

教育“十二五”规划教材

北京市精品课程教材



# 可控电源 供电电机的设计与分析

DESIGN AND ANALYSIS OF  
INVERTER-DRIVEN MOTORS

赵争鸣 袁立强 杨晟 编著 •••••



本书为普通高等教育“十二五”规划教材，北京市精品课程教材。本教材共分为6章，第1章为可控电源-电机系统相关的基本概念；第2章重点介绍在可控电源供电下的电机设计；第3章可控电源，主要介绍电力电子变换器中的半导体开关器件、变换拓扑、PWM方法以及主电路设计方法；第4章着重介绍可控电源-电机系统运行分析以及变频器-电机系统运行节能原理及其评估；第5章简介系统过渡过程；第6章介绍电机电磁场问题。全书分为中英文双语内容完全相同的两部分。

本书可作为电气工程及其自动化专业高年级专业课双语教材，也可作为电气工程师及相关技术人员的参考书。

### 图书在版编目（CIP）数据

可控电源供电电机的设计与分析/赵争鸣等编著. —北京：机械工业出版社，  
2012.3

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-37585-2

I. ①可… II. ①赵… III. ①电机—高等学校—教材  
IV. ①TM3

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 031395 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：于苏华 责任编辑：于苏华

版式设计：霍永明 责任校对：樊钟英

封面设计：张 静 责任印制：乔 宇

北京瑞德印刷有限公司印刷（三河市胜利装订厂装订）

2012 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·22 印张·544 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-37585-2

定价：48.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务 网络服务

社 服 务 中 心：(010) 88361066 教材网：<http://www.cmpedu.com>

销 售 一 部：(010) 68326294 机工官网：<http://www.cmpbook.com>

销 售 二 部：(010) 88379649 机工官博：<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线：(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

# 前　　言

随着现代科学技术的迅猛发展和现代社会对工程技术人才的要求，属于传统专业范畴的电机学科专业课程教学内容和教学方法面临新的挑战。进入 21 世纪以来，电机学科的内涵和外延已发生了很大的变化和扩展，主要特点包括：

(1) 电力电子、电机及其控制技术高度一体化。电机已不能单独地作为一个孤立对象来进行设计、分析和应用，而应把电机研究置于整个系统之中。相应地，在专业课程内容上已出现将电力电子、电机及控制理论有机地融为一体的趋势，如逆变器供电下的电机设计，变频调速下的电机建模、电机在线运行中的参数辨识等。这些内容都体现出系统一体化的特点。

(2) 计算机应用技术已广泛地深入到电机各种分析解算之中。采用计算机分析解算使原来按不同分析方法划分的电机专业课程趋向统一，如专业课程“电机过渡过程”和“电机电磁场”曾是分别从电路分析方法和电磁场分析方法来研究电机，它们的本质都是描述电机内部电磁过程。采用计算机解算后，克服了原来解析求解的困难，使两者很自然地融为一体。场路结合解决电机电磁过程已是一种广泛应用的方法。

第一作者在 1997 年讲授了“计算机辅助电机分析”（原为“电机电磁场”课程，1994 年改此名称）以及 1999 年讲授“交流电机及其系统”课程过程中，针对原教学内容的不足以及电机专业课程数目和内容的调整，进行了较大幅度的改革，主要是做了三个方面的改变：

(1) 将原专业课程“电机过渡过程”、“电机电磁场”及“电机设计”的主要内容浓缩融合在一起，形成一套以电磁变换理论为基础，可控电源驱动电机系统为对象，计算机解算为主线的系统内容。

(2) 突出概念和思路，减少和弱化数学推导过程，将原来三门专业课程中出现的一些基本概念和各自结论融会贯通，同时强化电力电子内容与电机设计与分析的结合，使学生对电机系统及其控制有一个较全面的理解。

(3) 采用双语教学，板书、作业、考试等均采用英文，讲解为中英文结合。这样，将专业英语课程内容纳入到专业课程的教学之中，逐步使专业课程教学与国际发展接轨，同时将国际前沿最新研究成果及时地反应到专业课程教学中来。

作者于 2001 年在清华大学电机系开设“电子电机设计与分析”本科专业双语选修课，2008 年在北京市精品课教材基金项目的支持下，开始编写这本《可控电源供电电机设计与分析》双语教材。本教材共分为 6 章，第 1 章为可控电源-电机系统相关的基本概念；第 2 章重点介绍在可控电源供电下的电机设计；第 3 章介绍可控电源，主要介绍电力电子变换器中的半导体开关器件、变换拓扑、PWM 方法以及主电路设计方法；第 4 章着重介绍可控电源-电机系统运行分析以及变频器-电机系统运行节能原理及其评估；第 5 章简介系统过渡过程；第 6 章介绍电机电磁场问题。全书分为中英文双语内容完全相同的两部分。本教材由赵争鸣编写第 1、2、4 和 5 章，赵争鸣和袁立强共同编写第 3 章和第 6 章。赵争鸣和杨晟编

