

教授级特级教师领衔 专家学者倾情打造

新课程 高/中/教/师/手/册

XINKECHENG / GAOZHONGJIAOSHISHOUCE

数学

SHU XUE

- 立足于新课程改革以来各学科的研究与实践
- 致力于教师专业发展与终身学习
- 以人为本，服务教学

主编 陈光立（特级教师）


$$\begin{aligned}\cos \alpha+\cos \beta &=2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \\ \cos 2 \alpha &=\cos ^2 \alpha-\sin ^2 \alpha \\ \cos 2 \alpha &=2 \cos ^2 \alpha-1 \\ \cos 2 \alpha &=1-2 \sin ^2 \alpha \\ \cos \theta \sec \theta &=1, \tan ^2 \theta+1=\sec ^2 \theta, \cot ^2 \theta+1=\csc ^2 \theta \\ \sin ^2 \theta+\cos ^2 \theta &=1 \quad \tan \theta=\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \cot \theta=\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ \sin 2 \alpha &=2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \tan \theta=1, \sin \theta \csc \theta=1 \\ \cos ^2 \alpha &=\frac{1+\cos 2 \alpha}{2} \\ \log _a N &=\frac{\log _c N}{\log _c a} \quad (a>0, c>0, N>0, \text { 且 } a \neq 1, c \neq 1) \\ 360^{\circ} &=2 \pi \text { rad } \quad a^{-\frac{1}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{1}{n}}} \quad (a>0, m, n \in \mathbf{N}^{*}, \text { 且 } n>1) \\ \sin ^2 \alpha &=\frac{1-\cos 2 \alpha}{2} \quad \log _a(MN)=\log _a M+\log _a N \\ 1^{\circ} &=\frac{\pi}{180} \text { rad} \approx 0.01745 \text { rad } \quad \log _a M^n=n \log _a M \\ 1 \text { rad} &=\frac{180^{\circ}}{\pi} \approx 57.30^{\circ} \quad \log _a \frac{M}{N}=\log _a M-\log _a N \quad (\text { 其中 } a>0, a \neq 1, M>0, N>0) \\ a^{\frac{m}{n}} &=\sqrt[n]{a^m} \quad (a>0, m, n \in \mathbf{N}^{*}, \text { 且 } n>1) \\ \sin \alpha+\sin \beta &=2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}, \quad \sin \alpha-\sin \beta=2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}\end{aligned}$$



南京大学出版社

新课程 XIN KE CHENG
高/中/教/师/手/册
GAOZHONGJIAOSHISHOUCE

● 数学
SHU XUE

语文	数学	英语
政治	历史	地理
物理	化学	生物

《新课程高中教师手册·数学》

ISBN 978-7-305-09052-3



9 787305 090523 >

定价：78.00元

新课程高中教师手册

XINKECHENGGAOZHONGJIAOSHISHOUCE

数 学

SHU XUE



主编：陈光立

编写人员：(以姓氏笔画为序)

石志群 龙艳文 刘 明 孙旭东

朱胜强 陈光立 俞泰鸿 黄智华



南京出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课程高中教师手册. 数学 / 陈光立主编. — 南京:
南京大学出版社, 2012. 4

ISBN 978-7-305-09052-3

I. ①新… II. ①陈… III. ①中学数学课—高中—教
学参考资料 IV. ①G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 235931 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健
书 名 新课程高中教师手册·数学
主 编 陈光立
责任编辑 王渭雅 编辑热线 025-83594087
照 排 南京南琳图文制作有限公司
印 刷 南京玉河印刷厂
开 本 718×1000 1/16 印张 37 字数 775 千
版 次 2012 年 4 月第 1 版 2012 年 4 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-09052-3
定 价 78.00 元
发行热线 025-83594756 83686452
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有, 侵权必究

* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

出 版 说 明

国家第八次基础教育课程改革已历时十多年。这次课程改革,是新时期全面推进素质教育,提升中华民族素质,增强综合国力的一项重要战略工程,其功在当代,利在千秋。

教师是课程改革的主力军与推动者。十多年来,以人为本的新课程理念已深深扎根于教师的教学与心灵之中。

南京大学出版社在江苏省教育系统领导的大力支持下,结合高中教育教学与大学教学工作衔接的课题研究,聘请一批江苏省特级教师、教授级高级教师领衔,聚集数十位有着丰富课程改革与教学经验的老中青学者教师,经过近两年的艰苦努力,几易其稿,编写了这套反映新课程改革最新成果的丛书。

