、证明： $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ (代、95)

3、证明： $\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta}{2 \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)}$

$= \tan(\beta - \alpha)$ (三、37)

4、计算：在等比数列里，已知 $a_1 = 2$ ， $S_3 = 26$ ，

求 q 。 (代、230)