写了全部英文内容。清华大学电机系朱东起教授和张麟征教授分别对本书的中文部分和英文部分进行了仔细审阅，并提出了许多宝贵意见，在此谨致衷心的感谢！作者所在研究室的老师与同学为该教材的编写亦作出了许多努力和贡献，他们有孙晓瑛、鲁挺、郭伟、雷一、尹璐、陈凯楠、姬世奇、于华龙、田琦、马晓晓和代俊文等，在此一并表示衷心感谢。另外，在编写本书的过程中，我们参阅了有关论著文献（见参考文献），在此对这些论著文献的作者表示衷心的感谢。

本书可作为电气工程及其自动化专业高年级专业课双语教材，也可作为电气工程师及相关技术人员的参考书。由于时间仓促，难免有许多不足和书写错误，恳请读者予以指正。

作 者

# 目 录

## 前言

<b>第1章 基本概念</b>	3
1.1 电磁变换基本理论	3
1.1.1 麦克斯韦方程	3
1.1.2 洛伦兹力及电磁转矩	4
1.1.3 电磁基本理论在电机中的应用	5
1.2 电机设计与结构	10
1.2.1 电机设计	10
1.2.2 电机结构	11
1.2.3 电机运行中的基本概念	15
1.3 数学模型及解算	19
1.3.1 电机数学模型及其解算历程	19
1.3.2 电机模型解算方法	20
1.3.3 电机系统综合数学模型	23
1.4 可控电源-电机的发展	24
1.4.1 可控电源-电机的特点	24
1.4.2 可控电源-电机的应用	25
思考题	26
<b>第2章 电机设计</b>	27
2.1 常规电机设计原则	27
2.1.1 常规电机设计流程	27
2.1.2 常规设计特点及其用于可控电源-电机设计的局限性	28
2.2 可控电源-电机设计策略	29
2.2.1 选取最大效率和功率因数	29
2.2.2 转子槽形优化	29
2.2.3 取消定转子槽数匹配的限制	29
2.3 尺寸公式及输出函数	30
2.3.1 定子设计公式的推导	30
2.3.2 转子尺寸公式的推导	33
2.3.3 自适应设计模型的设计流程	34
2.3.4 自适应模型的特点	35
2.4 转子槽形设计	35
2.4.1 常规电机设计对转子槽数选择的考虑	36
2.4.2 常规电机设计对转子槽形选择的考虑	37
2.4.3 常规电机转子槽设计的矛盾	38
2.4.4 电机转子槽设计概念	38
2.4.5 转子槽形分析	40

2.4.6 槽数变化分析 .....	41
2.5 可控电源-电机设计软件编程 .....	44
2.5.1 面向对象的编程技术 .....	44
2.5.2 数据库的建立 .....	45
2.5.3 软件主要功能 .....	46
2.5.4 界面设计 .....	46
思考题 .....	48
<b>第3章 可控电源 .....</b>	<b>49</b>
3.1 功率半导体器件及特性 .....	49
3.1.1 半导体材料导电性能及 PN 结 .....	49
3.1.2 功率晶体管结构原理与特性参数 .....	52
3.1.3 晶闸管结构原理与特性参数 .....	56
3.2 功率变换电源主回路拓扑 .....	58
3.2.1 Buck 电路 .....	58
3.2.2 Boost 电路 .....	60
3.2.3 Buck-Boost 电路 .....	61
3.2.4 Cuk 电路 .....	62
3.2.5 基本拓扑中的基本单元 .....	62
3.3 脉冲信号控制 .....	64
3.3.1 正弦电压脉宽调制 .....	64
3.3.2 空间电压矢量脉宽调制 .....	67
3.4 可控电源电气设计 .....	70
3.4.1 主电路关键器件选型 .....	71
3.4.2 开关器件容量的计算及选取 .....	72
3.4.3 三相不控整流桥参数计算 .....	72
思考题 .....	73
<b>第4章 运行分析 .....</b>	<b>74</b>
4.1 负载与运行关系 .....	74
4.1.1 电机特性曲线与负载关系 .....	74
4.1.2 机械特性与控制 .....	76
4.1.3 变频器运行方式 .....	78
4.2 等效电路分析 .....	79
4.2.1 传统恒频条件下异步电机等效电路 .....	80
4.2.2 变频条件下异步电机等效电路 .....	83
4.3 损耗与效率 .....	86
4.3.1 不同运行条件下电机的功率流程 .....	86
4.3.2 变频条件下电机铜损耗 .....	87
4.3.3 变频条件下电机效率计算以及效率优化 .....	88
4.4 可控电源-电机调速节能的典型应用 .....	89
4.4.1 风机调速节能原理 .....	89
4.4.2 水泵调速节能原理 .....	90
4.4.3 压缩机调速应用 .....	92
4.5 系统运行评估 .....	92