本套丛书有以下篇章:

课程史话 叙述高中各学科近百年来的动态、走向;引导教师在继承发展创新中重新审视教学的内在价值;帮助教师在新课程教学中,以生活为基础、以学科知识为支撑,主张构建课程模块,坚持正确的价值导向,把关注知识逻辑与生活逻辑结合起来,把关注学生生活与学生发展结合起来,强调学生探究新知识的经历与思考,获得新知识的感悟与体验,为教师综合素质的提高、教学素材的整合与发展,提供更大的发展空间。

课程体系 介绍新课程核心理念、性质、目标、设计以及模块教学。阐述新课程评价体系,探讨对知识与技能、过程与方法、情感态度价值观三维目标的评价标准。教材延伸部分主要针对教师在教学中的疑难问题展开研讨,淡化定义,优化案例,强化辨析。设计“三维”目标条目,强调教师应在教科书引领下创造性地开展教学活动,坚持“贴近学生、贴近生活、贴近实际”的原则,加强教学策略研究,注重教学方式方法的选择和运用,加强对学生学习的指导,促进学习方式的转变,加强教学实践环节,丰富教学内容,活跃教学形式。

课程教学 历数新课程课堂模式,介绍众多教学新法,还有章节专述学法指导;精品课例部分,选择经典课例,坚持实践性与开放性的统一,理论联系实际,倡导开放互动的教学方式和合作探究的教学方式,引领学生在认识社会、适应社会、融入社会的实践活动中,感受社会生活领域中应用知识的价值和理性思考的意义。

专业发展 侧重论述教师职业素养的养成与专业技能的运用;引导教师领悟教学研究的真义,在教学研究中促进教学,提升素养和幸福感;引导教师把握教学研究方式,学会教学反思,撰写教学叙事、教学案例、小课题研究、教研论文,开通

教育博客等;参与同伴互助备课,教研组共同体,参加名师工作室,参与教研培训、校本培训市、区教研活动、骨干教师培训、远程培训;关注教师进修和学历的提升。

课程特色 根据各学科特点,强调理论联系实际;注重实践,注重体验,讲究手段,激发教师、学生的参与热情,采用多元评价;重在引导教师建立一系列现代教学观念和教学行为方式,实现“六个转化”,即从重教师的教到重学生的学,从重知识传授到重能力培养,从重认知到重情感,从重结果到重过程,从重教法到重学法,从重继承到重创造;倡导教育教学过程重在塑造灵魂、教书育人。

附录 选择一些各学科经典例题,供读者参考。还配有人物索引、名词解释、相关领域等小栏目,涉及文字学、文学、天文学、数学、物理学、化学、生物学、历史学、地理学、建筑学、环境学、逻辑学、推理学、哲学、心理学、伦理学、管理学、宇宙学、人类学、环境学、社会学等知识。可谓是一部小百科全书。

本套丛书有以下特点:

一是唤醒主体意识。推进新课程的主旨是唤醒教师、学生的主体意识,主要是责任意识、使命意识。教改的问题,关键在教师。高中阶段教育是学生个性形成、自主发展的关键时期,发挥教师的主导作用,对国民素质的提高和创新人才的培养具有特殊意义。丛书作者着力引领教师具有强烈的责任心和爱国心,做学科功底厚实、学贯中西的优秀教师。

二是汲取百年精华。丛书力图从中国近百年教育中吸取营养,以推动高中教育为教育强国、人力资源强国做出贡献,具有较强的工具性、资料性。主张教师应竭尽全力培养学生自主学习和适应社会的能力,培养学生树立正确的世界观、人生观和价值观。各学科课堂应尽量让知识变智慧,道理变哲理,苦味变趣味。

三是强调实用生成。丛书编写人员对全国各版本教材进行了深入分析、综合,有些学科还借鉴了国外的有益成分。有多学科综合开发利用的倾向,部分内容具有精确性、前瞻性、新颖性。书中对教学的课外活动,课堂的探究活动,课外的竞赛活动,教师个体的自学,群体的合作和探究,均有涉猎。内容编排上查找便捷,方便教师进行研究和教学生成。

