

А. И. 博格丹诺夫著

垂向电测深三层曲线的作图法和解释法

地质出版社

垂向电測深三層曲綫的作圖法和解釋法

А. И. 博 格 丹 諾 夫

地質出版社

1957·北京

А. И. БОГДАНОВ
ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ И
ИНТЕРПРЕТАЦИИ ТРЕХСЛОЙНЫХ КРИВЫХ
ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ
ГОСТОПТЕХИЗДАТ
1948

在本書中敘述了繪制列綫圖的原理、繪制的方法以及實際使用的
方法，用這些列綫圖就能夠進行垂直電測深三層曲綫的繪制（圖解
法）和解釋。作者所繪制的列綫圖是第一次公布，這里概括了三層曲
綫理論計算的全部現有的資料，這種理論計算由國家聯盟地球物理
拉斯的工作人員集體完成的。

本書可供電法探勘方面工程技術人員以及高等院校地球物理探勘
專業的高年級同學用。

全書由吳榮祥同志翻譯、傅良魁同志校、林振民同志復校。

垂直電測深三層曲綫的作圖法和解釋法

著者	A. И. 博 格 丹 諾 夫
譯者	吳 榮 祥
校訂者	傅 良 魁 林 振 民
出版者	地 質 出 版 社 北京宣武門外永光寺西街3號 北京中興門外板廠口對面 字庫口10號
發行者	新 華 書 店
印刷者	地 質 印 刷 廠 北京廣安門內教子胡同甲1號

編 輯: 陳培光	校 對: 曹次民
印數(京)1—760冊	1957年9月北京第1版
開本 $81^{\circ} \times 43^{\circ} \frac{1}{16}$	1957年9月第1次印刷
字數30,000	印張1 $\frac{1}{4}$ 插頁21
定價(10)0.40元	

內 容

緒 言

緒 言

I. 列綫圖的繪制原理

II. 列綫圖的繪制方法

III. 列綫圖的使用規則

1. 正演問題的解

2. 反演問題的解

IV. 应用列綫圖的实例

1. 垂向电测深 (B33) 三層曲綫的繪制

例 1

例 2

例 3

2. 垂向电测深 (B33) 三層曲綫的解釋

例 4

例 5

例 6

結 論

本書向讀者介紹利用專門繪制的列綫圖進行垂向电测深 (B33) 三層曲綫的繪制和解釋的圖解法。本書描述了繪制这些列綫圖的原理和方法, 这些列綫圖概括了現有 B33 三層曲綫的理論計算資料, 并且是第一次作为列綫圖公开发表。

起初, 概括现有材料的目的是研究 B33 三層曲綫所固有的某些規律, 在上述工作的过程中發現有可能利用这些列綫圖來研究等值原理作用的范围。曾經表明了这一范围的局限性, 这就使得有可能利用列綫圖对实测的电测深曲綫進行解釋, 并对于任何給定的三層剖面的参数用圖解法繪出曲綫。

本書还給出使用列綫圖的規則, 以解决电法勘探的正演問題和反演問題。本文的敘述具有規範的性質, 使列綫圖在解釋 B33 曲綫的实际应用上更加簡便。

應該指出, 所举出的列綫圖在某些程度上已經受到实践的考驗。在薩拉托夫和布古魯斯蘭含油氣区中曾順利地利用这些列綫圖來解釋电法勘探工作的資料, 它們既用以确定剖面的参数, 又用來圖解繪制三層及四層测深曲綫的量板, 这些量板相应于上述地区所观察到的地电剖面的类型。

I、列綫圖的繪制原理

垂向电測深曲綫上任一点的視电阻率 (ρ_k) 是断面参数及測量裝置大小的函数。

如果我們研究的三層断面是各向同性的、均匀的水平層系，那末断面参数及測量裝置大小和 ρ_k 之間的函数关系的一般形式可寫为：

$$\rho_k = f(\rho_1; \rho_2; \rho_3; h_1; h_2; \frac{AB}{2}) \quad (1)$$

式中 ρ_1 , ρ_2 和 ρ_3 分别为第一層、第二層及第三層的电阻率；

h_1 和 h_2 一第一層和第二層的厚度（假設第三層的厚度为无限大）；

$\frac{AB}{2}$ ——測量該 ρ_k 的供电电极距之半。

在表达式 (1) 中没有包含測量电极距，而假設它为无限小，因为本書的分析所依据的条件与計算电測深理論曲綫时所假設的条件相同。

为了更具有普遍性并为了進一步研究的方便起見，最好將 (1) 寫成另一形式，即將所有数量表示为对第一層参数的比值。这样我們得到。

$$\frac{\rho_k}{\rho_1} = f\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}; \frac{\rho_3}{\rho_1}; \frac{h_2}{h_1}; \frac{AB}{2h_1}\right) \quad (2)$$

理論曲綫（量板）表示 $\frac{\rho_k}{\rho_1}$ 与 $\frac{AB}{2h_1}$ 之间的关系，这时表达式 (2) 中所包含的另外两个参数比值为某些常数，并且其中有一个比值是整个曲綫族的共同参数。用这种方法來表示方程式 (2) 对于实际应用上较为方便，因为电測深的实验曲綫都表现为測量的 ρ_k 值对