4.5.1 评估原则 .....	92
4.5.2 能效匹配专家系统 .....	98
4.5.3 评估软件 .....	101
思考题 .....	105
<b>第5章 过渡过程 .....</b>	<b>106</b>
5.1 三相电机动态数学描述 .....	106
5.1.1 物理模型 .....	106
5.1.2 数学模型 .....	106
5.2 坐标系统及标幺值 .....	108
5.2.1 坐标系统 .....	108
5.2.2 标幺值 .....	110
5.3 动态等效电路 .....	112
5.3.1 动态数学模型 .....	112
5.3.2 不同坐标系下的等效电路 .....	115
5.4 典型过渡过程分析 .....	117
5.4.1 起动过程的分析 .....	117
5.4.2 调速与负载变化过渡过程的分析 .....	119
5.4.3 三相突然短路过渡过程的分析 .....	124
5.5 动态过程虚拟试验平台 .....	126
思考题 .....	129
<b>第6章 场域分析 .....</b>	<b>130</b>
6.1 电机电磁场分析 .....	130
6.1.1 电机内电磁场问题 .....	130
6.1.2 研究电机内电磁场问题的方法 .....	131
6.2 电机电磁场理论基础 .....	133
6.2.1 电磁场矢量运算 .....	133
6.2.2 矢量的微积分 .....	135
6.2.3 麦克斯韦方程 .....	136
6.2.4 边界条件 .....	138
6.3 电磁场的数值解法 .....	140
6.3.1 数学建模 .....	140
6.3.2 求解区域的确定 .....	141
6.3.3 有限元分析 .....	143
6.3.4 剖分与插值 .....	145
6.4 场路结合分析方法 .....	147
6.4.1 闭口槽转子潜水泵算例 .....	147
6.4.2 大型电机场路分析算例 .....	151
思考题 .....	153
<b>参考文献 .....</b>	<b>341</b>

# Contents

<b>CHAPTER 1 FUNDAMENTALS .....</b>	<b>157</b>
1. 1 Basic Electromagnetic Theory .....	158
1. 1. 1 Maxwell's Equations .....	158
1. 1. 2 Lorentz Force and Electromagnetic Torque .....	159
1. 1. 3 Applications of Basic Electromagnetic Theory in Electric Machines .....	159
1. 2 Design and Structure of Electric Machines .....	166
1. 2. 1 Electric Machine Design .....	166
1. 2. 2 Structure of Electric Machines .....	167
1. 2. 3 Basic Concepts in Electric Machine Operation .....	171
1. 3 Mathematical Model and Solution .....	176
1. 3. 1 Evolution of Mathematical Model and Solution of Electric Machines .....	176
1. 3. 2 Solutions of Electric Machine Model .....	177
1. 3. 3 Comprehensive Mathematical Model of Electric Machine System .....	182
1. 4 Development of Inverter-Driven Electric Machines .....	183
1. 4. 1 Features of Inverter-Driven Electric Machines .....	183
1. 4. 2 Applications of Inverter-Driven Electric Machines .....	185
Questions .....	186
<b>CHAPTER 2 ELECTRIC MACHINE DESIGN .....</b>	<b>187</b>
2. 1 Principles of Conventional Electric Machine Design .....	187
2. 1. 1 Process of Conventional Electric Machine Design .....	188
2. 1. 2 Features of Conventional Electric Machine Design and Its Limitations .....	188
2. 2 Strategies of Inverter-Driven Electric Machine Design .....	189
2. 2. 1 Choosing Maximum Efficiency and Power Factor .....	190
2. 2. 2 Rotor Slot Shape Optimization .....	190
2. 2. 3 Simplification of Matching of Stator and Rotor Slot Numbers .....	191
2. 3 Size Formulas and Output Functions .....	191
2. 3. 1 Derivation of Stator Design Formulas .....	191
2. 3. 2 Derivation of Rotor Size Formulas .....	194
2. 3. 3 Adaptive Design Model .....	195
2. 3. 4 Features of Adaptive Model .....	197
2. 4 Design of Rotor Slot Shapes .....	197
2. 4. 1 Concerns of Choosing Rotor Slot Number in Design of Conventional Electric Machines .....	197
2. 4. 2 Concerns of Choosing Rotor Slot Shape in Design of Conventional Electric Machines .....	199
2. 4. 3 Contradiction of Rotor Slot Design of Conventional Electric Machines .....	200
2. 4. 4 New Concepts of Slot Design of Inverter-Driven Electric Machines .....	201
2. 4. 5 Analysis of Rotor Slot Shapes .....	203
2. 4. 6 Analysis of Slot Number Variation .....	204
2. 5 Software Programming of Inverter-Driven Electric Machine Design .....	208