四是建构教学样式。科学渗透地教,生动活泼地学,灵活机动地考,将科学的内容和活泼的形式结合,把课堂变成“美妙的课堂”、“思想的课堂”、“生命的课堂”,使科学精神与人文精神交相辉映,自然学科素养和人文素养相得益彰。读者可以通过不同学科的编写内容,领略不同名师的教学模式和风格,在共性和个性的统一中,取长补短。

在本书编写过程中,我们学习、参考了许多专家学者的研究成果,也总结、借鉴了大量一线教师的工作经验,在此表示衷心感谢!由于时间仓促并受篇幅限制,恕不一一注出。

本书中不妥之处,敬请广大读者批评指正。

序

30年前,我在南京第十中学听了宋嘉祺老师的一节语文课,至今仍记忆犹新。那时宋老师已满头白发,但是身材依然高大挺拔。他站在讲台前说:“同学们,我没到过黄山,但是读了徐霞客这篇《黄山游记》,如临其境,感受良多,概括起来说六个字——”接着他转过身去,在黑板上写下了“奇山、奇文、奇人”六个苍劲有力的大字。然后又转过身来说:“何以为奇?同学们跟我一起读。”之后他一边诵读一边讲解,同学们和听课的教师都全神贯注。当下课铃响起的时候,大家都不约而同地叫起来:“啊!怎么下课了?”同学们全都那样地投入,难道不算自主学习吗?我一直以为“教学有法,教无定法,贵在得法”的说法是正确的,真正高效的教学必须依靠学养深厚的教师啊!

高素养、功力深的教师从何而来?这是我从教一生从未停息的追问。在原江苏教育委员会工作期间,我分管全省的普教及师范教育。一次在向省长汇报工作时,当我讲到当时中小学教师“数量不足,结构不均,素质偏低,待遇不高”时,省长打断了我的讲话,他说:“你讲的几点,除了教师待遇需要政府来解决,其他几点都是你们教育主管部门的事。”当时我就觉得省长说得很有道理,教师培养的计划是我们做的,专业设计是我们安排的,师范院校也是我们办的。“数量、结构、素质”都是教育部门自身应该而且可以解决的问题啊!然而这个问题却长时间得不到解决,我常为之感叹。不管如何,当今的中国教育已经得到很大发展,办学条件大大改善,教师待遇也有了较大提升。建设数量足够、结构合理、素质较高的教师队伍的任务已到了非落实不可的时候了。

当然,提高教师素养还有另外一个方面,就是如何搞好在职教师的培训问题。我们非常高兴地看到国家在在职教师的培养方面加大了投入,努力通过进修院校提高在职教师的学历,组织骨干教师出国培训,开阔他们的眼界。但是,我以为最直接、最有效的还是结合教师教学实际开展的校本培训,尤其是要激发教师自我发展的内在动力。校长带领教师为了自己的职业生命和个人尊严去认真读书、教书,仍然是教师研修的最直接、最基本的途径和方法。

提起读书,就想起小时候母亲给我做了一个小书包,对我说:“孩子,上学

去念书。”现在老了回过头来想想,学校不就是个读书的地方吗?让学生学会读书,才能真正地学会学习。为此,教师首先应是个读书人,阅读就是教师的生活方式。

优秀教师的成长一般都经历读万卷书、行万里路、交天下友的过程。钱穆、叶圣陶都是小学教师、民办教师出身,后来成了大家。很重要的一点就是靠自身刻苦钻研,博览群书,博采众长;靠大胆实践,勇闯新路,富有个性。

说到阅读生活,我建议大家读一本叫《越读者》的书。台湾作者郝明义先生把阅读比做饮食,他把阅读像吃饭一样分为四类:一类谓之“主食”类阅读,是为了满足人的饱腹感的“生存需要”的阅读;二类谓之“美食”类阅读,是为了满足人对高营养食物追求的“思想需求”的阅读;三类谓之“果蔬”类阅读,是满足人消化吸收需要的“工具类”阅读;四类谓之“甜品”类阅读,是属于零食类的“休闲需要”的阅读。南京大学出版社组织编写的这套《新课程高中教师手册》,大概应属于满足教师“工具类”需求的阅读资料,如果大家能认真阅读下去,能帮助补充“主食”的不足。

仔细阅读本套丛书,我深感编写工作之不易。从中国课程百年变迁史话走来,汇集了全国新课程改革的前沿成果,资料翔实,结构严谨,工具性强,使用方便。应该说,该套丛书是众多老师的心血之作、经验之谈。我为书中的一些内容安排感到惊喜,纵向有衔接,横向有联系,内容条目化,结构有平衡。用工具书的形式帮助教师减轻负担,推进教学改革,提高教学水平,这实在是功在千秋的大好事。