$\frac{AB}{2}$ 之关系。这种表示法使得有可能利用將观察曲綫与理論曲綫相对照的方法以解决电法勘探的反演問題，即确定断面的未知参数。

为了研究三層电性断面的特征，应將方程式 (2) 寫成稍許不同于通常的形式。

假設 $\frac{AB}{2h_1}$ 等于某一个常数 C ，并将 $\left(\frac{\rho_k}{\rho_1}\right)_C$ 作为所研究的断面的参数比值 $\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}; \frac{\rho_3}{\rho_1} \text{ 和 } \frac{h_2}{h_1}\right)$ 的函数來研究。

將方程式 (2) 改寫为下式：

$$\left(\frac{\rho_k}{\rho_1}\right)_C = \psi\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}; \frac{\rho_3}{\rho_1}; \frac{h_2}{h_1}\right) \quad (3)$$

我們选择一个空間直角坐标系，并在每一軸上寫出未知的参数比值 $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\frac{\rho_3}{\rho_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 。

为了以后作圖方便起見，我們沿坐标軸將不取参数比值的本身，而取它們的以十为底的对数（圖 1）。

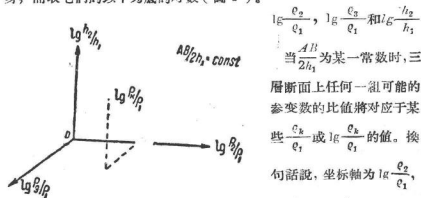


圖 1

是值为 $\lg \frac{c_k}{c_1}$ 的标量場。在这标量場中，可以每隔一定的間隔作出等 $\lg \frac{c_k}{c_1}$ 值面，这样，就得到等 $\lg \frac{c_k}{c_1}$ 值面族。在同一坐标系內，但 $\frac{AB}{2h_1}$ 为另一常数时，同样可得到类似的等 $\lg \frac{c_k}{c_1}$ 值面族。

由此可見，在上述的坐标軸的空間內可以有任何数量的无向量場，并且与其相适应地，有任何数量的等 $\lg \frac{c_k}{c_1}$ 值面族，各面之間的关系是复雜的。这些曲面族是在实践上有用的資料。

空間的規律性的分析是十分困难的，所以最好將这些关系的分析轉移到平面上，这是很容易做到的，只要垂直于某一坐标軸做一組截面就行了。曲面族与該組截面相交成曲綫族，这曲綫族表示出 $\lg \frac{c_k}{c_1}$ 对断面的参变数的两个比值的关系；而第三个参变数的比值为一常数。

为了分析三層断面的規律，原則上有与三个不同的 $\frac{AB}{2h_1}$ 值相对应的三个无向量場就足夠了。因为函数关系式 (3) 是以含有三个未知数的方程式來表达的。以圖解法求含有三个未知数的方程式 (3) 的联立式 (三元联立) 的解，就可以得到分析的結果，这时，只要使三个标量場的空間的坐标軸相合，并找出某点兼有三个标量。第四个及第五个等等的标量場对解决这个联立方程式來說是多余的。

第四个場可做为分析解答的驗算及輔助之用。

無論解决电法勘探的正演問題也好，解决反演問題也好，都可以应用标量場的綜合。下面用实例說明。現在我們再來談另一个問題，即：如何实际繪制曲綫族，这些曲綫族是曲面族与垂直于某一坐标軸的平面相截的軌跡。

II. 列綫圖的繪制方法

为了繪制列綫圖曾經利用过全部现有的計算資料，这些資料乃是繪制 B33 三層曲綫量板用的基礎。所有量板被分为十三組，相应于变化范围从 $\frac{1}{39}$ 到 39 之間的不同的 $\frac{e_2}{e_1}$ 值，在每一組中包括有六个 $\frac{e_3}{e_1}$ 值 $\left\{ 0; \left(\frac{e_2}{e_1} \right)^0; \left(\frac{e_2}{e_1} \right)^{\frac{1}{2}}; \left(\frac{e_2}{e_1} \right)^{\frac{3}{2}}; \left(\frac{e_2}{e_1} \right)^2; \infty \right\}$ 和不同的 $\frac{h_2}{h_1}$ 比值（变化范围从 $\frac{1}{3}$ 和 24）的曲綫。

选取四个 $\frac{AB}{2h_1}$ 值（即 4、8、16 及 32）進行研究，因为这些值包括了三層曲綫的这样一部分綫段，在这綫段內，断面上所有参变量的影响表現得最为完整。对于上述 $\frac{AB}{2h_1}$ 值用所有现有的量板确定 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 的值。

在直角坐标系（圖 2）的横坐标上取 $\lg \frac{e_2}{e_1}$ 值，在縱坐标轴上取 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值。这样，对于不同的 $\frac{e_2}{e_1}$ 值就繪制了上述数量之間的关系曲