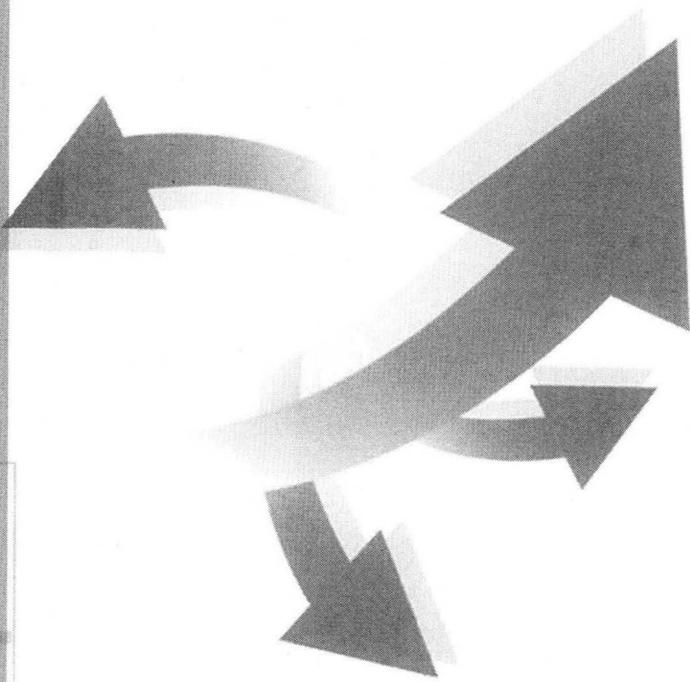
---

2. 5. 1 Object-Oriented Programming Techniques .....	208
2. 5. 2 Database Building .....	209
2. 5. 3 Main Functions of Software .....	211
2. 5. 4 Interface Design .....	211
Questions .....	213
<b>CHAPTER 3 CONTROLLED POWER SUPPLY .....</b>	<b>214</b>
3. 1 Power Semiconductor Devices and Characteristics .....	214
3. 1. 1 Conductivity of Semiconductor Materials and PN Junction .....	214
3. 1. 2 Structure and Characteristic Parameters of Giant Transistors (GTR) .....	218
3. 1. 3 Structure and Characteristic Parameters of Thyristors .....	223
3. 2 Topology of Power Electronic Converter .....	226
3. 2. 1 Buck Circuit .....	226
3. 2. 2 Boost Circuit .....	229
3. 2. 3 Buck-Boost Circuit .....	230
3. 2. 4 Cuk Circuit .....	230
3. 2. 5 Basic Elements in Basic Topologies .....	231
3. 3 Pulse Signal Control .....	233
3. 3. 1 Sinusoidal PWM (SPWM) .....	233
3. 3. 2 Space Vector PWM (SVPWM) .....	237
3. 4 Electrical Design of Controlled Power Supply .....	240
3. 4. 1 Selection of Key Components in Main Circuit .....	241
3. 4. 2 Capacity Calculation and Selection of Switching Devices .....	242
3. 4. 3 Parameter Calculation of Three-Phase Uncontrolled Rectifier Bridge .....	243
Questions .....	244
<b>CHAPTER 4 OPERATION ANALYSIS .....</b>	<b>245</b>
4. 1 Relationship between Load and Operation .....	245
4. 1. 1 Relationship between Electromechanical Characteristic Curve and Load .....	245
4. 1. 2 Mechanical Characteristics and Control .....	247
4. 1. 3 Operating Modes of Frequency Converters .....	250
4. 2 Equivalent Circuit Analysis .....	252
4. 2. 1 Equivalent Circuit of Asynchronous Machine under Constant Frequency Condition .....	253
4. 2. 2 Equivalent Circuit of Asynchronous Machine under Variable Frequency Condition .....	257
4. 3 Losses and Efficiency .....	261
4. 3. 1 Power Flow in Different Operation Condition .....	261
4. 3. 2 Power Losses in Variable Frequency Condition .....	262
4. 3. 3 Efficiency Calculation and Optimization in Variable Frequency Condition .....	263
4. 4 Typical Applications of Energy Saving with the Inverter-Driven Electric Machine System .....	264
4. 4. 1 Principle of Energy Saving for Adjustable Speed Fans .....	264
4. 4. 2 Principle of Energy Saving for Adjustable Speed Pumps .....	265
4. 4. 3 Speed Regulation of Compressors .....	267
4. 5 System Operation Evaluation .....	268
4. 5. 1 Evaluation Principle .....	268
4. 5. 2 Energy Efficiency Expert System .....	275