本着对教育科研工作负责的精神,我向参与丛书编写的老师们表示感谢,也希望全省乃至全国的教师都来阅读和关注这套丛书;若能提些建议、意见,使丛书更加完备、完善,则更是我所期待的幸事。

当然,教师的研修不只是读书。古人云“读万卷书,行万里路”,除了读书,还得行路,去实践,以开阔视野,增强体验。当下,由于社会的进步,特别是网络的发达,人们的距离越来越近了,交友已成为一种便捷的学习方式。所以,我以为在学校里倡导“读万卷书,行万里路,交天下友”,将有助于我们整合教育资源,拓展教育空间,改进教学方法,从而将新课程改革实施到位。南京大学出版社的这套教师手册,也就可能为高中教师实施新课程提供些帮助。

周德芳

目 录

第一篇 课程史话

第一章 数学课程的历史演变	(2)
第一节 / 国际数学课程改革历史的回顾	(2)
第二节 / 国际数学课程的改革趋势	(5)
第三节 / 我国数学课程的发展历程	(11)
第四节 / 我国新一轮高中数学课程改革的背景	(19)
第五节 / 新课改前数学教育存在的主要问题	(21)
第六节 / 高中数学新课程的目标与内容的特点	(23)
第二章 数学发展的历史进程	(28)
第一节 / 中国数学发展历程	(28)
第二节 / 世界数学发展历程	(35)
第三节 / 现代数学的发展趋势	(47)

第二篇 课程体系

第一章 新课程数学的学科体系	(55)
第一节 / 学科体系结构简介	(55)
第二节 / 对数学课程目标的总体认识	(56)
第三节 / 对知识、技能的基本要求	(57)
第四节 / 对几种数学能力的认识	(58)
第五节 / 发展学生的数学应用意识和创新意识	(59)
第六节 / 通过数学课程培育情感、态度、价值观	(60)
第二章 集合、函数、常用逻辑用语	(61)
第一节 / 目标定位	(61)
第二节 / 知识结构	(65)
第三节 / 教学建议	(72)
第四节 / 课本延伸	(77)
第三章 三角函数	(81)
第一节 / 目标定位	(81)
第二节 / 知识结构	(83)

第三节 / 教学建议	(86)
第四节 / 课本延伸	(88)
第四章 平面向量	(90)
第一节 / 目标定位	(90)
第二节 / 知识结构	(93)
第三节 / 教学建议	(97)
第四节 / 课本延伸	(98)
第五章 三角恒等变换	(101)
第一节 / 目标定位	(101)
第二节 / 知识结构	(102)
第三节 / 教学建议	(104)
第四节 / 课本延伸	(105)
第六章 解三角形	(107)
第一节 / 目标定位	(107)
第二节 / 知识结构	(108)
第三节 / 教学建议	(110)
第四节 / 课本延伸	(111)
第七章 数 列	(113)
第一节 / 目标定位	(113)
第二节 / 知识结构	(114)
第三节 / 教学建议	(118)
第四节 / 课本延伸	(119)
第八章 不等式	(122)
第一节 / 目标定位	(122)
第二节 / 知识结构	(124)
第三节 / 教学建议	(130)
第四节 / 课本延伸	(131)
第九章 平面解析几何	(133)
第一节 / 目标定位	(133)
第二节 / 知识结构	(137)
第三节 / 教学建议	(148)
第四节 / 课本延伸	(149)
第十章 立体几何	(151)
第一节 / 目标定位	(151)
第二节 / 知识结构	(154)
第三节 / 教学建议	(162)
第四节 / 课本延伸	(164)
第十一章 算法初步	(166)

第一节 / 目标定位	(166)
第二节 / 知识结构	(167)
第三节 / 教学建议	(170)
第四节 / 课本延伸	(170)
第十二章 概 率	(172)
第一节 / 目标定位	(172)
第二节 / 知识结构	(174)
第三节 / 教学建议	(180)
第四节 / 课本延伸	(182)
第十三章 统 计	(185)
第一节 / 目标定位	(185)
第二节 / 知识结构	(187)
第三节 / 教学建议	(191)
第四节 / 课本延伸	(193)
第十四章 导数 定积分	(194)
第一节 / 目标定位	(194)
第二节 / 知识结构	(196)
第三节 / 教学建议	(198)
第四节 / 课本延伸	(201)
第十五章 数系的扩充与复数的引入	(204)
第一节 / 目标定位	(204)
第二节 / 知识结构	(205)
第三节 / 教学建议	(208)
第四节 / 课本延伸	(208)
第十六章 计数原理	(210)
第一节 / 目标定位	(210)
第二节 / 知识结构	(212)
第三节 / 教学建议	(215)
第四节 / 课本延伸	(217)

