

名校名师

高三 数学

同步辅导测试

主 编 徐文敏

副主编 金宝铮

下列名校部分教师编写

- | | | |
|-----------|---------|--------|
| ● 北师大二附中 | ● 北师大附中 | ● 北京四中 |
| ● 北师大实验中学 | ● 景山学校 | ● 人大附中 |
| ● 北京八中 | ● 北京十三中 | ● 北京三中 |



中国少年儿童出版社

名校名师同步辅导测试

(高三数学)

主 编	徐文敏	
副主编	金宝铮	
编 著	陈 嫻	吕 浦
	阮国杰	丁大伟
	龚建军	

中国少年儿童出版社

(京)新登字 084 号

封面设计:冀荣德 赵 瑞

责任编辑:郭庆祥 周 蓉

图书在版编目(CIP)数据

名校名师同步辅导测试:高三/徐文敏等编著. —北京:中国少年儿童出版社, 1997. 9

ISBN 7-5007-3813-7

I. 名… II. 徐… III. 课程—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 21761 号

书名	名校名师同步辅导测试(高三数学)
主编	徐文敏
出版	中国少年儿童出版社 (北京东四北十二条 21 号 邮编:100708)
发行	中国少年儿童出版社
经销	全国各地新华书店
印刷	廊坊人民印刷厂
规格	787×1092 毫米 32 开本 55 印张 1048 千字
版次	1997 年 10 月第一版
印次	1997 年 10 月第一次印刷
印数	0001—50,000
书号	ISBN7-5007-3813-7/G·2580
全五册定价	:53.00 元

编者的话

这套丛书是以国家教委 1992 年颁布、1995 年修订的九年义务教育全日制初级中学有关学科的教学大纲,及 1996 年颁布的全日制高级中学有关学科的教学大纲为依据,联系中学教学实际编写的。它按学科分语文、数学、英语、物理、化学共 27 册,每学科每学年编写一册,适用于使用现行“人教版”、“开明版”等各套教材的学生。

参加编写这套丛书的教师,来自北京市十余所名校。编写者中有 30 余位区、市教研员,绝大多数教师有 15 年以上教龄。他们有着很强的事业心和责任感,愿将自己丰富的教学经验加以总结,奉献给全国更多的中学生。如果能有越来越多的青少年借助此书顺利升学,成长为国家有用之才,那将是编写者们最大的欣慰。

数学分册的编写过程中,注重学生思维能力培养及学习方法的指导。各单元都配有基本内容、要点讲解、例题分析与学法指导、习题训练、习题参考答案等。对于知识要点,限于篇幅,仅列举主要条目。本

书的笔墨重点用于疑难点的分析;例题中所包含的数学思想、方法的展示;解题规律及解题技巧的归纳与总结。本书例题、习题的编排以教科书为起点,以中考、高考试题为目标,从严训练。希望本书的读者阅读后,在提高能力的同时,将学习成果展示在中考、高考之中。

广大读者如在使用此书时遇到问题,请及时反映给我们,以便再版时进行修订。最后,对所有写作、修订者表示感谢!

编者

一九九七年十月

目 录

第一部分 代 数

第一章 函数	(1)
第一节 函数及其性质	(1)
基本内容	(1)
要点讲解	(2)
例题分析与学法指导	(2)
习题训练	(7)
习题参考答案	(9)
第二节 二次函数	(11)
基本内容	(11)
要点讲解	(12)
例题分析与学法指导	(12)
习题训练	(16)
习题参考答案	(18)
第三节 幂函数、指数、对数函数	(20)
基本内容	(20)
要点讲解	(20)
例题分析与学法指导	(21)
习题训练	(25)

习题参考答案	(27)
第四节 指数、对数方程	(29)
基本内容	(29)
要点讲解	(30)
例题分析与学法指导	(30)
习题训练	(35)
习题参考答案	(36)
第二章 三角函数	(38)
第一节 三角函数的图象和性质	(38)
基本内容	(38)
要点讲解	(39)
例题分析与学法指导	(39)
习题训练	(44)
习题参考答案	(46)
第二节 三角式的变形	(48)
基本内容	(48)
要点讲解	(49)
例题分析与学法指导	(50)
习题训练	(54)
习题参考答案	(56)
第三节 反三角函数与三角方程	(58)
基本内容	(58)
要点讲解	(59)
例题分析与学法指导	(60)

(12) 习题训练	(64)
(88) 习题参考答案	(66)
第三章 不等式	(68)
第一节 不等式的解法	(68)
(20) 基本内容	(68)
(20) 要点讲解	(68)
(20) 例题分析与学法指导	(69)
(80) 习题训练	(73)
(80) 习题参考答案	(75)
第二节 不等式的证明及应用	(76)
(51) 基本内容	(76)
(51) 要点讲解	(77)
(51) 例题分析与学法指导	(77)
(113) 习题训练	(82)
(81) 习题参考答案	(84)
第四章 数列极限数学归纳法	(86)
第一节 数列	(86)
(33) 基本内容	(86)
(33) 要点讲解	(86)
(33) 例题分析与学法指导	(87)
(54) 习题训练	(90)
(28) 习题参考答案	(93)
第二节 等差数列与等比数列	(94)
(28) 基本内容	(94)