---

4.5.3 Evaluation Software .....	280
Questions .....	284
<b>CHAPTER 5 TRANSIENT PROCESSES .....</b>	<b>285</b>
5.1 Dynamic Mathematical Description of Three-Phase Electric Machines .....	285
5.1.1 Physical Model .....	285
5.1.2 Mathematical Model .....	286
5.2 Coordinates System and Per-Unit Value .....	287
5.2.1 Coordinates System .....	287
5.2.2 Per-Unit Value .....	290
5.3 Dynamic Equivalent Circuit .....	292
5.3.1 Dynamic Mathematic Model .....	292
5.3.2 Equivalent Circuits in Different Coordinates Systems .....	296
5.4 Analysis of Typical Transient Processes .....	298
5.4.1 Analysis of Starting Process .....	298
5.4.2 Analysis of Transient Processes during Speed Regulation and Load Variation .....	301
5.4.3 Analysis of Transient Process of Sudden Three-Phase Short Circuit .....	307
5.5 Virtual Testing Platform of Dynamic Process .....	310
Questions .....	312
<b>CHAPTER 6 ELECTROMAGNETIC FIELD ANALYSIS .....</b>	<b>313</b>
6.1 Electromagnetic Field of Electric Machines .....	313
6.1.1 Problems of Electromagnetic Field within Electric Machines .....	313
6.1.2 Methods of Studying Electromagnetic Field within Electric Machines .....	315
6.2 Theoretical Basis of Electromagnetic Field of Electric Machines .....	318
6.2.1 Electromagnetic Field Vector Operation .....	318
6.2.2 Vector Calculus .....	320
6.2.3 Maxwell's Equations .....	321
6.2.4 Boundary Condition .....	324
6.3 Numerical Method of Electromagnetic Field .....	326
6.3.1 Mathematical Modeling .....	326
6.3.2 Domain Determination .....	327
6.3.3 Finite Element Analysis .....	329
6.3.4 Subdivision and Interpolation .....	331
6.4 Method of Field-Circuit Analysis .....	333
6.4.1 Example of Submersible Pump Motor with Close Slot Rotor .....	334
6.4.2 Example of Field-Circuit Method for Large-Sized Electric Machines .....	338
Questions .....	340
<b>References .....</b>	<b>341</b>

# 中 文 部 分





# 第1章 基本概念

可控电源-电机系统即为电力电子与电机的合成，是一个系统的概念，也可定义为实现电磁能量转换的系统装置。它既可以作为发电系统，也可以作为电动系统。本书所涉及的内容主要针对电动系统。它与传统的电力传动系统区别在于：前者包含电机、可控电源及其控制，后者主要单指电机本体及其不可控电源。图 1.1 和表 1.1 即为两者系统结构的差别。由图 1.1 可见，从系统结构上看，常规电机系统包括恒频恒压交流电源、电机和负载，可控电源-电机系统则包括恒频恒压交流电源、电力电子变换器、电机和负载。两者相比后者多了一个电力电子变换器；从性能上来看，常规电机系统的电源为恒频恒压，而可控电源-电机系统则可通过电力电子变换器进行变频变压。因而比较而言，后者中的电力电子变换器也称为可变电源，它可以对电压（或电流）和频率进行灵活变换，但输出电量波形（电压或电流）则带有谐波分量。

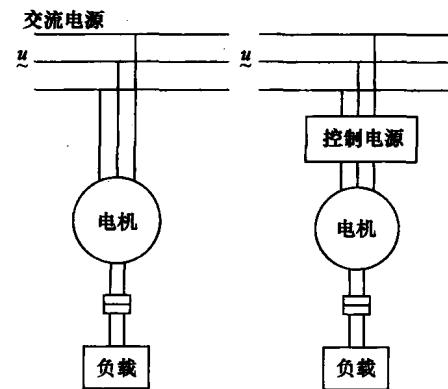


图 1.1 常规电机与可控电源-电机系统比较

表 1.1 常规电机系统与可控电源-电机系统比较

系统比较	常规电机系统	可控电源-电机系统
结构	交流电源 电机 负载	交流电源 变换器 电机，负载
特征	恒压 恒频	变压 变频
性能	低效率 正弦波	高效率 多谐波