第三篇 课程教学

第一章 数学教学	(220)
第一节 / 教学的概念	(220)
第二节 / 教学的意义与任务	(222)
第三节 / 教学理论发展的趋势	(223)
第四节 / 对数学教学的再认识	(225)
第五节 / 选修课程系列的教学	(229)

第二章 数学教学模式	(233)
第一节 / 教学模式概述	(233)
第二节 / 常用中学数学教学模式	(237)
第三节 / 新课改背景下的教学模式	(241)
第三章 数学教学设计	(246)
第一节 / 数学教学设计要点	(246)
第二节 / 数学教学设计的前期准备	(247)
第三节 / 常见课型的教学设计	(249)
第四节 / 新课程数学教学设计的特点	(259)
第四章 数学教学方法	(263)
第一节 / 教学方法概述	(263)
第二节 / 启发式教学思想	(264)
第三节 / 传统的数学教学方法	(265)
第四节 / 新课程理念下数学教学方法的改革与发展	(268)
第五节 / 《几何画板》及其应用	(272)
第五章 数学学法指导	(277)
第一节 / 数学学习活动探析	(277)
第二节 / 智力因素和非智力因素的协调培养	(279)
第三节 / 中学数学学习	(281)
第四节 / 面向新课程的数学学习策略	(283)
第五节 / 学习方法指导	(288)
第六章 数学教学案例	(295)
案例 1 函数的单调性	(295)
案例 2 对数函数	(300)
案例 3 “幂函数”概念引入的教学设计	(304)
案例 4 直线与平面垂直(第 1 课时)	(306)
案例 5 直线的方程	(310)
案例 6 点到直线的距离公式	(313)
案例 7 几何概型	(317)
案例 8 三角函数的诱导公式(第 1 课时)	(320)
案例 9 等差数列的概念	(324)
案例 10 “平均变化率”	(327)

第四篇 专业发展

第一章 教师的专业化	(333)
第一节 / 教师专业化的发展历程	(333)
第二节 / 教师专业化的制度保障	(335)

第二章 高中数学教师职业素养	(339)
第一节 / 品德素养	(339)
第二节 / 数学素养	(340)
第三节 / 教育素养	(342)
第三章 课堂教学与评价	(347)
第一节 / 课堂教学评价	(347)
第二节 / 评价的方法与技术	(350)
第三节 / 教学反思	(359)
第四章 数学试题编制	(364)
第一节 / 命题的原则与要求	(364)
第二节 / 命题的基本程序	(366)
第三节 / 衡量试卷质量的基本指标	(368)
第四节 / 高中数学试题的命题方法	(369)
第五章 教育科研	(377)
第一节 / 课题研究概述	(377)
第二节 / 高中数学教育研究	(392)
第三节 / 数学教科论文写作	(395)
第六章 专业发展	(408)
第一节 / 对专业发展的认识	(408)
第二节 / 专业发展的途径	(410)
第三节 / 高中数学教师学科参考	(414)

第五篇 课程特色

第一章 思维与数学思维	(418)
第一节 / 思维	(419)
第二节 / 数学思维	(424)
第三节 / 数学思维的基本原则	(426)
第四节 / 数学思维意识	(428)
第二章 数学思想方法	(433)
第一节 / 数学思想	(433)
第二节 / 数学思维方法	(440)
第三章 数学思维能力的培养	(470)
第一节 / 数学思维能力	(470)
第二节 / 数学思维能力的发展过程	(470)
第三节 / 数学思维能力的培养	(471)
第四章 数学文化	(477)
第一节 / 数学文化	(477)