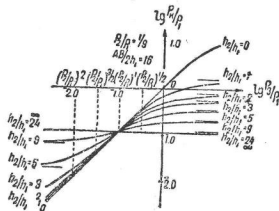


圖 2

綫，这时， $\frac{e_2}{e_1}$ 及 $\frac{AB}{2h_1}$ 值为常数。

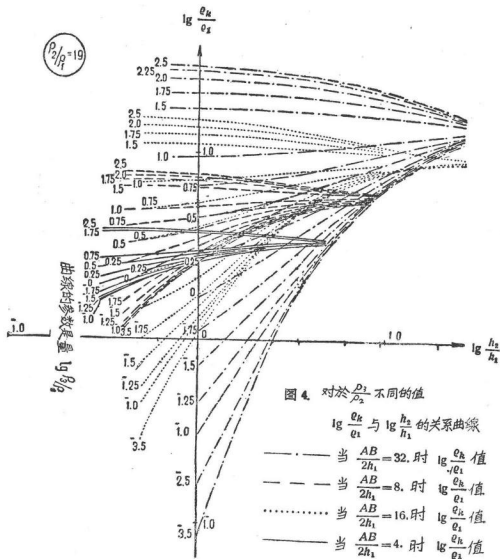
显而易见，要繪制曲綫族中的每一条曲綫，就要有五个点及两条漸近綫的位置。事实上，当 $\frac{e_3}{e_1} = \infty$ 时， $\lg \frac{e_3}{e_1} = +\infty$ ；当 $\frac{e_3}{e_1} = 0$ 时， $\lg \frac{e_3}{e_1} = -\infty$ ；对于不同的 $\frac{e_2}{e_1}$ ，相应于这两情况的 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值，就是漸近值；中間部分的 $\frac{e_3}{e_1}$ 值，即 $\left(\frac{e_2}{e_1} \right)^0$ ； $\left(\frac{e_2}{e_1} \right)^{\frac{1}{2}}$ ； $\left(\frac{e_2}{e_1} \right)^1$ ； $\left(\frac{e_2}{e_1} \right)^{\frac{3}{2}}$ 和 $\left(\frac{e_2}{e_1} \right)^2$ ，繪出曲綫上五个区間点。

$\frac{e_3}{e_1}$ 值等于 $\left(\frac{e_2}{e_1} \right)^1$ 的点是曲綫族中所有曲綫的共同点。这种兩層断面的情况（ $e_3 = e_2$ ），可当作三層断面的特殊情况來研究。顯然，在这种条件下，不論 $\frac{h_2}{h_1}$ 取何值， $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值都不取決第二層（在这情况下等厚層）的厚度。

在这些点之間及其与漸近綫之間的曲綫位置用內插法确定，也就是用在作通常的量板时所应用的方法來确定的。進行內插时最大的困难發生在 $\frac{e_2}{e_1}$ 比值接近于一的場合。在这种情况下，可能產生很大的誤差。

上述曲綫变化（поведение）的規律，在相当的程度上取決于 $\frac{h_2}{h_1} = 0$ 的場合的曲綫。根据二層曲綫上取下的值容易精确地画出这条曲綫，該二層曲綫可設想为三層曲綫的特殊情况（即第二層厚度为零的情况）。

曲綫族中的第二条極限曲綫（当 $\frac{h_2}{h_1} = \infty$ 时）退化为平行于横坐标的直綫。在这种情况下，当 $\frac{AB}{2h_1}$ 为有限值时， $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 將不取決于 $\frac{e_2}{e_1}$ 。这是三層曲綫与二層曲綫相同的第三种特殊的情况。



和圖 6 相类似的輔助曲綫族，就可以繪制等这些曲綫族是等 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值的空間曲面与垂直于軌跡。这些平面具有坐标軸 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 和 $\lg \frac{e_2}{e_1}$ ，綫族，分別与 $\frac{AB}{2h_1}$ 的四个值相适应，而 $\lg \frac{e_8}{e_1}$ 出了（附錄 1—19）19 組这类曲綫族，相应于今后將称它們为列綫圖。讓我們簡短地討論如

对数單位的等 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值綫是具有两个漸近綫的漸綫平行于 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 軸，另一条漸近綫与横坐标 35° 角。

着 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 值的增大，等 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值綫更早地离开 0° 角的漸近綫，并且更快地逼近于与 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 軸

族曲綫实际上是相互平行的，或者說得更确切在列綫圖的中部，各族曲綫相交成較鈍的角，列綫圖的上部曲綫圖的相交重新轉为較不清接近于与 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 相平行的漸近綫。

种相互关系的物理意义如下。

式：

$$\left(\lg \frac{e_2}{e_1}; \lg \frac{h_2}{h_1} \right) \quad (4)$$

2.25; 2.50; 2.75; 1.00; 1.25; 1.50; 1.75;
0.75; 1.00; 1.25; 1.50; 1.75; 2.00; ∞ .

的圖解表示, 这时 $\frac{AB}{2h_1}$ 值与 $\frac{e_2}{e_1}$ 值为选定的恒定值。方程式 (4) 的根可以用圖解法求出具有給定 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值的曲綫的交点而加以确定。

在列綫圖的中部, 族曲綫的交角为鈍角, 这时所得到的解答是相当确定的。在列綫圖的下部及上部, 各族曲綫几乎是相互于平行或者变成相当小的銳角, 这时所得解答实际上变成十分不确定。虽則理論上是能得到解答。由于測量 e_k 时經常含有誤差, 所以确定 e_2 和 h_2 的誤差就大为增加, 有时, 誤差可达到这样大的数值, 以致可以說实际上得不到問題的單值解。

事实上, 如果認為測量 e_k 的誤差为 $\pm 5\%$, 則以圖解法求方程式的解时, 所要尋求的不是綫的交点, 而是某些区域의 相交帶, 并且認為, 在此帶內任何一点的坐标都可能是这組联立方程的解。