正是由于电力电子变换器的引进，使得电机系统设计、分析和运行发生了很大的变化，主要表现在可控电源驱动下的电机设计和分析方法的差异以及电机变频调速运行方式。本章主要介绍电机基本电磁变换理论、电机设计与结构、数学建模及其解算以及可控电源-电机系统的应用与发展。

## 1.1 电磁变换基本理论

### 1.1.1 麦克斯韦方程

电机自发明以来已经有 100 多年的历史了。100 多年来，其内涵和外延已经大大加深和

扩展。什么叫电机？一般定义为：实现电磁能量转换的装置。它包括了传统意义上的旋转电机，即大家所熟知的同步电机、异步电机以及直流电机，也包括了不为人们所熟知的电磁转换装置，如霍尔元件、微型传感器以及一些半导体器件等。电机的基础理论来源于麦克斯韦方程。19世纪50年代（大约1850年左右），麦克斯韦在总结前人关于一些电磁理论的基础上，创建了著名的麦克斯韦方程组，它由以下四个方程组构成，如式（1-1）所示。

第一组方程即为全电流定律，其中， $H$  为磁场强度， $J$  为运导电流密度（自由电子的定向运动）， $D$  为电荷密度。该方程的物理意义为：变化的电场产生磁场。麦克斯韦在此处的一个重要贡献为：为使回路的电流连续，提出了位移电流的概念 ( $\partial D / \partial t$ ，即电荷密度随时间的变化量)。第二组方程为大家熟知的法拉第电磁感应定律，即变化的磁场产生电场。第三个方程为磁通闭合定律，即磁力线一定是闭合的，发出多少则返回多少。第四个方程为高斯定律，即一个闭合面上的电力线总和等于该面所包围的电荷总和，电力线由正电荷发出指向负电荷或无穷远，公式中的黑体即为矢量表达。

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_S H \cdot ds = \sum I_i = \int_a \left( J + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot da \quad \text{rot } H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \\ \oint_S E \cdot ds = - \int_a \frac{\partial B}{\partial t} da \quad \text{rot } E = - \frac{\partial B}{\partial t} \\ \oint_a B \cdot da = 0 \quad \text{div } B = 0 \\ \oint_a D \cdot da = q = \int_v \rho dv \quad \text{div } D = \rho \end{array} \right. \quad (1-1)$$

麦克斯韦方程有两种基本形式，一种是积分形式，一种是微分形式（即式（1-1）中的左右列两组方程）。积分形式是从一个面的电磁场分布来描述的，微分形式是从一个点来描述的，前者是宏观表达形式，后者是微观表达形式。材料特性是决定各载体媒质中电磁场分布的主要因素，并且是联系各电磁物理量的纽带，如式（1-2）所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \epsilon E = \epsilon_r \epsilon_0 E \\ J = \sigma E \\ B = \mu H = \mu_r \mu_0 H \end{array} \right. \quad (1-2)$$

式中， $\epsilon$  为介电常数，反映材料的电绝缘特性， $\epsilon_r$  为相对介电常数， $\epsilon_0$  为真空的介电常数，其值为  $8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ ； $\mu$  为磁导率，反映材料的导磁特性， $\mu_r$  为相对磁导率， $\mu_0$  为真空磁导率，其值为  $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ； $\sigma$  为导电常数 ( $\text{S/m}$ )。并且存在关系  $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$ ，此处  $c$  是光在真空中的速度，约为  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。

### 1.1.2 洛伦兹力及电磁转矩

在电机系统中，洛伦兹力是电磁能量转化为机械能的驱动力。洛伦兹力也称为电磁力，它是电流密度与磁场密度的叉积，是旋转电机转动的动力。式（1-3）即为洛伦兹力密度  $f$  的表达式：

$$f = J \times B \quad (1-3)$$

式中， $J$  为导体内部的电流密度， $B$  为导体所在处的磁通密度。

若载流导体为一截面很小的线状导体，则作用于长度  $dl$  上的电磁力  $dF$  为

$$dF = idl \times B \quad (1-4)$$

整个导线上所受到的力  $F$  为

$$F = \int_l idl \times B \quad (1-5)$$

针对旋转电机，该力乘以转子半径  $D_i/2$ ，就得到作用于电机转子上的电磁转矩  $T_{em}$ 。

$$T_{em} = F \times \frac{D_i}{2} = \frac{D_i}{2} \int_l idl \times B \quad (1-6)$$