第二节 / 数学文化背景下的数学教学	(479)
--------------------------	-------

第六篇 附 录

第一章 经典试题	(485)
第一节 / 集合、常用逻辑用语、函数	(485)
第二节 / 三角函数	(490)
第三节 / 平面向量、复数	(495)
第四节 / 数 列	(498)
第五节 / 不等式	(502)
第六节 / 平面解析几何	(506)
第七节 / 立体几何	(511)
第八节 / 概率、统计、算法、排列组合	(516)
第九节 / 导数、定积分	(523)
第二章 人物索引	(528)
第一节 / 中国著名数学家	(528)
第二节 / 世界著名数学家	(544)
第三章 公式一览	(567)
参考文献	(575)

/ 第一篇 / 课程史话

数学以研究客观世界的数量关系和空间形式的规律为目的,具有严谨的科学体系和逻辑的系统方法.数学与自然、社会、科学技术密切联系,是探索自然现象、社会现象基本规律的工具和语言.它不仅是自然科学的基础,而且也是一切重大技术革命的基础.数学与现实世界有着重要的联系,同时它又是一个需要暂时脱离物质运动形式进行研究的具有“高度抽象性”的学科,这就比只是解决具体的实际问题深刻得多.恩格斯十分精辟地说过:“正因为数学可以暂时脱离物质形式而进行研究,所以它在这里提出,却可以在另外的地方应用.”正是由于这个特点,才使数学理论和方法经过长期积累,在适当的历史和社会条件下,发挥巨大的作用,如计算机的发明、非欧几何的诞生并被用于爱因斯坦的相对论(运用黎曼几何这个数学工具完成的)等.另外,数学中的问题也是非常重要的,特别是在解决问题的过程中,促进了数学的发展,如在证明欧几里得的平行公设过程中诞生了非欧几何的;寻求五次和五次以上代数方程的根式解的过程中诞生了伽罗华理论和群论的等.

数学教育是教育的组成部分.数学教育就是以培养学生,使学生了解数学,形成一定的数学素养为目的.它在形成人们认识世界的态度和思想方法方面、在推动社会进步和发展的进程中起着重要的作用.

数学教育与数学之间有着密切的联系.作为数学教育的数学课程是数学的一部分,包括代数、几何以及概率、统计等领域的初步知识,以及与这些知识有关的技能和方法等.这些内容遵循数学自身的科学性,基本保留着数学的基本属性,如数学本身的抽象性、形式化、符号化等特征.但必须注意,数学课程与数学有着明显的区别.作为科学的数学,是对数学的理论与方法的系统阐述,一般从基本的概念和原理出发,全面完整地、系统地表述某一个数学领域的内容和方法,而作为课程的数学,必须考虑学生的心理特点和认识规律,从学生的学习需要和可能出发,安排和呈现有关的内容和方法;作为科学的数学,对所有的定理、公式、法则等都要进行严格的论证和推导,以保

证其逻辑性和严谨性,而作为课程的数学,从学生的接受能力出发,有时可以不作严格的论证,只是通过列举、归纳的方式得出结论,让学生具体地认识有关的原理;作为科学的数学,可以完全按照数学自身的理论体系和逻辑顺序安排,尽量使内容完整、系统和科学化,而作为课程的数学,在不影响内容的科学性的前提下,应当考虑学生的认知规律,一些内容的呈现顺序和编排方式可作适当的调整;作为科学的数学,在形式上追求体系的完整和结论的严密,而数学课程追求数学内容发生、发展的全过程,既关注数学结论的代表性,也关注数学结论形成的过程,呈现方式往往要求生动有趣、引人入胜。

作为数学教师,特别是高中数学教师,应该对数学课程的过去及现在有一个比较全面和深刻的认识,也应该关注数学的历史和发展趋势,包括它的发展历程、思想脉络以及对社会发展的作用、文化价值和教育价值,这些对于数学教育工作是十分重要的。

第一章

/ 数学课程的历史演变

第一节 / 国际数学课程改革历史的回顾

在过去的一个世纪中,国际上经历了三次大的数学课程改革运动。

一、第一次数学课程改革

第一次数学课程改革发生在 20 世纪初,史称“克莱因-贝利运动”。

19 世纪末,科学技术飞速发展,数学课程的内容和方法已不能适应当时的科学和生活需要,也不能适应数学自身发展的需要,迫切要求进行改革。为此,英国数学家贝利提出“数学教育应该面向大众”、“数学教育必须重视应用”的改革指导思想;德国数学家克莱因认为,数学教育的意义、内容、教材、方法等,必须紧跟时代步伐,结合近代数学和教育学的新进展,不断进行改革。他们提出的改革方针是:顺应学生心理发展的规律,选取和排列教材;融合数学各分科,密切数学与其他学科的关系;不过分强调数学的形式训练,应当强调实用方面,以便充分发展学生对自然和社会的各种现象进行数学观察的能力;以函数概念和直观几何作为数学教学的核心。显然,这些主张与我国目前数学教育改革中提出的一些改革思想是非常相似的,这就是人们所说的数学教育改革中的“钟摆现象”。这些改革思想与杜威的实用主义思想是一致的,是杜威的“活动中心”、“儿童中心”、“儿童兴趣中心”思想在数学教育中的具体反映。