这个帶的边界各不相同, 它取决于所測 e_k 的誤差。此外 (除这是最主要的以外), 这个帶的大小还取决于断面上参数的比例。

在列綫圖的下部, 曲綫几乎相互平行并趋近于与橫軸成 45° 或 135° 的漸近綫, 这帶僅有上部才是閉合的, 而向左下方或在右下方无限延伸。在列綫圖上的情形則相反, 这种帶只是下部才閉合, 而向上无限延伸。最后, 在中部它們在所有方向上都是有界的, 并繪出了所要尋求的断面參变量的可能变化的有限范围。

由此可見, 在列綫圖的下部, 这就是說, 在 $\frac{h_2}{h_1}$ 的值很小时, 联立方程式的解可能是不确定的, 有一系列的 $\frac{e_2}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 比值都可滿足这个联立方程式。漸近綫的傾角成 45° 这件事實說明, 当問題的解不

确定时, 一系列的解之間有一定的关系。当漸近綫傾角为 45° 时, $\frac{h_2}{e_2} = \text{const}$, 当漸近綫傾角为 135° 时, $h_2 e_2 = \text{const}$ 。从漸近綫方程中可直接得出这个論断。不难看出, 这些比例关系表示了由經驗确定的、并为电法勘探工作者所熟知的等值原理。($S = \frac{h_2}{e_2} = \text{const}$; $T = h_2 e_2 = \text{const}$)。

这样, 在列綫圖下部, 曲綫族的相互平行是等值原理的圖解表示。列綫圖很明确地說明这个原理的作用范围, 并能对所有类型的二層断面估計其作用的界限。作为一个例子, 在附錄 13 中引出了等值原理作用范围的約定上限, 这时假設測定 e_k 的誤差为 $\pm 5\%$ 。

曲綫族向平行于 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 軸漸近綫的靠近有着完全不同的物理意义。当曲綫族平行于 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 軸面相包含时, 它們确定了与其相应的 $\lg \frac{e_2}{e_1}$ 值, 但 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 值还是不确定的, 这个值可能大于某个極限值。这一情况与 $\frac{h_2}{h_1}$ 較大值相适应, 这一情况說明, 在給定的 $\frac{AB}{2h_1}$ 值的范围内的 B33 曲綫段不受第三層 (基層) 的影响。如果我們研究当 $\frac{AB}{2h_1}$ 为較大值时的 e_k , 那末 $\frac{h_2}{h_1}$ 的不确定性就会消失。

从以上全部叙述中不难看出, 所列举的列綫圖可用來定量地解决电法勘探的正演及反演問題, 也就是說, 这些列綫圖可用來根据断面上給定的參变数繪制出 B33 三層曲綫, 也可以用來根据給定的 B33 三層曲綫推定断面上的參变数, 假使等值原理对給定的 B33 曲綫不适用的話。

III. 列綫圖的使用規則

1. 正演問題的解

給定了斷面上的參變數的比: $\frac{e_2}{e_1}$, $\frac{e_3}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$, 要求繪制與它相應的B93三層曲綫。

求出 $\frac{e_3}{e_1}$ 的以十為底的對數。假設, 在特殊情況下 $\lg \frac{e_3}{e_1}$ 等于在繪制列綫圖時所取的參變數值中的一個。

取一個列綫圖, 它的 $\lg \frac{e_3}{e_1}$ 值等于給定的值, 在這列綫圖上放上一張空白的雙對數坐標紙, 其系數為6.25公分, 這系數與列綫圖的對數單位值相應。在重疊的時候, 要使對數紙的1.10或100綫與坐標軸相重合, 並使該數的方向為向右及向上, 這些綫在以後就當作坐標軸, 讀數就從它們開始。橫坐標—— $\frac{e_2}{e_1}$ 軸, 縱坐標—— $\frac{h_2}{h_1}$ 軸。

將坐標為 $\frac{e_2}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 的點 (這些值等于給定的剖面的參變數的比值) 畫到雙對數坐標紙上, 並且利用內插法確定出 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值, 這值相應于通過這點的曲綫。

將求得的 $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 值和查對數得出的 $\frac{e_k}{e_1}$ 填入表格1中, 並要取以下的符號:

當 $\frac{AB}{2h_1} = 4$ 時, $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 和 $\frac{e_k}{e_1}$ 分別以 $\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_4$ 和 $\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_4$ 表示之。

當 $\frac{AB}{2h_1} = 8$ 時, $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 和 $\frac{e_k}{e_1}$ 分別以 $\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_8$ 和 $\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_8$ 表示之。

當 $\frac{AB}{2h_1} = 16$ 時, $\lg \frac{e_k}{e_1}$ 和 $\frac{e_k}{e_1}$ 分別以 $\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{16}$ 和 $\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{16}$ 表示

之。

表 1

給定: $\frac{e_2}{e_1} = \dots\dots\dots$, $\frac{e_3}{e_1} = \dots\dots\dots$, $\frac{h_2}{h_1} = \dots\dots\dots$,		
$\frac{AB}{2h_1}$	$\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)$	$\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_n$
4	$\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_4$	$\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_4$
8	$\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_8$	$\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_8$
16	$\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{16}$	$\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{16}$
32	$\lg \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{32}$	$\left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{32}$

這樣一來, 我們確定了與給定的斷面相適應的三層曲綫上的四個點的 $\frac{e_k}{e_1}$ 值, 留下的問題只是繪制這條三層曲綫。為此, 取空白的B93的對數坐標紙, 並繪上與 e_1 和 h_1 相應的“十字”。之後, 畫上未知曲綫的四個點, 其坐標分別為

$$\left\{ 4, \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_4 \right\}; \left\{ 8, \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_8 \right\}; \left\{ 16, \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{16} \right\}; \left\{ 32, \left(\frac{e_k}{e_1} \right)_{32} \right\}.$$