(17) 要点讲解	(94)
(18) 例题分析与学法指导	(96)
(19) 习题训练	(102)
(20) 习题参考答案	(104)
第三节 无穷数列的极限	(105)
(21) 基本内容	(105)
(22) 要点讲解	(105)
(23) 例题分析与学法指导	(106)
(24) 习题训练	(108)
(25) 习题参考答案	(111)
第四节 数学归纳法	(112)
(26) 基本内容	(112)
(27) 要点讲解	(112)
(28) 例题分析与学法指导	(112)
(29) 习题训练	(118)
(30) 习题参考答案	(122)
第五章 复数	(123)
第一节 复数的概念及表示法	(123)
(31) 基本内容	(123)
(32) 要点讲解	(123)
(33) 例题分析与学法指导	(124)
(34) 习题训练	(126)
(35) 习题参考答案	(128)
第二节 复数运算及复数方程	(129)

基本内容	(129)
要点讲解	(129)
例题分析与学法指导	(130)
习题训练	(133)
习题参考答案	(136)
第六章 排列、组合、二项式定理	(137)
第一节 排列、组合	(137)
基本内容	(137)
要点讲解	(137)
例题分析与学法指导	(138)
习题训练	(140)
习题参考答案	(142)
第二节 二项式定理	(143)
基本内容	(143)
要点讲解	(143)
例题分析与学法指导	(143)
习题训练	(145)
习题参考答案	(147)

第二部分 立体几何

第一章 直线与平面	(148)
第一节 空间直线、平面的位置关系	(148)
基本内容	(148)

要点讲解	(148)
例题分析与学法指导	(151)
习题训练	(157)
习题参考答案	(161)
第二节 空间的各种角	(161)
基本内容	(161)
要点讲解	(161)
例题分析与学法指导	(163)
习题训练	(176)
习题参考答案	(180)
第三节 空间的各种距离	(182)
基本内容	(182)
要点讲解	(183)
例题分析与学法指导	(185)
习题训练	(192)
习题参考答案	(196)
第四节 折叠问题	(199)
基本内容	(199)
要点讲解	(199)
例题分析与学法指导	(200)
习题训练	(204)
习题参考答案	(208)
第二章 多面体和旋转体	(209)
第一节 多面体的基本概念、性质及侧面积	(209)

基本内容·····	(209)
要点讲解·····	(209)
例题分析与学法指导·····	(212)
习题训练·····	(220)
习题参考答案·····	(223)
第二节 旋转体的概念、性质和表面积·····	(226)
基本内容·····	(226)
要点讲解·····	(226)
例题分析与学法指导·····	(229)
习题训练·····	(234)
习题参考答案·····	(238)
第三节 多面体和旋转体的体积·····	(240)
基本内容·····	(240)
要点讲解·····	(240)
例题分析与学法指导·····	(243)
习题训练·····	(250)
习题参考答案·····	(253)

第三部分 平面解析几何

第一章 直线和圆·····	(254)
基本内容·····	(254)
要点讲解·····	(254)
例题分析与学法指导·····	(259)

习题训练	(282)
习题参考答案	(285)
第二章 圆锥曲线	(289)
基本内容	(289)
要点讲解	(292)
例题分析与学法指导	(292)
习题训练	(307)
习题参考答案	(310)
第三章 参数方程和极坐标	(312)
基本内容	(312)
要点讲解	(315)
例题分析与学法指导	(318)
习题训练	(324)
习题参考答案	(327)
附录:1996年高考试题	(329)
数学试题(理工农医类)参考解答	(335)

第一部分 代数

第一章 函 数

第一节 函数及其性质

〔基本内容〕

1. 设 A, B 都是非空数集, 那么 A 到 B 的映射 $f: A \rightarrow B$ 叫做 A 到 B 的函数, 记作 $y = f(x)$. 其中 $x \in A, y \in B$, 原象的集合 A 叫做函数 $f(x)$ 的定义域 (即自变量 x 的取值范围), 象的集合 C 叫做函数的值域 (即函数值 y 的集合), 显然 $C \subseteq B$.

2. 单调性: 如果对于某区间的任意两个自变量的值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时都有 $f(x_1) < (>) f(x_2)$, 那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增 (减) 函数.

3. 奇偶性: 如果对于函数定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$ ($f(-x) = f(x)$), 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇 (偶) 函数.

4. 反函数: 函数 $y = f(x)$ 有反函数的充要条件是 f 为 A 到 B 上的一一映射.