### 1.1.3 电磁基本理论在电机中的应用

#### 1. 电机中的全电流定律

设电机某空间有  $n$  根载流导体，导体中的电流分别为  $I_1, I_2, I_3, I_4 \dots I_n$ ，沿电机中任何闭合路径  $l$ ，磁场强度  $H$  的线积分  $\oint_l H \cdot dl$  等于该闭合回路所包围的导体电流的代数和，即

$$\oint_l H \cdot dl = \sum_{k=1}^n I_k \quad (1-7)$$

这就是电机中的全电流定律。 $\sum_{k=1}^n I_k$  是回路所包围的全电流。在式 (1-7) 中，若导体电流的方向与积分路径的方向符合右手螺旋关系，该电流取正号，反之取负号，如图 1.2 所示。在图 1.2 中，绘出另外一条积分路径  $l'$ ，从全电流定律讲，不论沿积分路径是  $l$  还是  $l'$ ，磁场强度的线积分的结果相等。这是因为无论线积分路径的长度和形状如何，只要被闭合路径所包围的全电流相同，积分的结果就必然相等。在图 1.2 中，虽  $l'$  的积分路径较长但它距离载流导体较远，磁场强度  $H$  较弱，所以

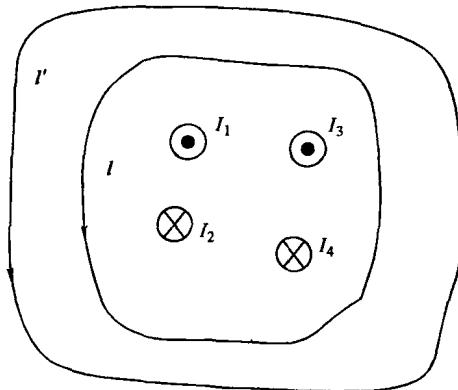


图 1.2 电机中的全电流定律

$$\oint_{l'} H' \cdot dl' = \int_l H \cdot dl \quad (1-8)$$

把全电流定律应用到电机中的多段（假设为  $n$  段）磁路时，可改写成

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum_{k=1}^n I_k = wI \quad (1-9)$$

式中， $H_k$  为第  $k$  段磁路的磁场强度 ( $A/m$ )； $l_k$  为第  $k$  段磁路的平均长度 (m)； $wI$  为磁动势 (A)。

式 (1-9) 中每一段的  $Hl$  值称为该段磁路上的磁压降， $wI$  是作用在整个磁路上的磁动势，在电机中就是励磁绕组的安匝数。式 (1-9) 表明，作用在磁路上的总磁动势等于各段磁路的磁压降之和。由此，可以推导出磁路欧姆定律。

由于  $B = \mu H$ ，同时磁通密度  $B$  等于磁通量  $\Phi$  除以磁路的截面积  $A$ ，即  $B = \frac{\Phi}{A}$ ，所以式

(1-9) 可以写成

$$F_m = wI = \sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum_{k=1}^n \frac{B_k}{\mu_k} l_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\mu_k} \frac{\Phi}{A_k} l_k = \Phi \sum_{k=1}^n \frac{1}{\mu_k} \frac{l_k}{A_k} \quad (1-10)$$

式中,  $F_m$  为磁路的总磁动势;  $\frac{1}{\mu_k} \frac{l_k}{A_k}$  为第  $k$  段磁路的磁阻。

当磁路的磁阻用  $R_k$  表示时, 式 (1-10) 可写成

$$F_m = \Phi \sum_{k=1}^n R_k \quad (1-11)$$

或

$$\Phi = \frac{F_m}{\sum_{k=1}^n R_k} \quad (1-12)$$

从上式可见, 磁路的磁通等于作用在回路上的总磁动势除以磁路的总磁阻, 这就是磁路欧姆定律。由于磁阻  $R_k = \frac{1}{\mu_k} \frac{l_k}{A_k}$ , 所以磁路的磁阻主要取决于磁路的几何尺寸和所用材料的导磁系数。磁路的长度越长, 截面积越小, 磁阻就越大。材料的导磁系数越大, 则磁阻越小, 所以电机的磁路一般采用导磁系数大的铁磁材料。但由于  $\mu_0 << \mu_{Fe}$ , 所以即使气隙很小时, 电机的气隙磁阻也很大, 是整个磁路总磁阻的主要成分。