為了更容易作出三層曲綫, 最好在曲綫的左部, 用CH-1量板作出三層曲綫, 其模數 $\frac{e_2}{e_1}$ 與前面為三層曲綫而給定的模數相同。我們的三層曲綫在其左部應漸近地趨近于這條二層曲綫。未知曲綫右支的漸近綫是平行于橫坐標軸而又與給出的 $\frac{e_3}{e_1}$ 值相應的直綫。有了左漸近綫和右漸近綫及曲綫的四個點後, 可很容易地作出全條曲綫。

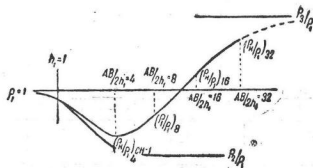


圖 7

作B33三層曲線的示意圖如圖7所示。這時，假使不是繪制一條曲線，而是對某些 $\frac{c_2}{c_1}$ 或 $\frac{h_2}{h_1}$ 值繪制一系列曲線，則內插就變為簡便些，而當有足夠經驗時，繪制一條曲線可進行得很快。

假使給定的 $\frac{c_3}{c_1}$ 值的對數不符合於繪制列綫圖時而採取的 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 中的任何一值，則須遵守以上敘述的規則作出接近於 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 的給定值的二條曲線，並且在兩條綫之間用內插法求出未知曲線。

2. 反演問題的解

給定B33三層曲線。要求確定與此曲線相應斷面上的參變數。

用CH—1的量板或者任何一塊與給定曲線最接近的三層量板確定出 e_1 , h_1 ；然後分別計算等於 $4h_1$, $8h_1$, $16h_1$ 和 $32h_1$ 的 $\frac{AB}{2}$ 值。對於這些 $\frac{AB}{2}$ 值，從B33曲線上取下 c_k 值，並確定 $\frac{c_k}{c_1}$ 比值。取這些比值的以十為底對數：

$$\lg\left(\frac{c_k}{c_1}\right)_4; \lg\left(\frac{c_k}{c_1}\right)_8; \lg\left(\frac{c_k}{c_1}\right)_{16}; \lg\left(\frac{c_k}{c_1}\right)_{32}$$

根據B33曲線的外形可近似地確定 $\frac{c_3}{c_1}$ 比值的級次，由此可確定 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 的級次。

我們選擇幾個列綫圖，這些列綫圖的 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 值接近於給定的B33曲線的 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 值。按照以上所說的規則將B33的空白坐標紙復在列綫圖上，並用鉛筆畫出與所求出的 $\lg\left(\frac{c_k}{c_1}\right)_n$ 值相適應的曲線段。

如果在某一個列綫圖上，曲線族的四條曲線交於一點，那這個列綫圖的 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 值就等於所解釋的B33曲線的真正 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 值。該交點的坐標給出了所解釋曲線相應的 $\lg \frac{c_2}{c_1}$ 和 $\lg \frac{h_2}{h_1}$ 。這樣就確定了 $\frac{c_2}{c_1}$, $\frac{c_3}{c_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 值。由此，要是知道了 e_1 和 h_1 後，就很容易求得 e_2 , c_3 和 h_2 。

有可能發生這樣情況，無論在那一個列綫圖上，曲線族的各曲線不相交於一點，而三個曲線族的曲線相交成曲線三角形（кривой треугольни）。如果畫列綫圖時所採取的 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 的任一值都不等於所解釋B33曲線的 $\lg \frac{c_3}{c_1}$ 值時，則將產生上述情況，在這種情況下問題的解應當從兩個列綫圖之間進行內插而求得，這兩個列綫圖應這樣地選擇，使得由一個列綫圖轉到另一個列綫圖時曲線三角形的邊的相互排列發生變化。這個問題將在討論具體實例時得到詳細的闡明。

也會發生這樣的情況，無論在那一張列綫圖上，既得不到曲線族的交點，也不發生曲線三角形的邊的相互位置的變化，這一現象可能由以下的情況來引起的，就是所解釋的B33曲線實際上比較三層曲線更為複雜，雖然按其外形是看不到這種情況的。

為了避免較大的誤差，在按B33曲線確定斷面的參變數後，應根據這些數據用上述方法作出理論曲線，並將實際曲線與理論曲線重合，以驗算所進行的解釋是否正確。

為了更完整的說明用列綫圖解電法勘探正演和反演問題，我們再來討論一系列的實例。應指出，在下面的全部問題中， e 的單位為歐姆公尺， h 的單位為公尺（為了簡單起見， e 和 h 的因次到處都略去）。

IV、使用列綫圖的实例

变数相适应。

1. 垂向电测深 (B93) 三层曲线的繪制

例 1 給定

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2.86; \quad \frac{\rho_3}{\rho_1} = 0.316; \quad \frac{h_2}{h_1} = 3.67.$$

由上得出

$$\lg \frac{\rho_3}{\rho_1} = -1.50$$

取 $\lg \frac{\rho_3}{\rho_1} = -1.50$ 的列綫圖 (附錄 8)。对于給定的 $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 值, 取出 $\lg \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_n$ 值, 并确定 $\left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_n$ 值:

$$\lg \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_4 = 0.23; \quad \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_4 = 1.70$$

$$\lg \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_8 = 0.23; \quad \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_8 = 1.70$$

$$\lg \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_{16} = 1.98; \quad \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_{16} = 0.955$$