求函数 $y=f(x)$ 的反函数的步骤是：(1)求函数的定义域和值域；(2)求逆映射 f^{-1} ，即由 $y=f(x)$ 解出 $x=f^{-1}(y)$ ；(3)将 $x=f^{-1}(y)$ 中的 x, y 互换，得 $y=f^{-1}(x)$ 并注出反函数的定义域。

原函数 $y=f(x)$ 与反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称。

〔要点讲解〕

利用函数思想解题，即先构造辅助函数，把给定的问题转化为辅助函数的性质(单调性、奇偶性、最值等)研究后，导出所需结论。

学习函数的“捷径”是熟记函数的图象，在函数图象上，定义域、值域、对应关系、单调性、奇偶性和周期性，一览无余。

〔例题分析与学法指导〕

例1 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$ ，求函数 $g(x) = \frac{f(x^2)}{1+\lg(x+1)}$ 的定义域。

解：

$$\begin{cases} 0 \leq x^2 \leq 2 \\ x+1 > 0 \\ 1+\lg(x+1) \neq 0 \end{cases} \quad \text{解之得 } x \in (-1, -\frac{9}{10}) \cup (-\frac{9}{10}, \sqrt{2}]$$

例2 已知 a 为实数，对一切实数 x ， $y=x^2-4ax+2a+6$ 的值均为非负数，求函数 $f(a)=2-a|a+3|$ 的值域。

解： $\because$ 对一切实数 x 均有 $y \geq 0$ ，

$$\therefore \Delta = (-4a)^2 - 4(2a+6) = 8(a+1)(2a-3) \leq 0, \text{ 即 } -1$$

$$a \leq \frac{3}{2}.$$

于是 $a+3 > 0$.

$$\text{函数 } f(a) = 2 - a(a+3) = -\left(a + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}.$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \in \left[-1, \frac{3}{2}\right],$$

$\therefore f(a)$ 在 $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$ 上是减函数.

$$f(a)_{\min} = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{19}{4}, f(a)_{\max} = f(-1) = 4.$$

故 $f(a)$ 的值域是 $\left[-\frac{19}{4}, 4\right]$.

说明: 为化 $f(a)$ 中绝对值符号, 必须先确定 a 的范围; 这个范围就是 $f(a)$ 的定义域, 它可以用来确定 $f(a)$ 的值域.

例 3 试求函数 $f(x) = x + \frac{2}{x}$ 的增区间和减区间.

解: 函数的增减区间是定义域的子集, 因此必须首先确定函数的定义域, 易知 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

由于 $x > 0$ 时, $y = x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2}$, 即 $x \in (0, +\infty)$ 时函数有最小值 $2\sqrt{2}$, 这时 $x = \sqrt{2}$, 可以猜想, $f(x)$ 在 $(0, \sqrt{2}]$ 上是减函数, 在 $[\sqrt{2}, +\infty)$ 上是增函数, 对此猜想再根据单调性定义给出严格证明. (证明略)

又因为 $y = x + \frac{2}{x}$ 是奇函数, $f(x)$ 在 $(-\infty, -\sqrt{2}]$ 上是增函数, 在 $[-\sqrt{2}, 0)$ 上是减函数, 故 $f(x)$ 的增区间是 $(-\infty, -\sqrt{2}]$, $[\sqrt{2}, +\infty)$; 减区间是 $[-\sqrt{2}, 0)$, $(0, \sqrt{2}]$.

例4 设 $y = \lg \frac{2^x + 3^x + 9^x c}{7}$ 在 $(-\infty, 1]$ 上有意义, 求实数 c 的取值范围.

解: 由题设得 $2^x + 3^x + 9^x c > 0, x \in (-\infty, 1]$.

即 $c > -\left[\left(\frac{2}{9}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^x\right], x \in (-\infty, 1]$.

$\because -\left(\frac{2}{9}\right)^x, -\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 在 $(-\infty, 1]$ 上都是增函数,

$\therefore -\left[\left(\frac{2}{9}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^x\right]$ 在 $(-\infty, 1]$ 上是增函数, 而 $x=1$

时取最大值 $-\left(\frac{2}{9} + \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{9}$, 故 $c > -\frac{5}{9}$.

即 c 的取值范围是 $(-\frac{5}{9}, +\infty)$.

例5 已知 $axf(x) = 2x - bf(x), (ax+b \neq 0)$, 且 $f(1) = 1, f(-x) = -2x$ 有唯一解, 求 $f(x)$ 的解析式.

解: 由 $axf(x) = 2x - bf(x), (ax+b \neq 0)$, 可得

$f(x) = \frac{2x}{ax+b}$, 求 $f(x)$ 的解析式, 只需确定字母 a, b 的值.

$\because f(1) = 1, \therefore 1 = \frac{2}{a+b}$ 即 $a+b=2$, ①

又方程 $\frac{-2x}{-ax+b} = -2x$ 有唯一解, 即方程 $x \cdot \frac{ax-b+1}{ax-b} = 0$ 有唯一解. 显然 $x=0$ 是这方程的解, 因此方程 $\frac{ax-b+1}{ax-b} = 0$ 或者无解, 或者解也是零. 即 $a=0$ 或 $b=1$. 注意到①可得 $a=0, b=2$ 或 $b=1, a=1$.

故所求的解析式为 $f(x) = x$ 或 $f(x) = \frac{2x}{x+1}$.