为了更好地理解磁路计算中的各种物理量, 表 1.2 列出了磁路计算与电路计算中对应的物理量。

表 1.2 电路和磁路的对比

电 路	磁 路
电流 $I/A$	磁通 $\Phi/Wb$
电动势 $E/V$	磁动势 $F/A$
电压降 $IR/V$	磁压降 $\Phi R_m/A$
电阻 $R = \rho \frac{l}{A}/\Omega$	磁阻 $R_m = \frac{1}{\mu} \frac{l}{A}/(1/H)$
电导 $g = \frac{1}{R} (1/\Omega)$	磁导 $A_m = \frac{1}{R_m}/H$

## 2. 电机中的电磁感应定律

设有一个匝数为  $w$  的线圈放在磁场中, 不论什么原因, 例如线圈本身的移动或转动、磁场强度本身发生变化等都将造成与线圈交链的磁通  $\Phi$  随时间发生变化, 此时, 线圈内都会感应出电动势, 这种现象叫做电磁感应。如果把感应电动势的正方向与磁通的正方向规定为符合右手螺旋关系, 则感应电动势可用下式表示:

$$e = - \frac{d\psi}{dt} = - w \frac{d\Phi}{dt} \quad (1-13)$$

式中,  $\psi$  为线圈所交链的磁链,  $\psi = w\Phi$ 。

这是一个实验定律, 其含意为: 由电磁感应产生的电动势与线圈的匝数和磁通的变化率成正比。式 (1-13) 右边的负号表示如果在感应电动势的作用下在线圈内流过电流, 则该电流所产生的磁通起着反对磁通变化的作用。当磁通增加时 (此时  $d\Phi/dt$  为正值, 而  $e$  为负值), 它企图减少磁通; 而当磁通减小时 (此时  $d\Phi/dt$  为负值, 而  $e$  为正值), 则企图增

加磁通。这个规律，常称为楞次定律。在式（1-13）中，当  $\Phi$  的单位为 Wb，而  $t$  的单位为 s 时，则电动势的单位为 V。

设与线圈交链的磁通随时间按正弦规律变化，即

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t \quad (1-14)$$

则感应电动势为

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -w\omega\Phi_m \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (1-15)$$

式中， $E_m$  为感应电动势的幅值， $E_m = w\omega\Phi_m$ 。

式（1-15）表明，当磁通随时间按正弦规律变化时，线圈内的感应电动势也随时间按正弦规律变化，但电动势在相位上滞后于磁通  $90^\circ$ ，如图 1.3 所示。

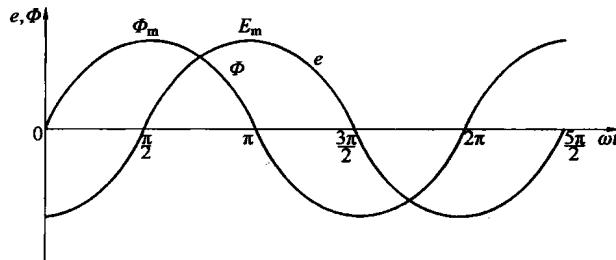


图 1.3 电动势与磁通的相位关系

感应电动势的有效值为

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{w\omega\Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} w\Phi_m = 4.44 f w \Phi_m \quad (1-16)$$

式中， $\Phi_m$  为按正弦规律变化的磁通幅值（Wb）； $f$  为磁通变化率（Hz）； $w$  为线圈的匝数； $E$  为电动势有效值（V）。

式（1-16）为电机中经常用到的感应电动势计算公式。

若线圈和磁场相对静止，如变压器的情况，则感应电动势纯粹是由于与线圈交链的磁通本身随时间变化而产生，这种感应电动势称为变压器电动势。

如果磁场是恒定的（即不随时间变化），而感应电动势是由于线圈和磁场之间有相对运动，因而引起与线圈交链的磁通发生变化而产生，则称这种感应电动势为运动电动势或速率电动势。

对于运动电动势，可以看成是由构成线圈的导体与恒定磁场相“切割”而产生。从这一思想出发可从式（1-13）导出运动电动势的计算公式。

图 1.4 表示一根导体  $l$  ( $w=1$ )，在磁通密度为  $B$  的恒定磁场里，并使导体与磁力线方向垂直。当导体在外力作用下从左向右平行移动时，设在  $dt$  时间内移动的距离为  $dx$ ，则由导体经过的磁通量变化为  $d\Phi = -Bl dx$ ，于是根据式（1-13），感应电动势为

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -w \frac{d\Phi}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv \quad (1-17)$$

式中， $v$  为导体运动的线速度， $v = dx/dt$ 。