將等于單位值的 ρ_1 和 h_1 值以及給定的 $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\frac{\rho_3}{\rho_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 画到双对数坐标紙上。

画点上 (4; 1.70), (8.170) 及 (16; 0.955)。作出 CH-1 曲线, 其模数为 $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2.86$ 。(因为在这量板上沒有具有这个模数的二層曲线, 我們画出模数各为 2.33 和 4 的兩層曲线; 然后用内插法作出未知曲线)。把这条綫当作漸近綫, 我們通过依据列綫圖所确定的三个点作一曲线。这样, 所得的曲线如图 8 所示, 此曲线与給定的参

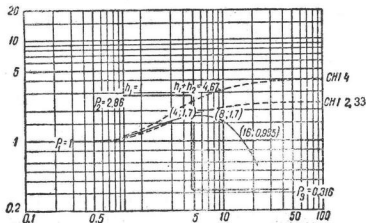


图 8

例 2 給定

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2.33; \quad \frac{\rho_3}{\rho_1} = 17.8 \text{ 和 } \frac{h_2}{h_1} = 6.15$$

因而

$$\lg \frac{\rho_3}{\rho_1} = 1.25$$

利用 $\lg \frac{\rho_3}{\rho_1} = 1.25$ 的列綫圖 (附錄 15)。对給定的 $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 值, 从列綫圖上取出 $\lg \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_n$ 值, 并根据它們确定 $\left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_n$ 值。

$$\lg \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_4 = 0.24 \quad \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_4 = 1.74$$

$$\lg \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_8 = 0.385 \quad \left(\frac{\rho_k}{\rho_1} \right)_8 = 2.43$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{16} = 0.57 \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{16} = 3.72$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{32} = 0.79 \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{32} = 6.17$$

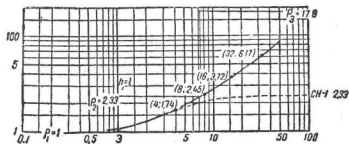


圖 9

將等于單位值的 e_1 和 h_1 及給定的 $\frac{e_2}{e_1}$, $\frac{e_3}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 画到坐标紙上 (圖 9)。將坐标为 (4; 1.74); (8; 2.43); (16; 3.72) 和 (32; 6.17) 的点画入。

繪制模数为 $\frac{e_3}{e_1} = 2.33$ 的 CH-1 曲线。通过所求出的点作未知曲线。

例 3 給定

$$\frac{e_2}{e_1} = 0.63; \quad \frac{e_3}{e_1} = 2.50 \text{ 和 } \frac{h_2}{h_1} = 4.60$$

因而

$$\lg \frac{e_3}{e_1} = 0.40$$

圖冊上还没有 $\lg \frac{e_3}{e_1} = 0.40$ 的列线图。

取 $\lg \frac{e_3}{e_1}$ 等于 0.25 和 0.5 的相邻的两个列线图 (附錄 11 和 12)。

对給定的 $\frac{e_2}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 作两条曲线。已知曲线将位于这两曲线之間, 可

用內插法求得它。

根据 $\lg \frac{e_3}{e_1} = 0.25$ 的列线图 (附錄 11) 求得当 $\frac{e_2}{e_1} = 0.63$ 和 $\frac{h_2}{h_1} = 4.60$ 时的 $\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_n$ 和 $\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_n$ 值。它們等于:

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_4 = 1.87; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_4 = 0.74$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_8 = 1.89; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_8 = 0.776$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{16} = 0.03; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{16} = 1.07$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{32} = 0.12; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{32} = 1.32$$

根据 $\lg\left(\frac{e_3}{e_1}\right) = 0.50$ 的列线图 (附錄 12) 求得当 $\frac{e_2}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 等于

以上数值时的 $\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_n$ 和 $\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_n$:

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_4 = 1.875; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_4 = 0.75$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_8 = 1.95; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_8 = 0.87$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{16} = 0.11; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{16} = 1.29$$

$$\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{32} = 0.275; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_{32} = 1.89$$

象在前面的情况一样, 在 B33 的空白对数紙上画上等于單位值的 e_1 和 h_1 , 以及給定值 $\frac{e_2}{e_1}$, $\frac{e_3}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$. 接着画上位于第一条三層曲线的 (4, 0.74), (8; 0.776), (16; 1.07) 和 (32; 1.32), 以及位于第二条三層曲线上的点 (4; 0.75), (8; 0.87), (16;

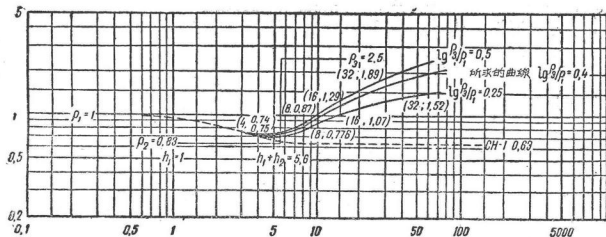


圖 10

1.29) 和 (32; 1.89)。作出系数 $\frac{c_2}{c_1} = 0.63$ 的兩層曲線，并根据作出的点作出兩条三層曲線，而以模数为 $\frac{c_2}{c_1} = 0.63$ 的兩層曲線作为其左漸近綫。在这兩条曲綫之間進行內插，不难求得未知曲綫。所討論繪制曲綫的实例如圖10所示。