这次改革的重点是数学课程的内容。初等函数、解析几何、几何变换直至微积分等知识都在中学数学中占据了主要地位,数学教材的实践性也得到加强。这次改革对中小学数学教学产生了深刻的影响。但是,由于过分强调了“以儿童为中心”和“做中学”,过分强调了实用,忽视了系统理论知识的学习,降低了学生认知活动的起点,导致知识质量的下降,再加上两次世界大战等外部原因,这场改革运动未能取得较好的效果。

二、第二次数学课程改革

第二次数学课程改革发生在 20 世纪中叶,史称“新数运动”。

20 世纪中叶是冷战时期,但科学技术却有了突飞猛进的发展.现代数学也飞速发展,数学的抽象化、公理化和结构化程度越来越高,数学应用也更加广泛.布尔巴基学派的“结构主义”思想对数学研究和发展产生了极大影响.另外,在心理学、教育学的研究中出现了皮亚杰的结构主义学派,布鲁纳的“发现学习”思想也已提出.数学课程改革就是在这种背景下进行的.

这次改革的指导思想属于“精英教育”,认为数学教育的主要任务是培养数学家、科学家.理论基础是结构主义,认为数学学科存在一系列基本结构,把这种结构以及数学所特有的研究方法作为教学内容时,可以使教学获得最好的结果.布鲁纳认为:“不论我们选教什么学科,务必使学生理解该学科的基本结构……;与其说是单纯地掌握事实和技巧,不如说是教授和学习结构.”在内容和结构上,“新数学”提倡发现学习,要求学生尽可能地感到像一名数学家那样,不仅使用他的工具,还要以自己的眼光来看待问题;不仅只体验自己的研究成果,还要体验从事数学活动的快乐.因此,在教学目标上,把科学方法,如“探究”、“问题解决”、“发现法”和“学科研究方法”等作为主要目标,提出数学课程“不仅要反映出知识本身的性质,而且要反映出理解知识和获得知识的过程的性质”.在课程实施过程中,教师不再是所有知识的源泉,而是强调教师引导学生自己去探究和发现.布鲁纳提出:“我们教一门科目,并不是希望学生成为该科目的一个小型书库,而是要他们参与获得知识的过程;学习是一种过程,而不是结果.”“学会学习”本身比“学会什么”更重要.

由于“新数运动”对数学教育的传统采取简单否定的做法,排斥广大数学教育工作者(特别是数学教师)在实践中积累起来的已有经验,引起广大数学教师对改革的严重抵触情绪;改革的理论准备不充分,提出的改革观点存在过于理想化的严重缺陷;“新数学”教材没有进行有计划、有步骤的科学实验;过早地要求学生掌握过难的内容,没有考虑大多数学生的接受能力,脱离了学生的认知规律,学生学习效率低下;没有注意学生之间的个体差异,只面向接受能力强的学生;只强调整理解而忽视必要的基本技能训练、强调抽象理论而忽视实际应用;“发现学习”的设计难度大、对教师和学生要求高,一般教师难以胜任,严重脱离了普通教师,因此导致了课程实施的巨大困难.再加上一些来自教育外部的原因,导致这场教育改革运动没有取得预期结果.在 20 世纪 70 年代又喊出了“回到基础去”的口号.

尽管这次改革的结果不尽如人意,但对世界数学教育改革产生了非常深远的影响.实际上,到现在仍然有许多人认为“新数运动”的方向并没有错.这次改革中提出的一些思想,例如,要把现代数学的最新发展、最新思想反映到课程中来,重视科学方法的学习,强调发现式学习,重视学生的自主探究和亲身实践,把数学学习看成是一个过程而不是结果等,都是非常重要的.不难看出,这些思想在我国当前的数学教育改革中也有重大影响.

三、第三次数学课程改革

第三次数学课程改革从 20 世纪 80 年代初开始,一直延续至今.