2. 垂向电測深 (BЭЗ) 三層曲綫的解釋

例 4 給定圖 11 的 BЭЗ 曲綫。要求确定与此曲綫相应的断面上的參变数。

用 CH-1 量板，或者用任一条与給定的 BЭЗ 曲綫最近的三層曲綫确定 c_1 和 h_1 ，在所討論的实例中我們有：

$$c_1 = 7; \quad h_1 = 6.$$

找出这样一些 $\frac{AB}{2}$ 的值，假如 $\frac{AB}{2h_1}$ ，分別等于 4, 8, 16 和 32。它們將为 24, 48, 96 和 192。

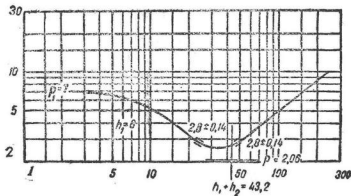


圖 11

对所求出的 $\frac{AB}{2}$ 值，我們根据給定的曲綫确定 $(e_k)_n$ ， $\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_n$ ，

然后求出 $\lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_n$ ：

$$(e_k)_4 = 2.8; \quad \left(\frac{e_k}{e_1}\right)_4 = 0.40; \quad \lg\left(\frac{e_k}{e_1}\right)_4 = 1.60$$

$$(\varrho_k)_8 = 2.8; \quad \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_8 = 0.40; \quad \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_8 = 1.60$$

$$(\varrho_k)_{16} = 4.8; \quad \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_{16} = 0.685; \quad \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_{16} = 1.835$$

$$(\varrho_k)_{32} = 8.3; \quad \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_{32} = 1.185; \quad \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_{32} = 0.075$$

按給定的曲線的外形來看，我們斷定， $\varrho_3 > \varrho_1$ 。因此必須取 $\lg \frac{\varrho_3}{\varrho_1}$ 為正值的列綫圖。我們取 $\lg \frac{\varrho_3}{\varrho_1} = 0.5$ 的列綫圖（附錄12）。在它上面放上一張透明紙或者 B33 坐標紙，並画上相當於上述 $\lg \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)$ 值的曲線。我們得到的曲線如圖12上所示。曲線不是相交於一點。因而，或者是所取的 $\lg \frac{\varrho_3}{\varrho_1}$ 任一值不適合 B33 曲線，或者是給出的曲線不是三層曲線。

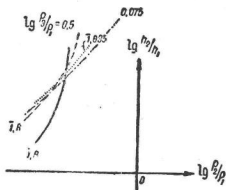


圖 12

取 $\lg \frac{\varrho_3}{\varrho_1} = 1.0$ 的列綫圖（附錄14）。在它上面放上一張透明紙，又重新画上相當於上述的 $\lg \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_n$ 值的曲線，我們得到的曲線如圖13上所示。這些曲線仍不交於一點，可是各曲線的相互位置已變化。 $\lg \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)$ 等於 1.6 和 1.6 的曲線的交點，在第一種情況下，交

於 1.835 和 0.075 曲線，而在第二種情況下低於它們。這樣就有根據地假設，在 0.5 和 1.0 之間的 $\lg \frac{\varrho_3}{\varrho_1}$ 值是滿足我們所給定的曲線的。

取 $\lg \frac{\varrho_3}{\varrho_1}$ 等於 0.75 的列綫圖（附錄13）。用與上述類似的方法進行繪制（圖14）。我們看到，所有曲線相交於一點。交點的坐標就是所要尋求的 $\lg \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right)$ 和 $\lg \left(\frac{h_2}{h_1}\right)$ 的值。利用雙對數坐標紙（B33 坐標紙），我們就直接求得 $\frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 。

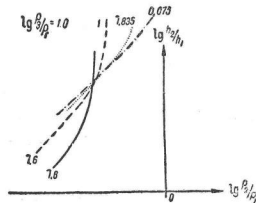


圖 13

在所討論的實例中，我們有：

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = 0.295; \quad \frac{h_2}{h_1} = 6.20; \quad \lg \frac{\varrho_3}{\varrho_1} = 0.75 \text{ 和 } \frac{\varrho_3}{\varrho_1} = 5.60$$

考慮到 $\varrho_1 = 7$ 和 $\varrho_1 = 6$ ，因此我們得到：

$$\varrho_2 = 2.06; \quad \varrho_3 = 39.2 \text{ 和 } h = 37.2。$$

由此可見，第二層層的厚度或高電阻層的埋藏深度等於

$$h_1 + h_2 = 43.2。$$

解釋的結果以右“十字”形式画到圖11上。

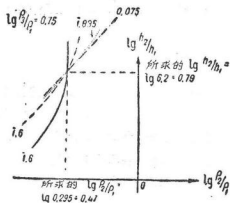


圖 14

指出这一点是有意义的，当 $\lg \frac{e_2}{e_1}$ 等于 0.5 和 1.0。而不同于所讨论的 B33 曲线的 $\lg \frac{e_2}{e_1}$ 值时， $\lg \left(\frac{h_2}{h_1} \right)$ 4.8 曲线的交点的坐标所确定的 $\frac{e_2}{e_1}$ 和 $\frac{h_2}{h_1}$ 值非常接近于真正的值，并分别等于 0.29；6.0 和 0.30；6.4。换句话说，确定第二层参数时的误差，在这种场合下，只在很小程度上取决于确定第三层参数时的误差，因为后者对 $\left(\frac{h_2}{h_1} \right)$ 4.8 的影响不大。

在这例子里我们将要表明有可能对确定第二层参数的误差作出估价，假使是在确定 e_k 时具有允许误差的话。显然，确定第二层参数的误差的最大值是发生在 B33 曲线的中央部分的 e_k 值具有误差的场合下。

设 $\frac{h_2}{h_1} = 4$ 和 8 时，确定 e_k 时的误差等于 $\pm 5\%$ 。因而 (e_k) 4.8 将等于 2.90 ± 0.14 ，而 $\left(\frac{h_2}{h_1} \right)_{4.8} = 0.40 \pm 0.02$ 。由此， $\lg \left(\frac{h_2}{h_1} \right)_{4.8}$ 将等于 1.60 ± 0.02 。

利用 $\lg \frac{e_2}{e_1} = 0.75$ 的列线图（附录 13），在透明纸上（图 15）画上 $\lg \left(\frac{h_2}{h_1} \right)_{4.8}$ 等于 1.58 和 1.62 的曲线以及画上 $\lg \left(\frac{e_2}{e_1} \right)_k$ 等于 1.58 和 1.62 的曲线。我们得到的不是一个点，而是一堆由曲线相交成的稜形

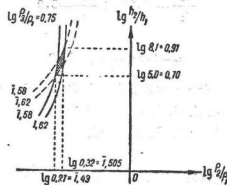


圖 15

形的误差面积。这个稜形上任一点的坐标都给出第二层可能的参数，它们相应于测定 e_k 时具有 $\pm 5\%$ 的误差的 B33 曲线。显然，稜形一对顶点的坐标给出参数可能变化的极限值。它们的数值如下：

对稜形的上部顶点来说

$$\frac{e_2}{e_1} = 0.32 \text{ 和 } \frac{h_2}{h_1} = 8.1$$

或者

$$e_2 = 2.24 \text{ 和 } h_2 = 48.6$$

对下部顶点而言

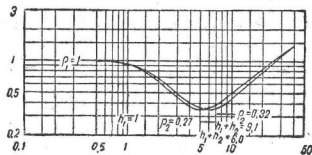


圖 16

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = 0.27 \text{ 和 } \frac{h_2}{h_1} = 5.0$$

或

$$\varrho_2 = 1.89 \text{ 和 } h_2 = 30.0$$

由此可見，對於我們所討論的 B33 曲綫，在 B33 曲綫的極小帶內，測定 ϱ_k 值具有 $\pm 5\%$ 誤差時，則確定各參數時的誤差如下：確定 ϱ_2 時的最大誤差為 $\pm 5\%$ ，確定 h_2 $\pm 23.5\%$ ，確定兩層總厚度。—— $\pm 20.5\%$ 。

相當於上述情況的 B33 曲綫的極限位置如圖 16 上所示

例 5. 給定 B33 三層曲綫，如圖 17 上所示。要求確定曲綫所反映的斷面上的參變數。

用 CH-1 量板或者任一最接近於給定的 B33 三層曲綫的三層量板，求得 ϱ_1 和 h_1 。在所討論的實例中， h_1 的確定是不十分精確的，也可以取它為 3，也可以取它為 3.4； $\varrho_1 = 50$ 。

假設 $h_1 = 3$ ，我們求得與 $\frac{AB}{2h_1}$ 的四个值相應的 $\frac{AB}{2}$ 值，它們將等於 12, 24, 48 和 96。

對於這些 $\frac{AB}{2}$ 值，根據 B33 三層曲綫確定 $(\varrho_k)_n$ ，然後確定：

$$\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_n \text{ 和 } \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_n :$$

$$(\varrho_k)_4 = 25.0; \quad \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_4 = 0.50; \quad \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_4 = 1.70$$

$$(\varrho_k)_8 = 10.0; \quad \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_8 = 0.20; \quad \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_8 = 1.30$$

$$(\varrho_k)_{16} = 1.58; \quad \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_{16} = 0.0316; \quad \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_{16} = 2.50$$

$(\varrho_k)_{32}$ 是不可能被確定的，因為 B33 沒有做到這樣大的電極距。

根據給定的 B33 三層曲綫的外形，我們發現， $\varrho_2 \ll \varrho_1$ 。我們取

$$\lg \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \text{ 小於 } 2.5 \text{ 的列綫圖，因為 } \lg\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1}\right)_{16} = 2.50,$$

而 $\lg \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ 顯然應該更小。

利用 $\lg \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = -\infty$ 的列綫圖（附圖 1）。類似在例 4 中那樣地繪制出曲綫，它們如圖 18 上所示，這時我們得到的曲綫不相交於一點。前面所做的假設對這例子仍為最有效的（例 4）。取 $\lg \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = 2.0$ 的列綫圖（附圖 2）同樣地進行繪制曲綫（圖 19）。曲綫仍然不交於一點，可是曲綫交成的三角形已經減少，這就證明離較正確的解已不遠了。

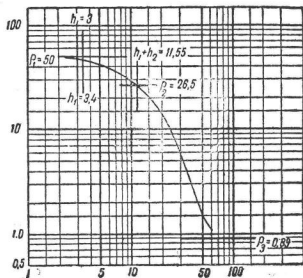


圖 17

取 $\lg \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = 2.25$ 的列綫圖（附圖 3）。同樣地繪制曲綫，的曲綫交於一點（圖 20）。於是解就求出了。